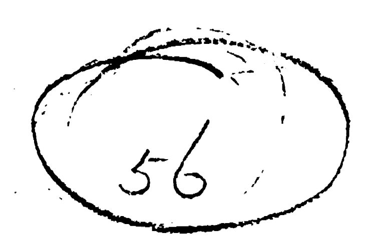




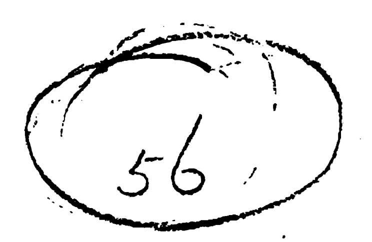



56








56



HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCXXXII.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année.

Tirés des Registres de cette Académie.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCXXXV.



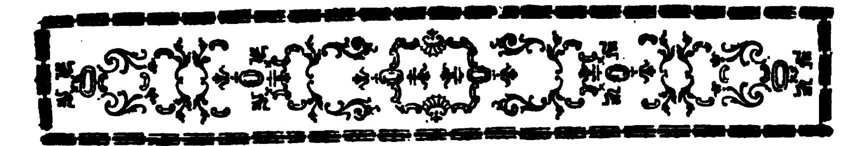


TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

ANATOMIE.

CHIMIE.

BOTANIQUE.

GÉOMÉTRIE.

* ij

ASTRONOMIE.

MECHANIQUE.



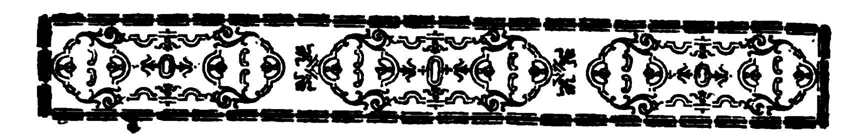
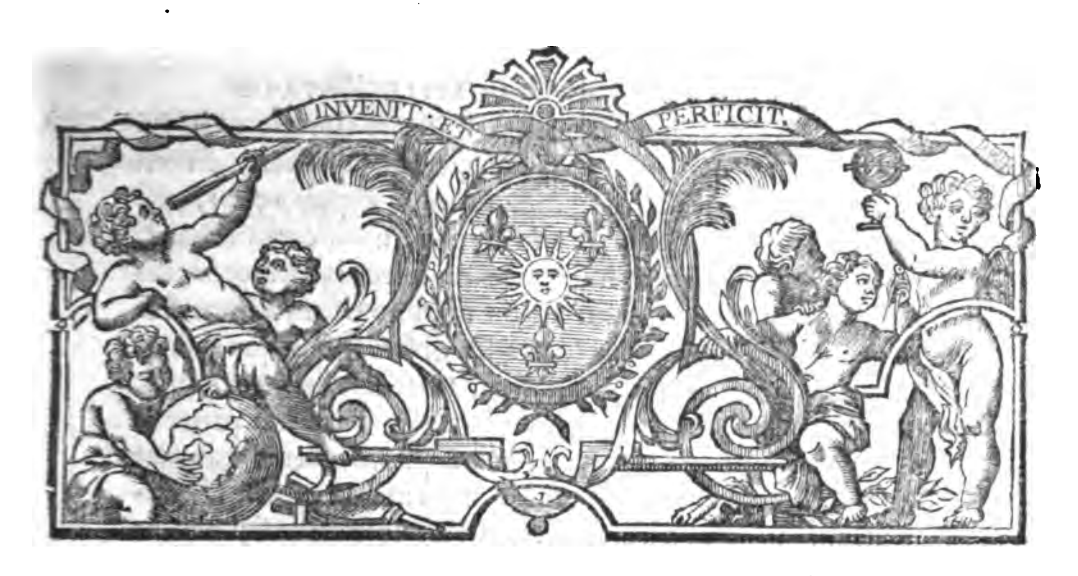


TABLE
POUR
LES MEMOIRES.

TABLE.



HISTOIRE

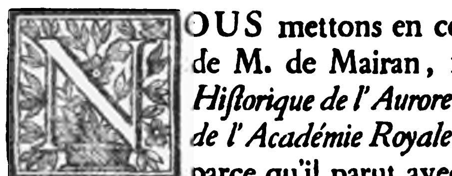


HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCCXXXII.

PHISIQUE GENERALE.

SUR UN SISTEME DE L'AURORE BOREALE.



NOUS mettons en cette année 1732 un Livre de M. de Mairan, intitulé *Traité Phisique & Historique de l'Aurore Boréale, Suite des Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, année 1731.* parce qu'il parut avec le Volume de 1731, qui étoit destiné à paroître en 1732.

Depuis 1716 jusqu'en 1731, inclusivement l'un & l'autre,

il ne s'eſt paſſé aucune année où l'Aurore Boréale n'ait été vûë en différents lieux de l'Europe, quelquefois auſſi en Amérique. Ce n'eſt pas qu'elle ait ceſſé depuis 1731, elle continue toûjours, & juſqu'en 1733 où nous écrivons ceci, mais M. de Mairan a été obligé de ſe renfermer dans des bornes, pour avoir devant lui un nombre de matériaux fixe & déterminé, c'eſt-à-dire toutes les obſervations que quinze années de ſuite lui ont pû fournir, tant des ſiennes propres, que de celles qu'il a eu ſoin de ramaſſer de toutes parts. Il s'eſt porté à ce travail avec d'autant plus d'ardeur, qu'ayant entrevû depuis aſſés long-temps une explication du Phénomene ſinguliére & hardie, il trouvoit que les faits ſembloient ſe conformer toûjours de plus en plus à cette idée.

Nous ne répéterons point ici les deſcriptions d'Aurores Boréales répandues dans tous nos Volumes depuis 1716. On pourroit les diſtribuer en différentes Claſſes ſelon la variété, ou plûtôt, ainſi que le juge M. de Mairan, ſelon la pluralité des circonſtances, car il croit qu'une grande Aurore Boréale bien complete, telle que celle du 19 Octobre 1726, qui eut le Segment circulaire obſcur à l'Horiſon, les Arcs lumineux au deſſus, les Colonnes ou Jets de lumiére qui s'en élevoient, une étendue qui embraſſoit tout l'Horiſon, des floccons ou petits nuages lumineux ſemés dans tout le Ciel, des Ondulations, des Rayons, des Arcs dirigés au Zénit ſans aller juſque là, & qui y laiſſoient un eſpace vuide en forme de Couronne ou de Coupole, &c. contient en quelque ſorte toutes les autres Aurores Boréales moindres, qui ne ſont que celle là tronquée & mutilée de quelques parties par une rencontre moins favorable des cauſes Phiſiques.

Pour rendre ici les explications plus ſimples, nous nous en tiendrons à une Aurore Boréale moyenne, qui aura le Segment obſcur à l'Horiſon, avec un Arc lumineux au deſſus, & tout au plus quelques Jets ou Colonnes de lumiére; tout le reſte ſera réſervé à l'ouvrage original, qui ne laiſſera rien à deſirer ſur l'exactitude & la préciſion de ces détails, quoiqu'aſſés compliqués.

L'Aurore Boréale ordinaire ou moyenne, peu & mal observée, a pû paroître un Météore formé dans l'Atmoſphere terreſtre, comme les Eclairs, les Etoiles tombantes, les Feux volants. Mais quand on eſt venu à faire réfléxion ſur la grande fréquence de ce Phénomene, ſur ſon apparition attachée à certaines Saiſons de l'année preſque excluſivement aux autres, ſur ſa place toûjours marquée au Nord, ſeulement même ſur ſa magnificence, quand il eſt ce que nous appellons *complet*, il a été difficile de croire que ce ne fût qu'un ſimple Météore fortuit, qui ne tînt pas eſſentiellement à la conſtitution générale du Monde, ou de tout notre Siſteme Solaire, en un mot, qui ne fût pas *coſmique*. Mais comment un Météore ſera-t-il coſmique? ce ſont deux idées qui paroiſſent s'exclurre, & que M. de Mairan a trouvé le ſecret d'allier. Par là l'Aurore Boréale tiendra un milieu entre les purs Météores & les purs phénomenes coſmiques, tels que tous ceux de l'Aſtronomie, & cette diſpoſition ſemble être aſſés du genie de la Nature.

Nous avons parlé en 1706 * de la Lumiére Zodiacale découverte en 1683 par feu M. Caſſini, & maintenant fort connue de tout le monde. Elle ne peut être formée que par une Atmoſphere qui environne le Soleil juſqu'à une certaine diſtance, & nous en réfléchit les rayons, ou bien eſt lumineuſe par elle-même. Si cette Atmoſphere Solaire vient à rencontrer notre Atmoſphere terreſtre, il eſt certain qu'elle y répandra de la lumiére. Mais les deux Atmoſpheres ſe rencontrent-elles? On n'imagine pas naturellement que l'Atmoſphere du Soleil puiſſe s'étendre juſqu'à la Terre, c'eſt-à-dire à 33 millions de Lieues, & d'un autre côté on ne donne ordinairement à l'Atmoſphere de la Terre que 15 ou 20 Lieues de hauteur.

* p. 119.

La Lumiére Zodiacale, toûjours vûë de côté, & ſeulement par le bout d'une de ſes moitiés, horſmis dans les Eclipſes totales de Soleil, où elle eſt vûë autour de lui comme une chevelure rayonnante, a toûjours une figure décroiſſante & pointue, dont la baſe doit être dans le corps du Soleil, & la pointe ſe termine à quelque endroit du Zodiaque. Cette

pointe n'eſt pas ſon extrémité réelle, mais ſeulement celle qui peut nous être encore viſible. La diſtance en degrés de cette pointe viſible juſqu'au centre du Soleil donne pour le moins l'étendue de l'Atmoſphere Solaire. Si cette diſtance étoit de 28 degrés, comme celle de Mercure dans ſes plus grandes digreſſions ou élongations du Soleil, il eſt évident que l'Atmoſphere Solaire s'étendroit juſqu'à l'Orbite de Mercure, & dans la ſuppoſition de 48 degrés, qui ſont l'élongation de Venus, elle iroit juſqu'à l'Orbite de Venus, & dans la ſuppoſition de 90 degrés, il eſt démontré qu'elle va juſqu'à l'Orbite de la Terre. Or la pointe de la Lumiére Zodiacale, quelquefois obſervée à beaucoup moins de 90 degrés du Soleil, l'a été auſſi & à 90 & à plus de 100, d'où il réſulte ſans difficulté que l'Atmoſphere Solaire peut, étant toûjours viſible, aller juſqu'à l'Orbite de la Terre, & au de-là, même aſſés conſidérablement.

Par les grandes inégalités d'étendue de la Lumiére Zodiacale, on voit que l'Atmoſphere Solaire, qui les doit avoir auſſi, eſt ſujette à de grandes variations, non pas ſeulement apparentes, mais réelles.

Quant à l'Atmoſphere terreſtre, il eſt bien ſûr que de quelque petite étendue qu'elle fût, il y auroit des temps où l'Atmoſphere Solaire la rencontreroit néceſſairement; mais outre qu'il faudroit attendre ces temps-là, qui ſeroient ceux d'une aſſés grande étendue de l'Atmoſphere Solaire, le phénomene des Aurores Boréales demande que l'Atmoſphere terreſtre ait beaucoup plus d'étendue ou de hauteur que l'on ne croit communément. M. de Mairan ayant choiſi entre différentes obſervations faites en des lieux peu éloignés en longitude, & le plus qu'il a été poſſible en latitude, celles où le même point d'une Aurore Boréale, comme le ſommet de l'Arc lumieux avoit été vû en même temps, a conclu de la différente élévation où il avoit été vû ſur l'horiſon, ou de ſa parallaxe, la hauteur réelle où il devoit être au deſſus de la ſurface de la Terre, & par pluſieurs opérations de cette eſpece il a trouvé que cette hauteur étoit de 2 ou 300 Lieues.

Le Barometre eſt bien éloigné de donner cette grande hauteur, mais M. de Mairan, qui entre ſur ce ſujet dans une aſſés profonde diſcuſſion, fait voir par des expériences déja anciennes, & connues, que le Barometre ne donne que la hauteur de l'Air aſſés groſſier pour ne pouvoir paſſer au travers des pores du Verre, que rien ne nous fait juger ni même ſoupçonner que l'Atmoſphere terreſtre ne ſoit compoſée que d'un Air qui ſoit à ce degré de groſſiéreté, qu'au deſſus de celui-là il peut y en avoir un plus ſubtil, & encore un plus ſubtil qui appartienne toûjours à l'Atmoſphere juſqu'à ſes derniéres limites, qui nous ſont inconnues, mais que l'Aurore Boréale nous oblige déja de reçuler beaucoup.

L'Atmoſphere terreſtre a cependant des limites déterminées, & on peut les marquer du moins en général dans le *Siſteme de la Peſanteur* univerſelle, qui commence à s'établir beaucoup. Tous les Corps, qui tournent autour d'un centre ou Corps central, ou ceux qui s'aſſemblent ſeulement autour de lui, peſent vers ce centre, & y ſont portés par une Force centrale, quelle qu'elle ſoit, car apparemment il eſt au deſſus de l'Eſprit humain de la définir. Quand différentes Forces centrales agiſſent à la fois, comme lorſque la Lune tourne autour de la Terre, dont elle eſt Satellite, & en même temps tourne avec la Terre autour du Soleil, il ſe fait un combat de Forces centrales qui ſe modifient mutuellement, & viennent enfin à concerter leurs actions. La peſanteur de la Lune vers la Terre ne permet pas à la peſanteur qu'elle a auſſi vers le Soleil d'avoir ſeule ſon effet, la Lune quitteroit auſſi-tôt la Terre, & iroit vers le Soleil ; de même la Lune tomberoit vers la Terre, ſi ſa peſanteur vers le Soleil ceſſoit ; mais les deux peſanteurs ou forces centrales s'accordent, & conſpirent au mouvement compoſé de la Lune. Ce ſont les diſtances où eſt la Lune tant à l'égard du Soleil qu'à l'égard de la Terre, qui ménagent cet accord, car les forces centrales ou peſanteurs agiſſent plus ou moins ſelon leurs diſtances au point central. Si la Lune étoit plus proche de la Terre, elle tomberoit vers la Terre, plus proche du Soleil, elle tomberoit

vers le Soleil. Il y a donc deux especes de Spheres d'activité, l'une pour le Soleil, l'autre pour la Terre. Dans la 1re la pesanteur d'un Corps vers la Terre seroit vaincuë par sa pesanteur vers le Soleil, dans la 2de ce seroit le contraire. Il y a donc aussi entre les deux Spheres une Limite où le Corps se trouveroit en équilibre. Tout cela posé, l'Atmosphere terrestre sera formée de tout l'Air, quelque rare qu'il puisse devenir, compris dans la Sphere d'activité de la Terre, c'est-à-dire, qui ne pesera que vers la Terre.

M. de Mairan a déterminé par un calcul assés fin quelle étoit la Limite ou le point d'équilibre entre ces deux Spheres d'activité. Les Forces centrales que l'on conçoit qui résident dans le Soleil & dans la Terre sont connues par les faits Astronomiques, elles sont fort inégales, & celle du Soleil est presque sans comparaison la plus grande, ainsi le point d'équilibre sera dans le même rapport plus proche de la Terre, & il se trouve qu'il n'en est qu'à quelque 60000 Lieuës. En deçà de cette Limite les Corps ne tomberont que vers la Terre, & quand une portion de l'Atmosphere Solaire n'en sera qu'à cette distance, la matiére qui la compose commencera à n'avoir plus de tendance que vers la Terre, & elle tombera dans notre Atmosphere, jusqu'à ce qu'elle y soit arrêtée & soûtenuë par une matiére assés grossiére & plus pesante.

L'Atmosphere Solaire & la Terrestre ont donc deux temps pour se joindre, l'un quand la Solaire s'étend jusqu'à la Terre, l'autre quand elle en est seulement à moins de 60000 Lieues. Les effets de la jonction des deux Atmospheres sont aisés à concevoir. Si la matiére de l'Atmosphere Solaire est lumineuse par elle-même, elle éclairera l'Atmosphere terrestre, & si elle n'est pas lumineuse, l'union des deux matiéres différentes en fera un Phosphore, comme il arrive en plusieurs opérations Chimiques, aujourd'hui fort connues, ou si l'on veut, & cela répondra à quelques faits particuliers observés, il se fera un grand nombre de Phosphores dispersés çà & là selon les rencontres fortuites, qu'il est facile d'imaginer.

Puisque l'Atmosphere Solaire varie tant en étenduë, cette

variation qui doit être phiſique & réelle, ainſi que nous l'avons déja inſinué, & qui ne regarde que l'abondance plus ou moins grande de la matiére, peut en faire préſumer d'autres qui regarderont ſa conſiſtance, ſon inflammabilité, ſa diſpoſition à ſe mêler avec la matiére de l'Atmoſphere terreſtre, &c. Mais indépendamment de ces variétés, il paroît ſûr en général que quand la matiére de l'Atmoſphere Solaire eſt une fois tombée dans l'Atmoſphere terreſtre, elle doit s'y filtrer en quelque maniére, de ſorte qu'il s'y faſſe une eſpece de *précipité* de ſes parties les plus denſes & les plus peſantes, qui deſcendront toûjours juſqu'à ce qu'elles en ayent trouvé de plus peſantes qu'elles. Ce ſera là la derniére couche & la plus baſſe de cette matiére étrangere.

Si on la conçoit dans ſa totalité répandue autour du globe de *la Terre*, auquel elle ſera concentrique, on verra auſſi-tôt qu'elle ne peut ſubſiſter en cet état, parce que la rotation diurne de la Terre ſur ſon axe imprimant un plus grand mouvement aux parties qui répondent à l'Equateur qu'à toutes les autres, chaſſera des deux côtés de l'Equateur vers les Poles toute cette matiére qui ſe ſeroit arrangée concentriquement à la Terre. Ce n'eſt pas que cet effet ſoit abſolument immanquable, l'abondance de la matiére étrangere peut être telle qu'il en reſtera une quantité ſenſible ſur l'Equateur, & ce ſera apparemment la plus ſubtile & la plus déliée, mais enfin il paroît indubitable que les Poles en ſeroient toûjours les plus chargés, & auroient la plus denſe en partage.

On ſuppoſe par là qu'il y aura des Aurores *Auſtrales* auſſi-bien que Boréales. On n'a guere pû en voir d'Auſtrales juſqu'à préſent, & enfin on n'en a pas vû, mais quoique le Siſteme de M. de Mairan aille là naturellement, & que la préſomption ſoit très-grande pour ces Aurores, il pourroit arriver que par des cauſes particuliéres, qui ne ſont pas encore connues, le Pole Auſtral en fût privé.

Pour ne parler donc que des Aurores Boréales, il faut concevoir que de la matiére étrangere ramaſſée vers le Pole il ſe forme une *calotte* ſphérique d'une certaine épaiſſeur, dont

le Pole eſt le ſommet, & dont la ſuperficie ou couche la plus baſſe eſt la plus denſe. C'eſt celle-là dont l'élévation au deſſus de la Terre peut être de 2 ou 300 lieues, & de-là les couches ſupérieures vont toûjours en diminuant de denſité. Si la matiére étrangere eſt un mêlange de matiére lumineuſe, & de matiére qui ne le ſoit pas, ou de matiére inflammable & de matiére non-inflammable, comme l'Eau de vie, ou ſi elle eſt devenue ce mêlange-là en tombant dans l'Atmoſphere terreſtre, il eſt naturel que les parties obſcures ou non-inflammables ſoient les plus denſes & les plus peſantes, & forment la couche la plus baſſe, & d'autant plus que quand la couche ſupérieure s'enflamme, les cendres, pour ainſi dire, en doivent tomber ſur l'inférieure. Cela même fait comprendre qu'au deſſus d'une couche enflammée, & par conſéquent lumineuſe, il peut s'en trouver une obſcure, formée par ces eſpeces de cendres qui ſeront tombées d'une couche ſupérieure enflammée. Il ſe peut auſſi qu'une couche ſoit obſcure, ſimplement parce qu'ayant été enflammée elle ſe ſera éteinte, & cela ſuffit pour faire entendre la poſſibilité de quelques couches alternativement lumineuſes & obſcures. Mais ni les lumineuſes ne ſont aſſés lumineuſes, ni les obſcures aſſés obſcures pour empêcher qu'on ne voye le plus ſouvent les Etoiles au travers.

Si l'on eſt ſous le Pole, on voit la calotte ſphérique élevée d'une certaine hauteur, parallelement à tout l'Horiſon, & ſes couches ſoit lumineuſes, ſoit obſcures, qui ne ſont plus que des Zones circulaires, paralleles à ce même Cercle, & ayant toutes le Pole pour centre, ou plus exactement, pour ſommet. C'eſt préciſément la même apparence que celle des Cercles paralleles à l'Equateur, vûs par un Habitant du Pole. Mais ſi l'on ſort de cette ſituation, le Pole qui étoit au Zénit s'abbaiſſe, les Cercles paralleles à l'Equateur, qui étoit l'Horiſon, s'inclinent toûjours moins à chaque nouvel Horiſon que l'on acquiert en allant toûjours vers l'Equateur, une portion de ces Cercles les plus proches de l'Equateur, ſe cache ſous l'Horiſon, & cela arrive à tous les Paralleles de ſuite juſqu'à ce qu'on ſoit ſous l'Equateur, la portion cachée eſt

eſt d'autant plus petite, & par conſéquent la viſible ou ſupérieure, d'autant plus grande que l'on eſt plus éloigné de l'Equateur, &c. La quantité de degrés que la portion ſupérieure d'un Parallele tient ſur l'Horiſon, s'appelle ſon *amplitude,* & l'on ſe ſert auſſi de ce même nom pour les Arcs ſoit lumineux, ſoit obſcurs d'une Aurore Boréale, car on voit bien que les Paralleles ſuppoſés, vont ſe changer en ces Arcs qui auront de la largeur; le plus bas de tous ſera obſcur, ſelon tout ce qui a été dit, & ce ſera plus proprement un ſegment de Cercle, qu'un Arc large.

La grandeur réelle du Phénomene dépend de la quantité de matiére étrangere tombée dans l'Atmoſphere terreſtre. Plus cette matiére ſera abondante, plus la calotte ſphérique vûë de deſſous le Pole, deſcendra proche de l'Horiſon, & elle iroit juſque-là, & au delà, ſi la rotation de la Terre n'avoit pas été aſſés forte pour chaſſer entiérement du plan de l'Equateur une ſi grande quantité de matiére. Mais en ce cas-là même, le phénomene ſeroit plus foible à l'Horiſon ou ſous l'Equateur que par-tout ailleurs, & il s'y éteindroit plûtôt, de ſorte que tout le phénomene paroîtroit avoir de la tendance à ſe raſſembler au Zénit ou au Pole, où ſeroit ſon fort. C'eſt ce qui a été effectivement obſervé dans les Aurores Boréales les plus étendues.

Quant à l'étendue apparente, la réelle étant ſuppoſée la même, à l'élévation des Arcs ſur l'Horiſon, à leur amplitude, &c. il eſt trop clair que tout cela dépend de la Latitude du Spectateur, & que la plus grande eſt la plus favorable. Peut-être cependant le Pole n'eſt-il pas le lieu le plus avantageux pour voir certains accidents. Il s'éleve ſouvent, ſoit du Segment obſcur, baſe apparente de tout le phénomene, ſoit des Arcs lumineux, des Jets de lumiére perpendiculaires à ces Arcs. Ce ſont apparemment des trainées de matiére nouvelle qui tombent ſur un amas déja formé, en tendant par leur peſanteur au centre de la Terre, & qui parvenues au lieu où eſt le fort de l'inflammation totale, s'enflamment, ou ſeulement refléchiſſent à nos yeux la lumiére de parties enflammées.

Or ſi l'on étoit ſous le Pole, on pourroit ou ne pas voir ces Jets au travers de toute l'épaiſſeur de la plus baſſe couche obſcure, ou bien on les verroit trop en raccourci.

Sans doute on s'attend bien que le phénomene ne s'aſſujettira pas à l'exactitude géométrique que nous lui donnons ici. Le Pole ne ſera pas préciſément le ſommet de la calotte ſphérique, elle en déclinera plus ou moins vers l'Orient ou vers l'Occident, & le fait eſt que le plus ſouvent c'eſt vers l'Occident, ce qui donne au phénomene une plus grande amplitude de ce côté-là.

Il reſte maintenant à examiner en quels temps il doit paroître. Premiérement, il eſt impoſſible de les déterminer abſolument, même pour le Pole, qui eſt le lieu où toute Aurore Boréale ſera viſible; car on ne ſçait pas, & peut-être ne ſçaura-t-on jamais, ſelon quelles loix varie la grandeur réelle de l'Atmoſphere Solaire, qui par-là ne peut pas toûjours atteindre ou atteindre ſuffiſamment à l'Atmoſphere terreſtre. Mais leur rencontre étant ſuppoſée, on peut juger quelles ſeront les Saiſons de l'année, & dans ces Saiſons mêmes les parties du jour de 24 heures les plus favorables à l'apparition du phénomene, la latitude des lieux étant d'ailleurs telle qu'il la faut, ce que l'on ſouſentendra toûjours.

Nous ne parlerons point des Crépuſcules, qui, ſelon toutes les obſervations, & par conſéquent en tout Siſteme que l'on fera ſur ce ſujet, doivent, quand ils ſont d'une certaine longueur, empêcher en tout ou en partie l'apparition des Aurores Boréales. Elles ſont par cette raiſon moins fréquentes en Eté qu'en Hiver, ou, pour parler plus exactement, aux environs du Solſtice d'Eté, qu'aux environs de celui d'Hiver. Nous ne parlerons point non plus des Clairs de Lune, qui ne ſont point attachés aux Saiſons, mais accidentels à cet égard & fortuits.

Dans le Siſteme de M. de Mairan, 1.° l'Aurore Boréale doit être plus fréquente quand la Terre eſt plus proche du Soleil, puiſque l'Atmoſphere Solaire en joindra plûtôt ou plus facilement la Terreſtre. Or cette plus grande proximité de la Terre eſt vers le Solſtice d'Hiver.

2°. S'il y a des temps où le Pole Boréal de la Terre, qui eſt le ſeul que nous conſidérons ici, aille, pour ainſi dire, chercher l'Atmoſphere Solaire, & d'autres où il la fuye, ou ſimplement s'il entre tantôt le premier dans cette Atmoſphere, & tantôt le ſecond, il ſe chargera davantage de ſa matiére dans le 1er cas, parce que ce ſera lui qui la diviſera d'abord, & en vaincra la réſiſtance, au lieu que le Pole Auſtral qui ne ſera que ſuivre, trouvera la matiére toute ouverte, & qui ne tendra qu'à s'écarter de lui. Le Pole Boréal ſera alors la Prouë d'un Navire. Mais quand le Pole Boréal ira-t-il le premier vers l'Atmoſphere Solaire?

Le plan de l'Equateur terreſtre, qui eſt auſſi pour nous l'Equateur du Monde, étant conçû & poſé, & les deux Poles du Monde étant deux points déterminés dans le Ciel, l'Ecliptique *ou Orbite* de la Terre doit être conçûe comme inclinée à ce plan de l'Equateur, & coupée par lui en deux moitiés égales, dont le premier degré de Cancer d'un côté, & celui du Capricorne de l'autre, tiennent le milieu de chacune, & ſont les plus élevés ſur le plan de l'Equateur. La moitié où eſt Cancer eſt la plus proche du Pole Boréal du Monde, & l'autre moitié eſt plus proche de l'Auſtral. Si l'on imagine que la Terre part du 1er degré du Capricorne, elle monte donc toûjours vers le Pole Boréal, juſqu'à ce qu'arrivée au 1er degré de Cancer elle recommence à deſcendre. Par cette raiſon les Signes depuis le Capricorne juſqu'à Cancer ſont appellés *aſcendants,* & les ſix autres *deſcendants.* Quand la Terre, partie du 1er degré du Capricorne, va parcourir les Signes aſcendants, quel eſt ſon Pole qui va le premier vers le terme de l'aſcendance? c'eſt certainement celui qui, lorſque la Terre étoit au 1er du Capricorne, ſe trouvoit dans la lumiére du Soleil, tandis que l'autre étoit dans l'obſcurité. Or le Pole éclairé étoit le Boréal, puiſque la Terre étant dans le Capricorne, le Soleil étoit vû en Cancer, & que l'Hémiſphere Boréal de la Terre avoit l'Eté. Donc tant que la Terre parcourt les Signes aſcendants, c'eſt ſon Pole Boréal qui va le premier, & c'eſt lui qui rencontre le premier l'Atmoſphere Solaire

couchée à peu-près dans le plan de l'Ecliptique. Donc il doit y avoir plus d'Aurores Boréales, & même de plus fortes & de mieux marquées quand la Terre parcourt les Signes ascendants, c'est-à-dire, dans les mois qui suivent le Solstice d'Eté, Juin, Juillet, Août, &c. Décembre.

3°. De plus le mouvement d'ascendance est inégal. Comme il se fait par rapport à l'Equateur, il seroit le plus grand qu'il pût être, s'il avoit une direction perpendiculaire à l'Equateur, & s'il lui devient parallele, il sera au contraire infiniment petit. Ce mouvement est toûjours dirigé selon l'Ecliptique, qui n'est jamais perpendiculaire à l'Equateur, mais fait son plus grand angle avec lui aux deux points des Equinoxes, & de-là s'inclinant toûjours par rapport à lui, lui devient enfin parallele aux Solstices. C'est donc aux Equinoxes que le mouvement d'ascendance est le plus fort, c'est-là où ses effets doivent être les plus grands, & où il y aura le plus d'Aurores Boréales.

4°. La rotation du Soleil sur son axe en 25 jours, connue par ses Taches, a fait connoître aussi que l'Equateur de cette rotation, ou celui du Soleil, étoit incliné de $7\frac{1}{2}$ degrés sur notre Ecliptique, & que les points d'intersection ou Nœuds de ces deux Cercles étoient au 8me des Gemeaux & à son Opposite. L'Atmosphere du Soleil qui tourne avec lui, doit non seulement avoir son Equateur dans le plan du sien, mais à cause de la force centrifuge, elle y doit être plus élevée que par-tout ailleurs, & en effet par toutes les observations cette Atmosphere paroît être un Sphéroïde extrêmement applati. Quand la Terre la rencontrera, il est certain qu'elle s'y plongera mieux, si elle est alors dans le plan de l'Equateur de cette Atmosphere sans en décliner, & c'est ce qui ne peut arriver que quand la Terre sera dans les Nœuds de son Ecliptique avec l'Equateur du Soleil, c'est-à-dire vers la fin de Mai ou de Novembre. Alors les Aurores Boréales seront plus fréquentes, ou plus fortes.

Ces quatre principes de fréquence ou de force des Aurores Boréales, sont chacun inégaux en eux-mêmes, c'est-à-dire,

ont un certain point où ils agissent plus puissamment que dans tous les autres. Le 1er principe, qui est la proximité de la Terre au Soleil a sa plus grande action dans le Périhélie de la Terre, précisément à la fin de Décembre. Le 2d principe, qui est le mouvement ascendant de la Terre, est dans sa plus grande force, quand ce mouvement, ou ce qui est le même, la direction de l'Ecliptique fait son plus grand angle avec l'Equateur, & c'est de quoi nous avons fait le 3me principe, mais ce 3me n'étant, si l'on veut, que le *Maximum* du 2d, le 2d & le 3me se réduiront ici à un seul. Or le plus grand angle du mouvement ascendant de la Terre avec l'Equateur est à l'Equinoxe d'Automne, au 22 Septembre. Nous venons de voir que la plus grande force du 4me principe est quand la Terre est dans les Nœuds de son Ecliptique avec *l'Equateur Solaire*, vers la fin de Mai ou de Novembre.

Il seroit difficile d'évaluer les différentes forces de ces trois ou quatre principes, les uns par rapport aux autres, & de combien, dans les différentes combinaisons qui s'en doivent faire, ils se fortifieront ou s'affoibliront mutuellement, mais sans aller jusqu'à cette précision, on voit assés par ce qui vient d'être dit, que tous les principes s'accordent à produire plus d'Aurores Boréales dans les quatre derniers mois de l'année que dans tout autre espace de quatre mois, qu'ensuite ils en produiront plus dans les quatre premiers mois, que dans les quatre suivants, & cela indépendamment même des longs Crépuscules de l'Eté.

Toutes ces conséquences sur les temps de l'apparition des Aurores Boréales sont si nécessairement & si particuliérement tirées du Sisteme de M. de Mairan, que s'il n'est pas vrai, elles seront infailliblement démenties par les faits. Cette espece de Pierre de touche pourra être appliquée à toute la suite des Aurores Boréales, dont on aura des observations qui marqueront les temps de l'année. En faire la recherche dans tous les Livres, étoit un travail d'érudition, qui appartenoit à une autre Académie, mais M. de Mairan a montré qu'il en auroit pû être un des plus dignes membres.

Ce que l'on ne connoît point, est assés mal observé, il faut sçavoir à peu-près ce que l'on voit, pour le bien voir. Les plus anciens Auteurs qui ne connoissoient nullement les Aurores Boréales, ou les ont confonduës avec des Météores purement terrestres, ou en les décrivant, les ont chargées de toutes les fausses merveilles que leur imagination étonnée leur fournissoit. On les reconnoît pourtant, on les démêle, & du moins l'ancienneté, ou, si l'on veut même, l'éternité du phénomene est bien prouvée. Mais, ou les plus anciens Ecrivains vivoient dans des pays trop Méridionaux, pour y voir souvent des Aurores Boréales, ou quand ils en ont parlé, ils n'ont pas crû que la circonstance de la Saison fût importante à remarquer. Ainsi M. de Mairan arrive jusqu'au 6me Siécle de l'Ere Chrétienne, sans avoir trouvé aucune observation accompagnée de cette circonstance. De-là elles commencent à porter leur date, mais de l'an 500 jusqu'en 1550, il ne s'en trouve que 27, moins apparemment par leur rareté réelle, que par le défaut d'Observateurs, ou par la négligence des Historiens, qui ne daignoient pas en parler, à moins qu'elles ne fussent extrêmement frappantes, comme l'ont été quelques-unes dans cet espace de temps, très-complettes & très-magnifiques. De 1550 à 1621, époque de la fameuse observation de Gassendi, & de la vraye manifestation, pour ainsi dire, des Aurores Boréales en nos Climats, il y en a 28, une de plus en 71 ans que l'on n'en avoit eu en 1050 ans. Les Sciences & les Observateurs renaissent. De 1621 à 1716, il y a 11 Aurores Boréales, à compter toutes celles dont on a pû avoir les observations, & enfin de 1716 à 1731, où elles n'ont pas fini, il y en a 163.

Dans une Table où toutes ces Aurores Boréales, au nombre de 229, sont distribuées selon les mois ausquels elles appartiennent, on voit qu'elles le sont précisément comme le demandoit le Sisteme de M. de Mairan, car il faut que le Sisteme déja formé, ait précédé une recherche aussi longue & aussi fatiguante.

L'accord est si exact, que quand on voit, par exemple,

que l'année étant partagée en six mois qui comprennent dans le milieu de cet espace, l'Aphélie de la Terre, & en six autres mois qui comprennent de même le Périhélie, les 1ers n'ont que 68 Aurores Boréales sur les 229, tandis que les 2^{ds} en ont 161; si on vient à ne prendre les sommes des Aurores que dans les deux mois, dont l'un précéde, & l'autre suit l'Aphélie & le Périhélie, on trouvera du côté de l'Aphélie 12, & de l'autre 36, dont le rapport est beaucoup moindre que celui de 68 & de 161, parce que le plus grand effet de l'inégalité de distance de la Terre au Soleil doit se trouver aux plus grandes & aux moindres distances. Pareillement le cours ascendant de la Terre étant plus favorable aux Aurores Boréales que le descendant, & l'un & l'autre ayant dans son milieu un Equinoxe, on voit que le nombre des Aurores Boréales prises *dans* tout le cours ascendant, n'a pas un si grand rapport au nombre de tout le cours descendant, que le nombre pris en deux mois, avant & après l'Equinoxe du cours ascendant, qui est celui d'Automne, au nombre correspondant de l'autre côté.

Il semble qu'en suivant cette méthode, on pourroit comparer les forces des différents principes qui entrent dans la formation des Aurores Boréales, par exemple, les forces de la distance de la Terre au Soleil, & de son ascendance ou descendance. Si le nombre des Aurores Boréales des six mois où est le Périhélie de la Terre, a un plus grand rapport au nombre des six autres mois, que celui du nombre des six mois du cours ascendant au nombre du descendant, la distance sera un principe plus fort que l'ascendance, ou au contraire. Peut-être cependant faudroit-il les comparer tous deux, non dans le total, mais dans les points de leur plus grande force, ou plûtôt employer les deux maniéres, mais ni l'une ni l'autre n'est encore guere de saison. Les observations de l'Aurore Boréale, qui ne sont presque pour nous que depuis 1716, & que nous bornons à 1731, nous ont produit en ce peu de temps les fondements d'un Sisteme que nous n'étions pas trop en droit d'esperer, il faut maintenant attendre de l'avenir les derniéres précisions.

Une circonſtance qui ne doit pas nous échaper, c'eſt que les Aurores Boréales ne commencent à paroître que le ſoir, & preſque jamais après minuit, ſur-tout quand les nuits ſont aſſés longues, car quand elles ſont courtes, & par conſéquent les Crépuſcules longs & forts, une Aurore Boréale foible, qui ayant été formée dès le ſoir, aura été effacée par le Crépuſcule du ſoir, pourra en acquerant un peu plus de force, n'en avoir aſſés que pour paroître après minuit, en ſurmontant, s'il le faut, les commencements du Crépuſcule du matin. Dans le Siſteme de M. de Mairan, que de la matiére de l'Atmoſphere Solaire tombe dans l'Atmoſphere terreſtre, il eſt certain que les parties de la Terre les plus Orientales par rapport à Paris, par exemple, ayant été les premiéres par rapport à nous expoſées au Soleil, auront été les premiéres à ſe charger de la nouvelle matiére, & par conſéquent les Occidentales auront été les derniéres. La matiére des parties Orientales aura eu pendant le jour tout le temps d'éclairer l'Atmoſphere, & même de s'y allumer, & de s'y conſumer ſans que l'on s'en ſoit aucunement apperçû, au lieu qu'il reſtera encore de la matiére pour le phénomene aux parties Occidentales. Il doit donc naturellement commencer à paroître après le coucher du Soleil, & non avant ſon lever, & par la même raiſon il y aura en tout temps une plus grande quantité de la matiére du phénomene vers l'Occident, ou, ce qui eſt la même choſe, il ne ſera point partagé également des deux côtés du Pole, mais il déclinera à l'Occident.

Toute cette Théorie ainſi établie, mais dans une étendue & d'une maniére infiniment plus propres à convaincre, M. de Mairan propoſe ſur différents points, qui tiennent à ſon ſujet, des Queſtions détachées ſemblables à celles par où M. Newton a fini ſon Optique. Nous allons, ſans conſerver cette forme, en tirer ce qu'elles ont de plus important.

1°. Il paroît aſſés par la grande inégalité d'étendue de la Lumiére Zodiacale, & par conſéquent de l'Atmoſphere Solaire, que cette Atmoſphere doit être ſujette à de grandes variations phiſiques pour la conſiſtance & la denſité. Ces variations

variations doivent même quelquefois être fort ſubites, car dans une ſuite de nuits également claires, la Lumiére Zodiacale aura paru pendant quelques nuits fort étendue & fort vive, enſuite elle diſparoîtra pour quelques autres nuits, & après cela reviendra dans tout ſon premier éclat. Il ſeroit difficile de rapporter toûjours ces changements à ceux qui peuvent arriver à notre Atmoſphere interpoſée entre notre œil & ces objets. On voit quelquefois auſſi dans la Lumiére Zodiacale des étincelles qui petillent, ce ſont de petites inflammations promptes, petites ſeulement à cauſe de la diſtance d'où elles ſont vûes, & qui marquent que dans la matiére de cette Lumiére il y a naturellement de la matiére de Phoſphore. Après cela les effets qu'on lui attribuera, quand elle viendra à ſe mêler avec l'Atmoſphere terreſtre, ne peuvent guere manquer d'être vrai-ſemblables.

2°. Les Habitants du Pole doivent voir les Aurores Boréales différemment de nous par la différence de la poſition, nous l'avons déja dit, mais il faut ajoûter qu'ils voyent toutes les parties du phénomene mieux démêlées les unes des autres, & que nous au contraire nous les voyons plus rapprochées & plus confondues, de ſorte que comme il y a de ces parties qui ſont lumineuſes & les autres obſcures, il eſt poſſible qu'ils voyent quelquefois les lumineuſes ſemées çà & là, & diſperſées parmi les obſcures, comme ces floccons blancs & clairs des grandes Aurores Boréales complettes, tandis que nous verrons ces mêmes floccons rangés plus réguliérement entre eux, & même en arc, & faiſant une ſuite aſſés continue par la ſuppreſſion ou diminution apparente des intervalles obſcurs, qui ſe fera à notre égard.

3°. La Lune a-t-elle des Aurores Boréales, ou plûtôt Polaires? elle en devroit avoir auſſi-bien que la Terre, & à plus forte raiſon, lorſqu'elle eſt en conjonction avec le Soleil, car alors elle eſt plus proche de lui de 90 mille Lieues, & plus plongée dans ſon Atmoſphere, mais pour cela il faut qu'elle ait une Atmoſphere elle-même, & pluſieurs croyent qu'elle n'en a pas. Cependant M. de Mairan ne croit pas cette

opinion assés sûre pour fonder une décision, il fait voir que la Lune pourroit avoir une Atmosphere, mais moins dense que la nôtre, & assés peu élevée pour nous rendre insensibles les refractions qu'elle causeroit aux rayons des Etoiles. Il croit plûtôt qu'une condition nécessaire pour les Aurores Boréales manque à la Lune, c'est une rotation qui chasse de l'Equateur vers les Poles la matiére du phénomene. Quand il y auroit une rotation, comme elle seroit d'un mois, elle seroit peut-être trop lente & trop foible pour cet effet, mais ce qui est plus certain, c'est que nous ne verrions point les Aurores Polaires de la Lune. Elles ne paroîtroient que dans ses nuits, & par conséquent sur ses parties tournées vers la Terre, & éclairées par elle. Or la lumiére de la Terre sur la Lune y est plus grande que celle de la Lune sur la Terre dans la même raison que la superficie de la Terre est plus grande que celle de la Lune, c'est-à-dire, à peu-près comme 13 à 1, & si les Clairs de Lune nous effacent le phénomene, à bien plus forte raison les *Clairs de Terre* l'effaceroient sur la Lune.

4°. Mercure & Venus, ou du moins Mercure, doivent être toûjours plongés dans l'Atmosphere Solaire, & la matiére en est répandue trop uniformément autour de leurs globes pour y produire des Aurores Polaires; ce sera beaucoup mieux; une lumiére générale dans tout le Ciel pendant les nuits, plus grande seulement vers les Poles à cause de la rotation, & c'est peut-être là ce qui tient lieu de Satellites à ces Planetes, la Nature en aura trouvé l'équivalent dans leur grande proximité du Soleil. Quoi qu'il en soit, M. de Mairan pense que cette matiére étrangere répandue autour de Venus, peut servir à expliquer pourquoi dans des circonstances également favorables les mêmes Taches de cette Planete sont tantôt vûes, & tantôt ne le sont pas; l'Atmosphere Solaire aura varié de densité, ou seulement d'étendue. Pour Mercure, on le voit si peu, qu'on n'en sçauroit guere parler à cet égard.

5°. La Terre seroit dans le cas où est toûjours Mercure, s'il arrivoit que l'Atmosphere Solaire prît à demeure une étenduë à envelopper notre globe. Alors des trois principes,

que nous avons dit qui influent ſur la formation des Aurores Polaires, deux ceſſeroient d'avoir lieu, & il ne reſteroit que l'aſcendance ou deſcendance de la Terre, qui donneroit plus de force aux Aurores Boréales qu'aux Auſtrales, ou au contraire.

6°. Dans la matiére de l'Atmoſphere Solaire, auſſi agitée par la proximité du Soleil, il doit ſe faire inceſſamment des amas, des ſéparations, des mêlanges, qui ſe ſuccederont d'une infinité de maniéres ſans régularité apparente. Peut-être les Taches du Soleil ſont-elles des amas de la matiére de l'Atmoſphere qui ſe ſera épaiſſie en quelques endroits, & ils retomberont alors ſur le globe du Soleil, où la grande violence du mouvement les rediſſoudra au bout d'un certain temps. Cette eſpece de circulation ſeroit analogue à celle des Eaux de la Mer, qui s'en élevent en vapeurs, y retombent, *s'élevent de nouveau*, &c. Il ſeroit bon, pour appuyer cette idée, qu'il y eût plus de Taches dans le Soleil, ſoit dans les temps où les Aurores Boréales ſeroient plus fréquentes ou plus fortes, ſoit dans ceux où elles le ſeroient moins, ou ne paroîtroient point. Dans le 1er cas ce ſeroit que l'Atmoſphere Solaire ſeroit devenue plus denſe en ſon total. Dans le 2^d, elle ſe ſeroit trop dépurée dans ſes parties les plus hautes. Toûjours ſera-t-il fort à propos d'obſerver à l'avenir s'il y a quelque correſpondance entre les temps des deux phénomenes, les Taches du Soleil & les Aurores Boréales.

7°. Puiſque notre Soleil a une Atmoſphere, les autres Soleils ou les Etoiles fixes en peuvent avoir auſſi, ils le doivent, du moins pour la plûpart. La proportion du diametre de leurs globes à celui de ces Atmoſpheres, doit extrêmement varier, & s'il y en a quelqu'un dont l'Atmoſphere ſoit ſi grande qu'elle ſoit viſible pour nous, & ſi épaiſſe par ſa grandeur, & peut-être ſi denſe par elle-même, qu'elle nous obſcurciſſe ſon Soleil, le tout ne nous paroîtra qu'un petit nuage lumineux. Il eſt aiſé d'imaginer les variétés qui arriveront ſelon cette idée, des Etoiles tantôt plus, tantôt moins viſibles, & qui même paroîtront & diſparoîtront par repriſes ſelon que leurs Atmoſpheres varieront de grandeur ou de

densité. Des Etoiles voisines, dont les Atmospheres se mêleront en partie, & en cas qu'elles en effacent assés les Soleils, formeront dans le Ciel des Taches lumineuses, & de figure irréguliére, moins brillantes que les Etoiles, & moins obscures que le Bleu du Ciel, &c.

8°. La chevelure des Cometes, cette chevelure qui a paru leur être si essentielle, qu'elles en tirent leur nom, s'offre naturellement dans le Sisteme de M. de Mairan. Elles la prennent dans leur Périhélie, & aux environs, lorsqu'elles traversent l'Atmosphere du Soleil dans des endroits qui en sont assés proches, & par-là plus denses. Elles s'y chargent de cette matiére, comme feroit un fort Aiman d'une limaille de Fer à travers de laquelle on le traineroit. C'est la comparaison de M. de Mairan. M. Newton conçoit que quand la Comete a passé près du Soleil, il en a tiré par la violence de son action les vapeurs & les exhalaisons qui sont la matiére de la chevelure, mais il n'est guere possible qu'elles ayent monté aussi haut qu'il faudroit par rapport au centre de la Comete. Quelquefois son globe n'a pas pour diametre la 15me partie du diametre total de ce globe & de la chevelure, ce qui donnera toûjours à celle-ci une hauteur énorme, & fort disproportionnée à toutes les élévations pareilles. De plus la chevelure d'une Comete est toûjours transparente comme la Lumiére Zodiacale ou l'Atmosphere Solaire, puissant indice que c'est là l'origine de la chevelure.

9°. Cette chevelure étant formée, s'il se trouve une cause qui la dérange assés pour ne la laisser ronde que du côté du Soleil, & l'étendre en long du côté opposé, il est clair que la Comete aura une Queuë toûjours à l'opposite du Soleil. On a vû, par des expériences du Miroir ardent, que les rayons du Soleil y ont une force impulsive, capable de pousser en avant quelques corps legers, ce qu'ils ne feroient pas hors-de-là. Près de leur source, ou du Soleil, ils peuvent avoir cette même force à l'égard de la matiére légere & déliée qui fait la Chevelure de la Comete.

Il semble que selon cette idée, Mercure & Venus devroient

avoir des Queuës. Mais il faut pour l'*expansion* de ces Queuës, qu'elle se fasse d'un milieu plus dense dans un plus rare. Mercure & Venus qui se meuvent circulairement à peu-près autour du Soleil, sont toûjours dans un milieu ou fluide uniforme, & également résistant, au lieu que les Cometes qui se meuvent autour du Soleil dans des Ellipses si prodigieusement allongées, qu'on les peut prendre pour des Paraboles, vont toûjours, du moins après leur Périhélie, & tant qu'elles sont dans l'Atmosphere Solaire, d'un milieu plus dense dans un plus rare.

Voilà quel est en gros, mais extrêmement en gros, le Livre de M. de Mairan. Il est si plein, qu'il nous a été impossible de ne lui pas faire beaucoup de tort par un Extrait.

NOus avons parlé en 1726* du beau Présent que fit à l'Académie le R. P. Parennin, Jesuite, célebre Missionnaire à la Chine où il est depuis plus de trente ans, & de deux Lettres, dont il accompagna ce Présent, fort bien écrites, & fort instructives sur quantité de particularités curieuses. Quand l'Académie en corps eut fait son devoir à l'égard du P. Parennin, M. de Mairan prit cette occasion pour lui écrire en son particulier, & lui proposer, comme à l'homme du monde le plus capable de le bien satisfaire, diverses Questions sur la Chine, & principalement sur l'état des Sciences dans un Pays si fameux & si distingué précisément par cet endroit-là. Comme les Lettres de M. de Mairan étoient raisonnées, sçavantes, & fondées sur une aussi grande connoissance de la Chine qu'on la puisse avoir jusqu'à présent, elles furent jugées dignes d'être lûës dans les Assemblées.

* p. 17. & suiv.

Dans le 21me Recueil des *Lettres édifiantes & curieuses* des Missionnaires de la Compagnie de Jesus, publié en 1734, on voit une belle & ample réponse du P. Parennin à M. de Mairan, datée de Pekin du 11 Août 1730, M. de Mairan y a répondu en cette année 1732. C'est la derniére Lettre qu'il ait écrite & lûë à l'Académie, & nous allons rendre un compte fort

abregé du tout, parce qu'il paroît qu'un article important est desormais terminé, ou à peu-près.

La Chine a une grande réputation d'être sçavante. Les honneurs déférés aux Sçavants, les privileges dont ils jouissent, y sont presque aussi anciens que la Monarchie, qui a trois ou quatre mille ans d'ancienneté. Pendant une si longue suite de Siécles, il a regné une paix perpétuelle, à quelques interruptions près qui ont été passageres, & n'ont point changé la premiére forme du gouvernement. Le besoin de régler les temps par des Cycles, d'autant plus grand que la Chine est un Etat plus philosophiquement ordonné, & le besoin encore plus fort, quoiqu'imaginaire, que tous les Chinois se sont fait de l'Astrologie, ont dû pousser l'Astronomie à un haut point de perfection, & par conséquent la Géométrie dont elle dépend. Une Nation tant soit peu éclairée a une Medecine, & plus éclairée à un certain point, elle a une Phisique. Comment donc, disoit M. de Mairan au P. Parennin, comment se fait-il que les Chinois, malgré les avantages singuliers qu'ils ont par rapport aux Sciences, n'y soient encore parvenus qu'à un degré très-inférieur à celui où elles sont en Europe?

Heureusement le P. Parennin étoit trop habile, & avoit vû la Chine avec de trop bons yeux pour s'être laissé emporter à l'admiration excessive que quelques Sçavants Européens en ont conçûë. Il convenoit du fait, de la grande infériorité des Sciences Chinoises, mais il en découvroit les causes qui peuvent la justifier.

Il ne croit pas trop, comme il est naturel & ordinaire de le croire, que la singularité de la Langue & de l'Ecriture Chinoise soit un grand obstacle aux Sciences. Les Tartares Mantcheoux, dont la Langue & les Caracteres n'ont pas cet inconvénient, ne laissent pas de reconnoître la supériorité du Chinois en certains points, mais c'est-là un article qui n'a pas encore été assés discuté. Apparemment il le sera quelque jour.

Les Mandarins des Mathématiques à la Chine n'y sont pas dans un rang & dans une considération qui les doive engager à faire de si grands efforts pour arriver à ces postes ou pour

y briller. Ils ſont inférieurs & ſubordonnés aux autres Mandarins Lettrés, qui ſont des Magiſtrats de Judicature, ou de Police, obligés à poſſéder les Loix & les principes du Gouvernement. Leur préfereroit-on des Calculateurs d'Eclipſes ou de Calendriers?

Un préjugé, aſſés naturel par lui-même, mais fortifié dans les Chinois par tout l'art poſſible de l'éducation, & ſoûtenu par l'attention continuelle du Gouvernement, eſt le reſpect pour l'Antiquité. Ce qui a été d'abord, c'eſt ce qu'il pouvoit y avoir de mieux, ils ſont contents, ravis de joye, pourvû que ce qui a été ſoit encore. On ſçait qu'ils rendent une eſpece de culte à leurs Ancêtres, & les Sciences, telles que ces Ancêtres les ont eûës, ſont par cela ſeul conſacrées, on ne peut y toucher ſans une ſorte d'impiété. Les Pendules & les *Lunettes qu'on* leur a portées d'Europe, & dont ils ne peuvent méconnoître les avantages ſi ſenſibles pour l'obſervation, demeurent cependant oiſives dans leurs Obſervatoires. Il ne leur faut pas plus de préciſion que celle à laquelle ils ſont accoûtumés, & quant à l'Aſtrologie, il eſt bien ſûr que la plus mauvaiſe Aſtronomie lui ſuffit, à quoi lui ſerviroit que ſes principes ou les poſitions céleſtes fuſſent juſtes! Ses concluſions n'y peuvent jamais avoir aucun rapport réel, & le hazard décidera toûjours également des prédictions.

Il ſeroit trop faux & trop injuſte d'en dire autant de la Médecine, mais les Chinois ont des traditions d'obſervations médicinales, & de remedes qui réuſſiſſent aſſés, le tout apparemment ancien auſſi, & ils regarderoient comme inutiles des ſpéculations Phiſiques, dont ils ne verroient pas un uſage ſenſible & prochain. Leur horreur pour les diſſections des Cadavres d'Hommes ne doit pas nous ſurprendre. Nos Anatomiſtes, à la vérité, en ſont bien exempts, mais le gros du monde parmi nous n'en eſt-il pas toûjours frappé, & les Anatomiſtes ne s'en plaignent-ils pas ſans ceſſe?

De cette eſpece d'Apologie, beaucoup plus étenduë & mieux tournée par le P. Parennin, & reçûë pour vraye, comme elle l'eſt, il en réſulte toûjours pour M. de Mairan, que les

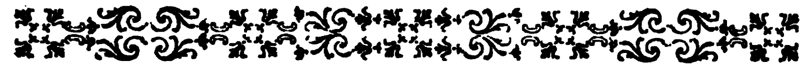
Chinois n'ont point le génie d'invention, de découverte, de ſagacité; qui brille tant aujourd'hui dans l'Europe ſçavante. S'il étoit né parmi eux des Galilées, des Deſcartes, des Newtons, & combien d'autres noms pourrions-nous ajoûter? leurs lumiéres auroient forcé tous les obſtacles par la ſeule impoſſibilité de demeurer captives. Il paroît en général que l'eſprit de l'Orient eſt plus tranquille, plus pareſſeux, plus renfermé dans les beſoins eſſentiels, plus borné à ce qui ſe trouve établi, moins avide de nouveautés que l'eſprit de l'Occident. Cela produit, & particuliérement à la Chine, un gouvernement plus uniforme, des mœurs plus conſtantes, des loix plus durables, mais les Sciences demandent une activité inquiéte, une curioſité qui ne ſe laſſe point de chercher, une ſorte d'incapacité de ſe ſatisfaire. Ne ſe ſera-t-il point par-là quelque compenſation entre l'Orient & l'Occident?

M. de Mairan, dans ſa derniére Lettre, a ébauché un Parallele curieux de l'ancienne Egipte & de la Chine. Il ſuffit d'en indiquer l'idée pour mettre ſur la voye ceux qui connoîtront aſſés l'une & l'autre Nation, ils trouveront des conformités remarquables & preſque ſurprenantes. Peut-être ſi cette Egipte, enveloppée de miſteres ſi impoſants, & de tenebres ſi auguſtes, avoit été diſcutée par les Grecs ou les Romains comme la Chine l'eſt aujourd'hui par nous, n'auroit-elle pas moins perdu de ſa gloire ſur les Sciences.

V. les M. p. 494.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires Les Obſervations Météorologiques de 1732 par M. Maraldi.





ANATOMIE.

SUR DES HIDROPISIES ENKISTÉES dans les Poumons & dans le Foye.

IL n'est pas rare que de la Lymphe ayant crevé ses Vaisseaux, s'épanche dans les cavités qu'elle rencontrera, c'est-là une Hidropisie. La cause de cette rupture des Vaisseaux Limphatiques sera ou un relâchement accidentel qui leur sera survenu, & les aura rendus incapables de résister à l'effort de la liqueur, ou *une obstruction* formée en quelque endroit. Mais il est rare que ces Vaisseaux qui s'ouvrent ordinairement dans une cavité, se rompent dans la substance des Visceres, & sur-tout dans celle des Poumons, que la Limphe s'y répande & s'y amasse en assés grande quantité pour former une très-grosse tumeur, & qu'elle s'y fasse elle-même une enveloppe, d'où il résulte une Hidropisie enkistée d'une espece particuliére. V. les M. p. 260.

S'il est rare que cette espece d'Hidropisie se forme, il l'est encore plus d'en trouver trois dans un même sujet; M. Maloët les a vûës dans le corps d'un Soldat Invalide, où il y en avoit une dans chaque Poumon, toutes deux fort considérables par rapport au volume de ces Visceres, & une troisiéme, mais moindre, dans le Foye.

Ces trois Hidropisies ou tumeurs aqueuses étant formées dans la substance de ces Visceres, la membrane propre dont ils sont revêtus, leur servoit de premiére enveloppe; elles avoient pour seconde enveloppe le Kiste même.

Les deux Poumons se divisent en Lobes, ceux-ci en Lobules, qui se divisent encore en une infinité d'autres plus petits, composés de Vésicules, où l'air entre apporté par les Bronches ou rameaux de la Trachée Artere qui y aboutissent. Quand le sang se répand dans les Vésicules par la rupture de

quelques-uns des Vaiſſeaux ſanguins dont elles ſont environnées, le mouvement de l'expiration fait paſſer ce ſang extravaſé dans les Bronches, & il ſort par la Trachée & par la Bouche. Si la Limphe, extravaſée dans les Poumons de l'Invalide de M. Maloët, avoit été dans les Véſicules, elle en ſeroit ſortie de même, & il ſeroit arrivé au Malade de cracher beaucoup, ce que l'on n'a pas remarqué; par conſéquent il ne s'en ſeroit point fait d'amas. Il faut donc que l'épanchement ait été dans les interſtices qui ſéparent les Lobules des Poumons, & que la Limphe épanchée n'ait point paſſé dans les Véſicules dont ces Lobules ſont compoſés.

Il n'a pû ſe faire un pareil amas de Limphe extravaſée, qui alloit à la quantité d'environ un demi-ſeptier dans chaque Poumon, ſans gêner & comprimer étrangement leurs Véſicules; de-là la difficulté de reſpirer, de ſe tenir couché ſur le dos, & même ſur les côtés, le Malade n'ayant pû être que ſur ſon ſéant. Cette difficulté étoit proportionnée au volume de la Limphe épanchée, & au lieu qu'elle occupoit.

Un épanchement de cette nature met le Malade hors de portée de tout ſecours, & ſe dérobe aux connoiſſances de la Médecine, tant parce qu'il ne tombe pas ſous les ſens, & ne vient pas même dans l'imagination à cauſe de ſa rareté, que parce que les ſimptomes qu'il produit ſont communs à d'autres maladies très-fréquentes.

La Limphe qui étoit contenuë dans le Kiſte du Foye n'étoit pas auſſi pure que celle des Kiſtes des Poumons. Sa couleur étoit jaune, mêlée de vert, ce qui marque que quelque portion de Bile avoit pénétré dans ce Kiſte à travers les Membranes des Glandes du Foye, ou des Pores Biliaires.

Tous ceux qui ont vû & examiné ces Kiſtes, ont été perſuadés avec M. Maloët, qu'ils n'étoient pas des Membranes vrayes, précédemment faites & ſimplement dilatées par la liqueur extravaſée, mais des envelopppes qu'elle s'eſt faites à elle-même après ſon épanchement, de fauſſes membranes formées par une eſpece de concrétion. On n'y a vû avec le Microſcope, ni Fibres, ni Vaiſſeaux, ni apparence de tiſſu, mais

ſeulement un aſſemblage de molécules inégales & irréguliéres, telles qu'on en voit dans la Colle-forte, ou dans le Papier brouillard. Ces enveloppes étant molles & humides avoient quelque élaſticité, mais deſſéchées elles n'en conſervoient plus comme auroient fait de vrayes Membranes. Quand on les preſſoit avec les doigts, elles ſe réduiſoient en une eſpece de bave & de mucilage, au lieu que d'une Membrane il en reſteroit toûjours beaucoup de filets qui ne ſe détruiroient point, & qui tout au plus ſe romproient.

M. Maloët a remarqué que ces Kiſtes étoient formés par couches qui ſe ſéparoient facilement avec les doigts, & qui même avoient commencé à ſe ſéparer d'elles-mêmes dans les bords des ouvertures qu'on y avoit faites.

Il faut pour la production d'une fauſſe Membrane en général, *que les parties* de la Limphe les plus filamenteuſes, les plus rameuſes, pouſſées vers la circonférence du Kiſte par les parties les plus ſubtiles & les plus agitées, s'y amaſſent, s'accrochent ou ſe collent les unes aux autres; mais il faut apparemment pour la production d'une enveloppe par couches diſtinctes, que leurs formations ayent été ſéparées par quelques intervalles de temps, comme le ſont celles des Cercles concentriques d'un gros Arbre. Or il eſt aiſé de concevoir que les parties filamenteuſes de la Limphe ne ſont pas toûjours ni en aſſés grande quantité, ni aſſés favoriſées par les accidents du mouvement, pour aller former une couche de la fauſſe Membrane. Il n'y aura pas des intervalles auſſi réguliers que dans le cas de l'Arbre, mais il y en aura, ou plûtôt il pourra y en avoir, car il n'eſt pas démontré que toutes les enveloppes pareilles ſoient par couches. Les propoſitions générales ne conviennent pas à la Phiſique comme à la Géométrie.

OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

M. Hunauld a donné ſur la Graiſſe les Remarques ſuivantes. 1°. On trouve ordinairement ſous la peau des Fœtus, & des petits Enfants, une aſſés grande quantité de Graiſſe, & preſque point autour de leur Cœur; on n'y en apperçoit que deux ou trois petits pelotons vers ſa baſe; & il paroît qu'il y en a d'autant moins que les Sujets ſont plus jeunes. Au contraire dans les Adultes, à proportion moins gras que ces petits Sujets, le Cœur eſt environné de graiſſe à ſa baſe, il en a encore à ſa pointe, on en voit autour des gros Vaiſſeaux qui partent de ce Viſcere, & le long de ceux qui rampent ſur ſa ſurface.

2°. L'Epiploon des Fœtus eſt beaucoup moins gras à proportion que celui des perſonnes plus âgées. M. Hunauld n'a jamais vû dans un Enfant, quelque gras qu'il fût, le Méſentere auſſi chargé de graiſſe, que dans la perſonne âgée la plus maigre.

3°. Il y a aſſés d'exemples de perſonnes avancées en âge, qui paroiſſoient d'une maigreur extrême, & dont les Viſceres étoient ſurchargés de graiſſe.

4°. On ſçait que quand les Cellules de la Membrane Adipeuſe ſe rempliſſent d'une matiére huileuſe, c'eſt ce qu'on appelle *engraiſſer*, & qu'on maigrit au contraire quand elles ſe vuident. Selon M. Hunauld, ce ſont les cellules les plus extérieures de cette Membrane qui ſe rempliſſent les premiéres, & qui ſe vuident les derniéres. De-là il ſuit que quand cette Membrane eſt poſée ſur quelque partie muſculeuſe, la graiſſe ſemble fuir le Muſcle, & ce devroit être le contraire, ſi elle étoit faite pour en faciliter l'action, comme on le croit communément, parce qu'elle donnera plus de ſoupleſſe aux parties qui doivent ſe mouvoir. Ainſi dans les perſonnes d'un médiocre embonpoint, cette Membrane, dont par conſéquent

beaucoup de cellules ſont vuides & affaiſſées les unes ſur les autres, eſt trop éloignée du Muſcle pour lui pouvoir fournir ſa matiére onctueuſe, & de plus la Membrane Aponeurotique, dont la plûpart des Muſcles ſont recouverts, eſt d'un tiſſu trop ſerré pour ſe laiſſer ſi aiſément pénétrer.

Quel eſt donc l'uſage de la Graiſſe? on ne le ſçait pas encore, les faits que nous avons poſés le rendront-ils plus aiſé, ou plus difficile à découvrir?

II.

Pluſieurs Anatomiſtes ont vû quelquefois des Appendices dans l'Inteſtin Iléon. On n'a point marqué dans les deſcriptions qu'on en a faites, quelles étoient les poſitions de ces Appendices par rapport à l'Inteſtin; car, quoique les figures, quand il y en a, les repréſentent dans une poſition perpendiculaire, peut-être n'a-t-on voulu par-là que les rendre plus ſenſibles à l'œil, & mieux détachées. M. Hunauld en a vû une dans un jeune Sujet, couchée le long de l'Iléon, un peu tortueuſe, ſe terminant en pointe, placée tout auprès de l'attache du Méſentere, longue de quatre pouces, ayant ſon orifice tourné vers la fin de l'Inteſtin, & ſon fond vers le commencement, ſemée de Glandes dans toute ſa longueur, & ſur-tout de Glandes *ſolitaires* vers ſon orifice. Il ſera bon de prendre garde à l'avenir ſi cette ſituation des Appendices eſt conſtante, ou ne l'eſt pas.

III.

M. Lindern, Médecin de Straſbourg, jouant au Trictrac, un Dé tomba, qui fut auſſi-tôt avalé par un Chien. L'Animal le vomit 11 ou 12 heures après, avec de violents efforts. La ſubſtance oſſeuſe du Dé étoit diminuée de moitié, mais les petites chevilles de bois que l'on y avoit enfoncées pour marquer les Points, par leurs extrémités noires, n'avoient ſouffert aucune diminution, & par conſéquent débordoient beaucoup de l'Os. Si le changement arrivé au Dé dans l'Eſtomac du Chien avoit été l'effet d'une Trituration, elle auroit agi ſur le bois auſſi-bien que ſur l'Os, & plus même ſur le bois qui eſt plus tendre, mais il eſt naturel que des Diſſolvants

ayent agi sur un Os qui peut être un aliment pour un Chien, & non pas sur du bois qui n'en est pas un. L'Académie tient ce fait de M. Martin Docteur en Médecine à Lausane, dont il a déja été parlé en 1725*, ami de M. Lindern.

* p. 21. & 22.

IV.

Encore une autre preuve contre la Trituration, qui vient du même lieu. M. Lindern a vû à Strasbourg, trois Ventricules de Cochon, garnis exactement dans tout leur contour intérieur, d'une substance pierreuse comme du Moëlon, & remplis entiérement de cette substance, excepté l'espace occupé par un canal d'un doigt de diametre, qui dans ces trois Estomacs s'étoit conservé depuis le bas de l'Oesophage jusqu'au Duodenum. La chair des Cochons étoit belle & saine, & se vendit très-bien. Le mouvement de trituration ne se seroit pas fait dans ces Estomacs si bien incrustés de pierre, & si roides, mais des Dissolvants qui se seroient conservé de petites routes, pouvoient couler dans le Canal resté, & y exercer leur action.

V.

Il est presque incroyable que les accès d'une Fiévre, qui résiste à tous les remédes connus, ne viennent point par la seule raison que le Malade, au lieu d'être au lit, est assis dans un fauteuil. C'est cependant ce que le même M. Martin a vû, & qu'on peut croire qu'il a bien examiné. Il ajoûte en confirmation, que de deux hommes qu'il nomme, l'un a des mouvements convulsifs dès qu'il est couché, & à son premier sommeil; l'autre, ensuite d'un coup à la tête, avoit eu pendant plusieurs années, une peine extrême à parler, lorsqu'il étoit couché. Qui se fût imaginé que la situation horisontale, si naturelle, & presque toûjours si nécessaire aux Malades, pût être si incommode, ou si pernicieuse dans les cas marqués?

VI.

M. Gaulard Docteur en Médecine a lû à l'Académie, la Relation du fait suivant, qui lui avoit passé par les mains.

Une Femme, qui ayant eu 13 Enfants, avoit cessé d'en

avoir à 40 ans, & avoit perdu ses Regles à 45, sentit à 70 ou 71 ans, de plus violentes douleurs que celles qu'elle avoit eûës dans toutes ses grossesses, & enfin accoucha, pour ainsi dire, assés naturellement, & presque sans secours, d'une grosse masse de chair, qu'on eût pû prendre pour une Mole. Elle étoit du poids de quatre livres, composée de fibres charnuës, & d'un Lacis d'un grand nombre de Vaisseaux, dont les plus gros l'étoient comme une Plume à écrire; il n'y paroissoit point de Nerfs. La Malade depuis son dernier accouchement, avoit toûjours joui d'une parfaite santé, à quelques chaleurs, & quelques ardeurs près dans le bas Ventre & dans les Reins. Elle étoit fort replette, & quand elle avoit senti son Ventre grossir, elle avoit crû engraisser encore.

Le lendemain qu'elle se fut délivrée, il se trouva qu'elle ne *l'étoit pas* tout-à-fait. Une Sage-femme ayant introduit sa main dans la Matrice, y sentit un Corps qu'elle ne put tirer, & auquel elle ne voulut pas faire violence, mais il vint ensuite de lui-même se presenter hors du Vagin en partie. Il étoit très-dur, de la grosseur du Poing, & des déchirures de fibres marquoient que le premier Corps sorti avoit été attaché à ce second. M. Gaulard crut que ce second étoit la Matrice qui se renversoit. Tous les autres, ou Médecins, ou Chirurgiens, que la singularité du fait attira, furent d'avis que c'étoit encore un Corps étranger. Ils disoient, & avec raison, que quand ils avoient vû, après des accouchements, la Matrice se renverser, elle n'avoit point la figure de ce Corps, mais M. Gaulard répondoit que dans 9 mois d'une grossesse, la Matrice ne devoit pas avoir tant souffert, que pendant 20 années peut-être, qu'elle avoit été chargée du premier Corps, qui avoit changé sa configuration naturelle, & dérangé ses fibres. M. Gaulard demeuroit toûjours seul de son parti, & cela même l'ébranloit un peu.

Pendant plusieurs jours, le second Corps s'allongea de deux doigts hors du Vagin, soit naturellement, soit plûtôt par le tiraillement de différentes personnes, qui tâchoient de l'arracher, & le tordoient même dans ce dessein. Quand il

fut à ce point d'allongement, il n'y eût qu'une voix pour y faire une ligature, qu'on ſerreroit tous les jours de plus en plus. On jugeoit ce Corps ſquirreux, quel qu'il fût en lui-même, & la ligature devoit le faire tomber. Il eſt remarquable que de tout cela il n'en arriva aucun accident, & que le Poulx de la Malade ne ſortit preſque pas de ſon état naturel.

Elle vécut 17 ou 18 jours après la ligature, mais comme elle avoit un dégoût invincible pour tous les aliments, elle tomba dans un extrême affoibliſſement, & mourut le 37 ou 38me jour de ſa maladie. M. le Dran, fameux Chirurgien, l'ouvrit, & la queſtion ſur le ſecond Corps ne fut pas encore bien décidée, mais elle le fut par la diſſection exacte qui ſe fit en particulier. C'étoit ſûrement la Matrice. Et ſelon toutes les apparences, une excroiſſance Polipeuſe formée dans ſa cavité, l'avoit entraînée en deſcendant, & ſe détachant, & avoit été la premiére cauſe du renverſement, aidé enſuite par la compreſſion réïtérée des Muſcles du bas Ventre, & par l'action des parties voiſines. Si on avoit eu cette vûë aſſés tôt, il n'auroit peut-être pas été impoſſible de faire rentrer la Matrice, au lieu qu'on ne ſongeoit qu'à la tirer en dehors, faute de la prendre pour ce qu'elle étoit.

VII.

Une Dame de Dauphiné, âgée de 47 ans, ayant été frappée d'une violente douleur, au mois de Septembre 1729, par la mort de ſon fils unique, commença dès-lors à tomber dans un état très-languiſſant, & dans une maigreur qui ne fit plus qu'augmenter. Au bout de 19 mois, M. Patras Docteur en Médecine à Grenoble, de qui l'Académie tient cette Relation, la trouva attaquée d'une fiévre lente, & il lui ſentit dans l'Hipogaſtre, une tumeur dure, de la groſſeur dont la Matrice peut être dans une groſſeſſe de trois mois & demi, & il crut qu'en effet c'étoit la Matrice. Il y avoit déja quelque temps que cette Dame avoit perdu ſes Regles depuis ſon malheur.

Le mal devenoit toûjours plus conſidérable, tout l'Abdomen s'enfla,

s'enfla, on sentoit des eaux répanduës dans sa capacité, & on se résolut à la Ponction, qui fut faite deux fois à la Campagne, dans l'Automne de 1731. Par la 1ere opération, on n'eut que quelques gouttes d'eau, & par la 2de rien du tout.

Comme l'enflure du Ventre toûjours plus grande, causoit une violente oppression de Poitrine, M. Patras crut qu'il falloit recommencer la Ponction, mais dans un autre endroit que celui où elle avoit été faite à la Campagne. Le Médecin qui l'avoit ordonnée ne comptoit que sur l'Hidropisie *ascite* qu'il voyoit, & non sur cette tumeur de l'Hipogastre, que M. Patras connoissoit, & qui étoit alors cachée par l'Hidropisie. M. Patras fit donc choix d'un autre lieu pour la Ponction, mais à son grand étonnement, il ne sortit encore rien que quelques gouttes de sang. Cependant la fluctuation des Eaux dans l'Abdomen étoit très-sensible, & à tel point que M. Patras crut ne se devoir pas rebuter par les tentatives inutiles de Ponction, car tous les autres remedes n'avoient aucun effet, l'opération fut réïtérée, & il ne vint absolument rien.

Ensuite les Jambes de la Malade s'ouvrirent naturellement, & il en sortit pendant quinze jours beaucoup de sérosités, qui étoient, du moins en partie, celles de l'Abdomen, puisque l'oppression de Poitrine diminua considérablement, mais ce fut le seul soulagement qui s'en ensuivit. La fiévre lente ne discontinua point, & M. Patras, qui put alors reconnoître facilement cette tumeur de l'Hipogastre qu'il avoit d'abord sentie, la trouva extrêmement augmentée. De plus elle lui paroissoit accompagnée d'un bord saillant, d'une espece de ceinture qui la traversoit d'un côté à l'autre sous l'Ombilic. Cette ceinture étoit d'une consistence molle, & peut-être d'un demi-pouce de relief.

Enfin la Malade entiérement épuisée de forces, horriblement maigrie & attenuée, ne pouvant plus prendre d'aliments, mourut le 1 Mai 1732.

On l'ouvrit. Nous irons promptement au point essentiel, en supprimant toute l'histoire, quoique curieuse & instructive, des difficultés que l'on eut encore à bien démêler des parties

qui ne tenoient presque plus rien de l'état naturel. M. Patras reconnut sûrement que la tumeur de l'Hipogastre qu'il avoit sentie d'abord, & qu'il avoit crû être la Matrice, étoit le Rein gauche si prodigieusement augmenté qu'il pesoit 35 Livres. Sa structure naturelle étoit altérée à proportion de cette augmentation de grandeur & de poids. Cette espece de ceinture dont on sentoit le relief, étoit le Colon qui passoit sur la tumeur, & s'y étoit attaché.

Il n'est plus étonnant que l'on sentît des Eaux qui flotoient dans l'Abdomen, & que les Ponctions n'en tirassent pourtant rien. Ces Eaux ne flotoient que dans les intervalles vuides que laissoit l'énorme masse du Rein, il ne s'en trouvoit pas assés dans les endroits précisément où le Trois-quart perçoit, ce peu se déroboit peut-être, & se rangeoit ailleurs, & quand l'Instrument étoit retiré, & qu'on appliquoit la Cannule, on ne l'appliquoit que contre une masse assés solide. Ce qu'il y a ici sur-tout de remarquable, c'est que de grandes afflictions puissent changer à cet excès jusqu'à la structure du Corps humain.

VIII.

Voici encore un fait de même espece à peu-près, & plus surprenant par certains endroits, un Epiploon augmenté au point de peser 13 Livres 9 Onces, & si endurci, qu'il fallut employer la Scie pour l'ouvrir dans toute sa longueur & sa profondeur, encore ne fut-ce qu'avec peine qu'on en vint à bout. L'Epiploon est, comme on sçait, une double Membrane qui s'attache à l'Estomac, à la Ratte, au Colon, & qui couvre les Intestins. C'est une espece de Sac, semé de Vaisseaux & de Bandes graisseuses, qui le font paroître divisé en plusieurs Lobes ou Bosses. Il abonde tellement en graisse, que quelques-uns l'ont pris, quoique cette raison ne suffise pas, pour la source de toute la graisse du Corps. L'Epiploon, dont il s'agit ici, étoit véritablement ossifié, mais non pas uniformément. Il y paroissoit une infinité de feuillets membraneux très-minces, mais fortement adhérents à plusieurs pelotons osseux. Ces pelotons avoient été de la graisse dans l'état na-

turel, & les feuillets, les membranes ou cellules qui l'avoient recouverte, ou enfermée. C'est à M. Mongin, Docteur en Médecine de la Faculté de Paris, que l'on doit cette Observation, qu'il a donnée dans un détail très-exact & très-sçavant. Il a même fait voir à l'Académie cette masse Epiploïque, qui ressembloit par la forme de son volume à un gros Melon.

Il peut paroître d'abord étrange que de la graisse devienne osseuse, mais on sçait par expérience que les Acides durcissent les matiéres huileuses, telles que la Cire, & les mettent en état de pouvoir être réduites en poudre. M. Mongin a apporté l'exemple d'un Malade condamné à ne vivre que de Lait de Vache, en qui l'évacuation du Ventre ayant été entiérement supprimée, on lui tira de l'Anus une infinité de petites Pierres, qui ne pouvoient avoir été formées que de la graisse du Lait sur laquelle un violent Acide des Intestins avoit agi. Les Phisiciens connoissent plusieurs ossifications ou pétrifications arrivées aux parties animales qui en paroissent les moins susceptibles, & nous en avons rapporté une assés remarquable en 1703 *.

* p. 26. & suiv. 2de Edit.

L'Epiploon ossifié étoit celui d'une Fille de 73 ans, qui dès l'âge de 34 avoit senti un poids & une tumeur au dessous de l'Estomac. L'augmentation en fut continuelle jusqu'à l'âge de 70 ans qu'elle cessa, & alors le volume fut énorme, mais cette Fille, qui étoit naturellement agissante, ne laissa pas de l'être toûjours, & sans beaucoup d'incommodité, soit parce qu'elle s'accoûtumoit à un mal qui n'augmentoit que très-lentement, soit plûtôt parce que cette grosse tumeur, ainsi qu'on le vit sûrement à l'ouverture du Corps, étoit roulante, & s'accommodoit aisément à toutes les situations que la Malade vouloit prendre. Une chute qu'elle fit sur le Ventre à 72 ans $\frac{1}{2}$ avança apparemment ses jours, elle en devint Hidropique, parce que des Vaisseaux Limphatiques pressés par la masse & par le poids de la tumeur se rompirent. Elle mourut au bout de six mois, après avoir souffert une Ponction qui réussit fort bien, mais n'étant plus en état d'en soûtenir une seconde.

CEtte année parut un Ouvrage de M. Winſlow, intitulé *Expoſition Anatomique de la ſtructure du Corps humain.* In quarto.

Que l'on s'imagine un Vaiſſeau de 100 piéces de Canon, dont on veuille décrire exactement, & dans tout le détail poſſible, toutes les différentes parties, en les comptant pour différentes, quelque peu qu'elles le ſoient, toutes les Planches, telles qu'elles ont été employées dans la conſtruction, leurs étenduës, leurs poſitions, leurs courbures, tous les Mats, tous les Cordages, toutes les Voiles, toutes les Poulies, toutes les Chambres, toutes les Cavités, les Cloiſons, & juſqu'aux Ferrures & aux Clous, on voit que ce ſeroit une deſcription immenſe, & d'un prodigieux travail. Si l'on conçoit maintenant le Vaiſſeau réduit au volume du Corps d'un Homme, en conſervant les mêmes parties dans leurs premiéres proportions, quoiqu'extrêmement diminuées, on voit que la deſcription deviendra beaucoup plus difficile, non par le nombre des parties qui ne ſera pas augmenté, mais par leur petiteſſe, qui le plus ſouvent ne permettra preſque pas qu'on les démêle les unes d'avec les autres. Et que ſera-ce donc, ſi à cette même Machine ainſi réduite, on y ajoûte dans toute ſa capacité, & ſans augmenter ſon volume, une infinité de Machines Hidrauliques & Chimiques, de Tuyaux qui porteront & rapporteront des Liqueurs, de Vaiſſeaux diſtillatoires, de Récipients, &c.! tel eſt cependant le Corps humain, ſujet du Livre de M. Winſlow.

C'eſt une ſimple Expoſition des faits vûs à l'œil, ou tout au plus au Microſcope, en ſuppoſant néantmoins les différentes préparations, & les précautions délicates que demande aujourd'hui la pratique de l'Anatomie. La Conjecture, qui eſt une autre eſpece d'Oeil ou de Microſcope, mais ſouvent trompeur, n'a point été admiſe ici, M. Winſlow ne dit que ce qu'il a vû par lui-même, & ce qu'il a fait voir aux autres dans tous les Cours, ſoit publics, ſoit particuliers, qu'il a faits ſans relâche

pendant plus de 20 années. La plus fine ſtructure du Corps humain peut demeurer inconnuë, ou douteuſe, & ſur cela les différentes conjectures, les Siſtemes, pourront s'exercer ſans beaucoup de péril pour nous, mais la connoiſſance de la ſtructure ſenſible eſt plus importante à la Médecine, ſur-tout à la Chirurgie, & elle l'eſt trop pour ſouffrir des erreurs ſans conſéquence. Par exemple, dans toute amputation, il faut connoître exactement, non ſeulement la partie que l'on attaquera, mais encore toutes celles qui par leur connexion avec elle y ſeront intéreſſées. Un Muſcle peut s'attacher à pluſieurs Os, ce Muſcle coupé ne pourra plus mouvoir ces Os; pluſieurs Muſcles peuvent s'attacher à un même Os, cet Os coupé rendra ces Muſcles inutiles, du moins en partie. C'eſt par cette raiſon que M. Winſlow donne une Table *reſpective,* pour ainſi dire, des Os & des Muſcles, on y voit à quels Os s'attache un certain Muſcle, & quels Muſcles s'attachent à un certain Os. La liaiſon & la dépendance mutuelle des parties eſt un des grands objets de cet ouvrage, & c'eſt effectivement ce qui demande le plus d'attention, & l'attention la plus ſcrupuleuſe. On ſent aſſés combien un nombre prodigieux de faits bien conſtatés doivent être utiles pour diriger & les raiſonnements des Médecins, & les opérations des Chirurgiens.

Dans une matiére auſſi compliquée, &, pour tout dire, auſſi confuſe par elle-même, l'ordre, ſi néceſſaire pour l'inſtruction, & pour donner à tout une certaine beauté, doit coûter beaucoup. M. Winſlow s'eſt piqué d'en trouver un le plus géométrique qu'il fût poſſible, & de ne mêler jamais l'inconnu avec le connu, quelque commode qu'en ſoit quelquefois le mélange pour un Auteur. Ces ſortes de contraintes qu'il s'impoſe, ne ſont ordinairement guere récompenſées, car un Lecteur conduit par un chemin droit & aiſé ne s'apperçoit pas des chemins tortueux & pénibles qu'on lui a épargnés.

Qui s'attache à l'ordre, doit auſſi s'attacher à la clarté, à la briéveté & à la préciſion. Le Volume eſt gros, & il n'y a point de paroles perduës, chaque mot ſignifie, & manqueroit s'il n'y étoit pas. M. Winſlow a eu tant de ſoin d'être clair,

qu'il a évité les *Gallicifmes,* c'eft-à-dire, certaines phrafes trop particuliéres à la Langue Françoife, & que les Etrangers pourroient n'entendre pas bien.

Enfin le Cenfeur Royal, choifi pour fa grande capacité en ces matiéres, a dit au Public dans fon Approbation, que *jamais Livre d'Anatomie n'avoit mieux mérité d'être imprimé.*

On a l'obligation à M. Winflow d'y avoir confervé un excellent Ecrit de l'illuftre Stenon fon grand Oncle fur l'Anatomie du Cerveau. On y voit avec plaifir quel étoit le caractere d'efprit de ce grand Homme, quelle idée il avoit de l'art de faire des Découvertes en Anatomie, fon courage à n'y épargner aucune peine, fa prudente crainte de croire trop vîte qu'il en eût fait, fa modeftie à les propofer. On ne pourra guere s'empêcher de croire que le petit Neveu a hérité de ces qualités, ou les a bien imitées.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires

V. les M. p. 388. Un fecond Mémoire de M. Petit le Chirurgien fur la maniére d'arrêter les Hémorragies.

V. les M. p. 428. Un Ecrit de M. Morand fur quelques accidents remarquables dans les Organes de la Circulation du Sang.





CHIMIE.

SUR LES ASTRINGENTS ET LES CAUSTIQUES.

LORSQU'EN 1731 M. Petit le Chirurgien parla dans l'Académie de la maniére d'arrêter le Sang après l'amputation des gros Vaisseaux, & de l'heureux succès qu'il avoit eu dans une affaire très-délicate de cette espece *, ce sujet fit naître à M. Petit le Médecin le dessein d'examiner particuliérement les Astringents & les Caustiques, Remedes qui s'employent ou pour arrêter ou pour prévenir les Hémorragies. Les Astringents sont pour les petites, & les Caustiques pour les grandes. Les petites sont celles des petits Vaisseaux, & les grandes celles des grands. Celles des Veines sont moindres que celles des Arteres, le reste étant égal, puisque l'impulsion du Sang est moindre dans les Veines.

V. les M. p. 31.

* V. les M. de 1731, p. 85.

On pourroit croire que ce qui s'appelle Astringents, ne sont que des *Emplastiques*, ou Emplâtres, qui n'agissent qu'en fermant l'orifice des Vaisseaux ouverts, mais M. Petit le Médecin s'est bien assûré par un très-grand nombre d'expériences, qu'ils sont véritablement Astringents, & qu'ils resserrent les orifices ausquels ils s'appliquent. Ils les resserrent, parce qu'ils en absorbent l'humidité, ce qui étant fait, les parois des Vaisseaux diminuées de volume se rapprochent par leur ressort naturel, & peuvent se rapprocher au point de se coller ensemble, & de fermer le Vaisseau. Il ne s'agit point ici de la compression & des Bandages qui aideroient à cet effet.

Cela sera vrai & indubitable, si les Astringents appliqués à des morceaux de chair d'Animaux en diminuent le volume, & il est sûr qu'ils en auront diminué le volume, s'ils en ont diminué le poids. C'est ce que M. Petit a trouvé par toutes

ses expériences, à quelque exception près que nous ne dissimulerons pas, & qui fortifie encore le raisonnement général. Il a toûjours pris la même quantité de chair de Bœuf ou de Mouton, c'étoit 16 Gros, il l'a mise dans différents Astringents, dont il l'enveloppoit, il l'y a toûjours laissée 4 jours pendant un Eté assés chaud, au bout de chaque jour il la retiroit un moment pour la peser, la remettoit aussi-tôt en expérience, & par la somme totale des 4 *pesées* il voyoit de combien les 16 Gros étoient diminués.

Les Astringents qui dans le même temps diminuent davantage de poids une même quantité de chair, sont certainement les plus forts, ils ont absorbé plus d'humidité, ils ont mieux desséché la chair, & rendu son ressort plus ferme. De plus en considérant quel a été leur effet plus ou moins grand pendant chacun des 4 jours que leur action a duré, & rien n'empêche de pousser, si l'on veut, l'expérience au de-là des 4 jours, on juge du plus ou moins de promptitude de cette action, si elle s'accelere, ou se rallentit.

Il y a encore une attention importante à faire, c'est celle de la corruption, ou de la non-corruption de la chair, & c'est par l'odeur qu'on en juge. La corruption vient de la desunion des principes qui formoient les molécules de la chair, ou ses petites parties intégrantes, l'humidité favorise cette desunion, le dessechement & le resserrement y est contraire. De-là suit manifestement qu'un bon Astringent doit laisser la chair, s'il est possible, sans corruption & sans mauvaise odeur.

Il y a des Astringents de trois especes, les Terres, comme les Bols, la Terre Sigillée, le Plâtre, la Chaux, &c. les Sucs de Plantes ou Gommes & Résines, comme le Suc d'Aloës, d'Acacia, le Storax, le Benjoin, la Gomme Arabique, &c. les Sels, comme le Sel marin, l'Alun, les Vitriols, &c. On y pourroit ajoûter une 4me espece tirée du Regne animal, la Toile d'Araignée, les Yeux d'Ecrevisse. Toutes ces especes ont été éprouvées par M. Petit, & leurs effets comparés dans un grand détail, dont nous ne donnerons que les Résultats les plus généraux.

Communément

Communément tous les Astringents agissent plus dans les 2 premiers jours que dans les 2 derniers, & plus le 1er jour que le 2^d. Il est rare que leur action n'aille pas toûjours en se rallentissant.

Les plus forts Astringents terreux ne diminuent que de 5 Gros les 16 Gros de chair.

Ils lui laissent toûjours quelque mauvaise odeur, mais moins selon qu'ils ont plus diminué le poids, ou, ce qui revient au même, qu'ils ont plus absorbé d'humidité.

Les Astringents végétaux sont en général plus forts que les terreux. La Noix de Galle a absorbé jusqu'à 6 Gros 19 Grains d'humidité. Elle n'a laissé à la chair nulle mauvaise odeur, ce qui n'est pas commun dans cette espece.

Toutes les Gommes sont de grands Astringents.

Les Astringents salins n'ont pas ordinairement plus de force que les meilleurs végétaux, mais ils l'emportent en bonté, c'est-à-dire, qu'ils n'absorbent pas plus d'humidité, mais qu'ils garantissent mieux la chair de corruption; ils ne lui laissent presque jamais de mauvaise odeur. Aussi la Pratique s'est-elle fort déclarée pour le Vitriol.

Ces Astringents ont une propriété singuliére, & qui paroît opposée à celle de tous les autres. Ils augmentent souvent le poids de la chair, au lieu de le diminuer, mais il faut remarquer que ce n'est que dans les derniers jours, ils commencent toûjours par diminuer le poids. Après qu'ils ont absorbé une partie de l'humidité de la chair, cette humidité, dont ils se sont impregnés, dissout quelques-uns de leurs Sels, & ces Sels mis en mouvement, & portés par ce véhicule, vont dans la chair, s'y joignent, & en augmentent le poids. On sçait que les Sels empêchent la corruption; ainsi ces Astringents non seulement desséchent la chair comme les autres, en attirant hors d'elle son humidité, mais ils l'embaument, en lui fournissant une matiére étrangere. Il leur faut nécessairement un temps avant qu'ils la puissent fournir, & après cela il est aisé de voir ce qui arrivera selon qu'ils rendront plus ou moins qu'ils n'ont pris.

On voit aussi que cet accident ne peut arriver que quand les Sels sont peu embarrassés dans les Mixtes, & disposés à s'en dégager facilement, car on n'a pas ici de principe d'une grande action, il n'y a que l'humidité de la chair, & d'une chair morte. Les mêmes Astringents auroient beaucoup plus d'action sur des parties vivantes, animés, comme ils le seroient, par la chaleur naturelle qu'ils y trouveroient.

Les Sels des Animaux étant les plus volatils, un Astringent qui en contiendroit beaucoup, seroit excellent. C'est apparemment par cette raison que dans les expériences de M. Petit la Toile d'Araignée bien nettoyée, bien desséchée, & mise en poudre, a presque autant absorbé d'humidité qu'aucun Astringent des plus forts, & a parfaitement préservé la chair de corruption, ses Sels, qui sont Animaux, passoient aisément dans cette chair, & si la Toile d'Araignée a un peu moins absorbé d'humidité qu'un autre Astringent, ce peut n'être qu'une fausse apparence, car elle aura pû absorber plus d'humidité, ou diminuer davantage le poids de la chair à cet égard, & paroître d'ailleurs le diminuer moins à cause des Sels qu'elle aura fournis à la chair. C'est même là une réfléxion qui pourroit s'appliquer en général à tous les Astringents qui laissent la chair sans mauvaise odeur, ils ne doivent pas paroître avoir absorbé tant d'humidité. Quoi qu'il en soit, les Astringents du Regne Animal ne seront pas communs, ils ne peuvent guere avoir assés de terre pour absorber, & pour dessécher. Les Yeux d'Ecrevisse laissent la chair sans odeur aussi-bien que la Toile d'Araignée, mais ils absorbent moins.

Les Esprits Acides, tels que ceux de Sel, de Nitre, l'Huile de Vitriol, car M. Petit a voulu tout éprouver, cuiroient en quelque sorte la chair, & la mettroient en pâte, si on les employoit purs, il faut les affoiblir avec beaucoup d'eau, & alors on voit qu'ils augmentent le poids de la chair. Mais nous ne nous arrêterons pas à ces expériences, qui vont plus à confirmer ce qui a été dit, qu'à rien découvrir de nouveau par rapport à l'objet principal. Venons aux Caustiques, que M. Petit n'a traités qu'après avoir fait l'Histoire de tous les moyens

dont on s'est servi depuis Hippocrate jusqu'à présent pour arrêter les Hémorragies après l'amputation des membres *.

* V. les M. p. 215.

Si on applique le feu à l'extrémité ouverte d'un Vaisseau, ses parois, dès qu'elles le sentent, se retirent, se froncent en dedans l'une vers l'autre, s'approchent jusqu'à se toucher & se coller ensemble, & par-là enfin ferment le Vaisseau. La partie la plus extérieure de ces parois qui ont essuyé l'action du feu, en a essuyé la plus grande force, parce qu'elle y étoit la plus exposée, son tissu en a été totalement altéré, ses fibres détruites ou confonduës, ce n'est plus qu'un débris informe qui n'a plus de part à la vie du reste du Corps animal, c'est une chair morte, qui ne tenant plus à rien, tombe bientôt d'elle-même. On l'appelle une *Escarre*.

Le Fer chaud, le Plomb fondu, l'Huile bouillante, peuvent s'employer dans cette opération, mais comme ils la rendent fort douloureuse, on a trouvé d'autres matiéres dont l'effet sera le même, & plus doux, parce que sans être actuellement enflammées, elles contiennent un certain feu qui se développera. On les appelle *Caustiques* ou *Cauteres potentiels*, à la différence des premiers qui sont *actuels*. L'Huile de Vitriol, l'Esprit de Nitre, l'Eau Régale, sont des Caustiques potentiels liquides, la Pierre Infernale en est un solide.

La matiére subtile ou éthérée, ou, comme d'autres Phisiciens la nomment, la *matiére du feu*, fait tous les Caustiques tant potentiels qu'actuels, mais avec cette différence que dans les potentiels, qui ont été originairement formés par le feu, pour la plûpart, elle s'y est frayé des passages, des routes, qu'elle retrouve & qu'elle reprend dès qu'elle est excitée, au lieu que dans les actuels elle ne se fait point de routes qui se conservent, ce qui est cause que quand ils sont refroidis, ils ne gardent point de traces de son action précédente, & qu'ils ne peuvent agir que chauds ou brûlants. Une Aiguille aimantée est un exemple incontestable d'un Corps où une matiére fort subtile & fort agitée s'ouvre de ces sortes de routes qui subsistent.

La chaleur naturelle d'une partie vivante sur laquelle on

applique le Cauſtique potentiel, jointe à l'humidité de cette même partie, met en mouvement & diſſout les Sels très-actifs du Cauſtique, la matiére éthérée, qui y étoit en quelque ſorte languiſſante, ſe remet à circuler avec toute ſa vivacité dans les routes qu'elle s'y étoit déja frayées, & voilà ce qui équivaut au feu actuel ſans avoir le même excès d'impétuoſité.

Une confirmation de cette petite Théorie, c'eſt que les Cauſtiques potentiels n'agiſſent point aſſés ſur les Cadavres pour y faire cette Eſcarre, qui eſt leur dernier effet. Les Cadavres n'ont plus la chaleur qui auroit produit un grand mouvement dans tout le Cauſtique. Vanhelmont a le premier avancé le fait, & M. Petit l'a vérifié par des expériences qui l'ont rendu en même temps mieux circonſtancié.

Il diſtingue trois eſpeces de Cauſtiques potentiels. Les 1ers n'agiſſent que ſur les chairs découvertes de la peau, les 2^{ds} ſur la peau & les chairs, les 3mes ſur la peau ſeule. Les deux 1res eſpeces ſont *Eſcarrotiques*, c'eſt-à-dire, font eſcarre, la 3me n'en fait point. Le Vitriol de Hongrie ou de Cypre, l'Arſenic, le Sublimé corroſif, &c. ſont de la 1re eſpece, l'Eau Régale, l'Huile de Vitriol, la Pierre Infernale, &c. ſont de la 2de. Ceux de la 3me eſpece, dont les Cantharides ſont les plus uſitées, ne méritent que le nom de *Véſicatoires*, à cauſe des Veſſies qu'ils excitent ſur la peau. Ils rarefient la Limphe, & particuliérement l'Air, contenus l'un & l'autre dans les petits Vaiſſeaux de la peau, dont les orifices vont aboutir à l'Epiderme qui les couvre. Cette rarefaction violente ſouleve l'Epiderme, ſous lequel ſe forme un vuide qui ſe remplit auſſi-tôt & d'air dilaté, & de Limphe épanchée de ſes petits vaiſſeaux qui ont crevé. L'Epiderme ſéparée de la peau, ſe ſéche en peu de temps, & s'enleve aiſément. Voilà ce qui tient lieu de l'eſcarre que font les autres Cauſtiques, car il y a toûjours de l'analogie par-tout.

SUR LES BOUILLONS DE POISSON, les Os des Animaux, &c.

M. GEOFFROY continuë le ſujet dont nous avons parlé en 1730*. La vûë générale eſt toûjours d'examiner Chimiquement les aliments que l'on donne d'ordinaire aux Malades, & l'examen conſiſte à tirer de ces Mixtes par un nombre ſuffiſant d'ébullitions ou coctions répétées, tout ce qui s'en peut tirer, après quoi les liqueurs chargées de ces ſucs, s'étant dépouillées par une lente évaporation de tout leur flegme inutile, laiſſent un Extrait qui contient toute la véritable ſubſtance du Mixte, tout ce qui peut nourrir, ou agir ſur le Corps humain. Il n'y a plus qu'à opérer ſur cet Extrait, & à reconnoître ou démêler ce qu'il renferme.

V. les M. p. 17.
* p. 45. & ſuiv.

Les épreuves de M. Geoffroy ſur la Carpe, le Brochet, les Ecreviſſes, les Grenouilles, lui ont vérifié l'opinion commune, que le Poiſſon eſt moins nourriſſant que la Viande. On s'eſt apparemment fondé ſur ce que le Poiſſon ſe nourrit d'eau, & peut-être ne s'attendroit-on pas que la différence fût auſſi peu conſidérable qu'elle l'eſt. Une Livre de Bœuf n'a que 1 Once, 2 Gros, 60 Grains d'humidité ou de flegme de moins qu'une Livre de Carpe, elle n'a que 38 Grains de Sel volatil de plus dans ſon Extrait, & 36 dans ſes Fibres deſſéchées, car nous ſuppoſons ici les notions établies en 1730. Si on l'eût ſçû, on auroit bien pû ne pas croire ſi déterminément ce que l'on croit.

L'examen des Viperes a été ſuivi par M. Geoffroy dans un grand détail, parce qu'on les employe beaucoup dans la Médecine, ſoit en bouillons, ſoit en poudre, ſoit en *Trochiſques*, c'eſt-à-dire, en paſtilles rondes.

Les Os des Animaux ont ſubi auſſi les épreuves. L'Os de la Jambe d'un Bœuf, préféré aux autres, parce qu'il a moins de Moelle, & dont on avoit coupé les deux têtes, ayant été rapé finement juſqu'à la derniére lame, que l'on épargnoit pour

ne pas entamer la Moëlle, M. Geoffroy a fait bouillir cette rapure à plusieurs eaux, il a filtré les bouillons, qui d'un côté ont laissé sur le filtre une espece de pâte blanche, & de l'autre ayant été évaporés après la filtration, se sont réduits en Extrait. Par la comparaison de ce qu'on tiroit de ces deux matiéres avec les Analises précédemment faites de la chair de Bœuf, M. Geoffroy a trouvé ce paradoxe Phisique, que le Sel volatil se dégageoit plûtôt & en plus grande quantité des Os de Bœuf que de la chair. Il a crû que l'eau où l'on cuit ces différentes matiéres devoit avoir moins d'action sur les chairs, qui se dérobent à elle par leur souplesse, que sur les Os qui ne cedent pas tant.

La Corne de Cerf & l'Yvoire peuvent être mis au rang des Os, sur-tout l'Yvoire, qui croît comme les Os par lames ou couches circulaires, dont les plus grandes & les derniéres formées enferment les plus petites & les premiéres. Par la cuisson, ces couches se déboîtent facilement les unes de dedans les autres, en conservant leur figure. Pour le Bois de Cerf, qui constamment n'a été dans son origine qu'une substance charnuë, mais ensuite extrêmement épaissie & endurcie par le temps, il ressemble plus d'ailleurs aux Chairs qu'aux Os par la nature & la quantité des principes qu'il fournit aux Analises Chimiques.

Mais ces trois Corps, les Os de Bœuf, le Bois de Cerf & l'Yvoire, prouvent également que les matiéres solides donnent leur Sel volatil plus aisément que les matiéres tendres. Par-là même se justifie la pratique commune aujourd'hui, de ne point séparer des Viperes qu'on met bouillir, leurs Arrêtes ni leurs Vertebres. Ce sont des Os, qui loin d'être nuisibles, parce que l'Animal est venimeux, fournissent beaucoup de principes actifs, très-salutaires.

A ces recherches M. Geoffroy en a joint sur le petit Lait, remede très-usité, & sur le Pain, le plus général des Aliments. Il a trouvé dans le petit Lait des indices de Sel Marin, & ensuite des preuves de son existence par la figure cubique des Cristaux. Il est remarquable, non qu'il y ait de ce Sel dans

une matiére animale, mais qu'il y en ait jusque dans les premiéres liqueurs des Animaux. Dans une Livre de Pain de Gonesse cuit de la veille, il y a 3 Onces 7 Gros 48 Grains d'humidité, 5 Onces 1 Gros d'Extrait, 6 Onces 3 Gros de matiére grossiére. Apparemment ce sont les 5 Onces 1 Gros qui font la nutrition.

SUR LE TARTRE SOLUBLE.

NOUS avons déja effleuré cette matiére en 1728 *. Le Sel Végétal, remede si usité, & dont le nom est si connu, est un Tartre, ou Cristal, ou Crême de Tartre, que l'on a dissous pour pouvoir le faire prendre intérieurement, sans quoi on n'auroit guere pû en faire d'usage médicinal. On l'a dissous par un *Sel lixiviel & alkali*, extrait du Tartre même. Mais n'y auroit-il point d'autre moyen de dissoudre le Tartre, un moyen plus simple, plus commode, plus avantageux pour l'effet du remede? ne fût-il que nouveau, il auroit encore son mérite.

V. les M. p. 323.
* p. 38. & 39.

M. le Févre, Médecin d'Uzès, en proposa un en 1728, dont nous avons parlé à l'endroit cité. M. Grosse, l'un des Chimistes de l'Académie, travailloit sur le même sujet, & cherchoit des Terres alkalines propres à dissoudre le Tartre, qui certainement a beaucoup d'Acide, tandis que d'un autre côté M. du Hamel cherchoit à purifier le Tartre crud, & à le rendre aussi beau que celui qui nous vient de Montpellier, purifié par une Terre qu'on trouve aux environs de cette Ville. Les desseins des deux Académiciens, quoique différents par l'objet principal, les conduisoient pourtant à employer les mêmes matiéres, ou des matiéres de même espece, & à faire les mêmes opérations, ils vinrent à s'en appercevoir, & ils jugerent plus convenable de réunir leurs travaux, & de n'avoir en vûë que le Tartre soluble. Leur avanture fut en partie pareille à celle de Mrs Geoffroy & Boulduc, rapportée en 1731 *. Ainsi tout ce qui va être dit, se sera également d'après Mrs du Hamel & Grosse.

* p. 34. & suiv.

Le Criſtal de Tartre, indiſſoluble à l'eau froide, diſſoluble ſeulement en apparence à l'eau bouillante, puiſqu'auſſi-tôt qu'elle eſt refroidie, il ſe précipite au fond tel qu'il étoit, ſe diſſout réellement par l'Eau de Chaux, & avec une grande efferveſcence, mais ce n'eſt qu'après y avoir jetté pluſieurs fois de cette Eau, de ſorte qu'on pourroit croire d'abord qu'il n'y auroit rien à en eſperer. Quand on a laiſſé évaporer lentement l'humidité de cette Solution, il ſe forme des Criſtaux, qui donnent quelques marques d'Alkali. Mais ſi, parce qu'ils ſont fort petits, on réitere les criſtalliſations pour en avoir de plus gros, ces nouveaux Criſtaux ne donnent plus de marques d'Alkali, ils n'en donnent pas non plus d'Acide, ils ſe fondent aiſément à l'eau froide, ils brûlent ſur la pêle comme le Tartre ſoluble ordinaire, & ſe réduiſent en charbon.

La chaux d'Ecailles d'Huitre a fait plus d'effet que la Chaux commune ſur le Tartre, puiſqu'elle en a diſſous une plus grande quantité, mais l'effet du Plâtre & du Gypſe calciné, qui ſont cependant des eſpeces de Chaux, n'a été que très-foible.

Quand le Tartre a été traité avec la meilleure Craye de Champagne, & de la même maniére qu'avec la Chaux, l'efferveſcence a été moins conſidérable, cependant la diſſolution paroît avoir été plus parfaite, puiſque toute la Craye a diſparu, ce que la Chaux n'avoit pas fait, & que quand on a filtré la Solution, il n'eſt reſté ſur le filtre qu'une très-petite quantité de Terre, au lieu qu'il en étoit reſté beaucoup davantage de la Chaux. Tous les autres effets ont été de part & d'autre aſſés ſemblables. Les deux Chimiſtes attribuent la différence à ce qu'une plus grande efferveſcence cauſe une plus grande évaporation d'Eſprits & de parties ſubtiles, qui laiſſent une plus grande quantité de Terre hors d'état de s'élever. Or l'efferveſcence a été plus grande par la Chaux.

La reſſemblance des effets de la Chaux & de la Craye, perſuade aux deux Phiſiciens, que puiſque la Craye, qu'on ne ſoupçonne pas de contenir aucun Sel, n'agit que par ſa Terre, la Chaux doit agir de même, & que par conſéquent il n'y a point

point de néceſſité, du moins par les faits préſents, de lui ſuppoſer un Sel. Le Tartre n'eſt donc pas décompoſé, ſes principes ne ſont pas deſunis, ſeulement ſes molecules ou parties intégrantes, ſéparées par une Terre qui s'eſt inſinuée entre elles, ſont devenuës plus acceſſibles à l'eau, & le tout prend une nouvelle forme, qui, comme il eſt aiſé de l'imaginer, l'expoſe d'une maniére plus avantageuſe à l'action de l'Eſtomac.

Il ſuit de-là que la Craye eſt une Chaux imparfaite.

La Stalactite non calcinée, les Yeux d'Ecreviſſe, & quantité d'autres matiéres, font à peu-près comme la Chaux.

Quand on a eſſayé différentes Terres ſur le Tartre pour voir celles qui le rendroient ſoluble, il s'en eſt trouvé beaucoup qui en étoient incapables, comme la Terre qu'on employe à *Rouen* pour raffiner le Sucre, la Craye de Briançon, le Crayon rouge, le Tripoli, le Bol, la Terre même qu'on employe à Montpellier pour purifier ce même Tartre, &c. Pourquoi cette grande différence entre ces Terres & la Chaux, quelques Crayes, &c. ?

Selon ce qui vient d'être dit, les matiéres terreuſes, qui rendent le Tartre ſoluble, ne le rendent tel, que parce qu'elles ſe ſont inſinuées entre ſes molecules, & pour cela il faut que leurs petites parties ſoient devenuës d'une extrême fineſſe. Qui peut les avoir attenuées & diviſées juſqu'à ce point ? On ſçait en Chimie que l'effet ordinaire des Acides eſt de diviſer le plus finement qu'il ſoit poſſible les matiéres ſur leſquelles ils agiſſent, & ici nous avons les Acides du Tartre, qui auront produit ſur les matiéres terreuſes l'effet en queſtion, ils les auront miſes en état de s'unir intimement avec le Tartre. Si ces mêmes Acides n'ont pas pû avoir la même action ſur d'autres matiéres terreuſes, le Tartre demeurera indiſſoluble.

Dans le cas où la Terre n'aura pas rendu le Tartre ſoluble, faute d'avoir été diſſoute, elle ne laiſſera pas de lui pouvoir être de quelque autre utilité. Elle en abſorbera des parties hétérogenes, dont il étoit mêlé, ſur-tout une huile ſuperfluë ou nuiſible, & c'eſt ce qu'on appelle le purifier. Une union

très-légere & très-superficielle de la Terre avec le Tartre suffit pour cela.

Sur ce sujet, Mrs du Hamel & Grosse ont fait une réfléxion assés fine, qui les a conduits à une méthode par laquelle on jugera d'avance si une Terre rendra le Tartre soluble, ou si elle ne fera que le purifier. L'Acide du Tartre est celui du Vin, & par conséquent le même que celui du Vinaigre, donc les Terres que le Vinaigre dissoudra, rendront le Tartre soluble, & elles ne seront propres qu'à le purifier, si le Vinaigre ne les dissout pas. Il se trouve en effet qu'il dissout la Chaux, la Craye de Champagne, &c. & non pas la Terre de raffinerie de Rouen, celle de Montpellier, le Bol, &c. En un mot la Regle s'est vérifiée sur tout ce qu'on avoit éprouvé.

SUR LE SEL DE LA CHAUX.

EN 1724, M. du Fay donna deux opérations, par lesquelles il tiroit un Sel de la Chaux*. Comme les Chimistes n'avoient encore pû y réüssir, & que par cette raison ils doutoient fort de l'existence de ce Sel, on eut peine à ajoûter foi à cette découverte. Des deux opérations rapportées tout au long dans les Mémoires de 1724, la 1re demandoit une seconde calcination de la Chaux, qui pouvoit y avoir introduit les Acides du Charbon dont on s'étoit servi, & ces Acides étrangers unis à la Terre alkaline de la Chaux auroient formé le Sel en question. La 2de opération demandoit que la Chaux fût éteinte à l'air, c'est-à-dire, qu'elle y eût été exposée assés long-temps pour s'abreuver, se pénétrer de son humidité, & se résoudre en une poussiére fine; or cette humidité pouvoit avoir des Acides. Comme le Sel tiré par M. du Fay est en fort petite quantité, les deux objections en sont plus vrai-semblables.

* V. l'Hist. de 1724. p. 39. & 40.

Il a répondu à la 1re, que si par sa seconde calcination des Acides du Charbon se sont introduits dans la Chaux, il doit s'en être introduit aussi par la 1re calcination indispensable,

qui a converti une Pierre en Chaux, qu'en cas que l'on eût pû tirer de la Chaux ordinaire le Sel qui s'en seroit formé, on l'auroit regardé comme un véritable Sel de Chaux, parce qu'en effet il appartenoit à la Chaux prise comme Chaux, & non à la Pierre, & que par conséquent une seconde calcination ne devoit pas empêcher qu'on ne le regardât de la même maniére.

Quant à la 2de objection, il n'étoit guere croyable que l'humidité de l'air pût fournir des Acides affés puissants pour dissoudre un Corps tel que la Chaux.

Mais pour couper court à ces objections, M. du Fay a fait une expérience où il n'entre rien qui puisse être suspect. Il a pris 12 Pintes d'eau de Riviére distillée, il les a mises chauffer au feu de Sable dans une Terrine de Grès toute neuve, il y a fait *éteindre* une livre de Chaux, qui a bouilli quelque temps, après que le bouillon a été entiérement rassis, il a enlevé le plus clair de l'eau qui surnageoit, & l'a transporté dans un autre Vaisseau de Grès ou de Verre, où il l'a laissé reposer pendant une heure, & a encore enlevé le plus clair de ce qui surnageoit, & ayant répété cette opération, qui diminuoit toûjours la quantité de l'eau qu'il réservoit, il a mis ensemble toute l'eau réservée dans un Vaisseau où il l'a évaporée jusqu'à siccité, & il est demeuré au fond 10 Grains d'un Sel âcre & caustique, entiérement semblable à celui qu'il avoit eu par ses opérations de 1724. On voit affés ce que signifie cette attention d'employer de l'eau de Riviére distillée, & ce choix de Vaisseaux de Grès tout neufs, ou de Verre. Il falloit prévenir tout soupçon d'Acides étrangers.

En réfléchissant sur cette opération, M. du Fay jugea bien qu'il ne devoit avoir eu que la quantité de Sel la plus aisée à dégager, & qu'il n'avoit pas entiérement dépouillé la livre de Chaux de tout ce qu'elle en contenoit. Aussi en travaillant de nouveau & avec beaucoup d'eau nouvelle sur cette même Chaux, il en tira en tout jusqu'à 2 Gros de Sel, moins 2 Grains, & elle n'étoit encore diminuée que de moitié, ce qui fait voir qu'il étoit possible d'aller plus loin.

Il est vrai que dans ces nouvelles opérations l'eau n'étoit pas distillée, & M. du Fay avouë que le nouveau Sel ne lui paroissoit pas tout-à-fait si pur. Mais pour ne se laisser à lui-même aucun scrupule, il fit évaporer dans une Chaudiére 50 Pintes d'eau de Pluye, & dans une autre 172 Pintes d'eau de Riviére, & il retira de part & d'autre une petite quantité de Sel qui n'avoit rien de l'âcreté ni de la causticité du Sel de Chaux. Ainsi ce Sel ne peut être qu'un peu affoibli, mais non pas formé par l'eau non distillée. Il faut redoubler de preuves à proportion que ce que l'on combat est plus établi.

SUR LE BORAX,

ET SUR DES EXPE'RIENCES NOUVELLES DE CE SEL.

V. les M. p. 398.

* p. 49. & suiv. 2de E'dit.

* V. les M. de 1702. p. 50. 2de E'dit.

* V. les M. de 1728. p. 273. Et les M. de 1729. p. 282.

NOUS avons déja donné en 1703 * quelques connoissances préliminaires sur le Borax, & nous les supposons ici. Feu M. Lémery avoit examiné ce Sel à l'occasion d'un usage nouveau & heureux que M. Homberg en avoit fait dans la Médecine, lorsqu'il avoit donné son Sel volatil narcotique de Vitriol * ou Sel sédatif. Long-temps depuis M. Lémery a beaucoup plus approfondi ce sujet *, & enfin M. Geoffroy y trouve encore des choses nouvelles.

Le seul changement que tant de recherches ayent apporté aux premiéres idées qu'on avoit sur le Borax, c'est qu'il n'est plus un Sel salé ou moyen, comme l'on croyoit, mais un véritable Sel alkali naturel, en quoi il differe des Alkalis ordinaires, qui ne sont devenus tels que par l'action du feu, & par la décomposition. On est obligé cependant à lui laisser encore quelque petite portion de Sel moyen. Du reste il est toûjours vitrifiable, & même sans addition, ce qui lui est particulier entre tous les Sels connus, & en même temps ce Verre, quoique dur & compacte, se fond très-aisément à la seule humidité de l'air, & vient à perdre sa forme de Verre,

& redevient du Borax qui n'auroit pas été vitrifié. Le Borax eſt toûjours gras, non ſeulement à l'extérieur, ce qui pourroit provenir de quelque accident, mais dans l'intérieur de ſa ſubſtance, par une matiére bitumineuſe, ſemblable à de la Colle-forte, qui ne s'en détache point quand on le purifie, & qui même y reparoît quelquefois, quand on croit l'avoir le mieux deſſéché. Si le Borax eſt la *Chriſocolle* des Anciens, il ne faut pas chercher ailleurs l'origine de ce nom.

Le Borax étant un Alkali, on s'attend bien qu'il abſorbera les Acides; il les abſorbe en effet, mais on n'eût pas prévû qu'un effet par-tout ailleurs ſi impétueux & ſi turbulent, eſt ici parfaitement tranquille, & ſe paſſe dans un grand calme. Il ſeroit inutile de répéter les Expériences de M. Geoffroy; les adreſſes de Chimie perdroient trop de leur prix, ſi elles n'étoient pas expoſées tout au long; nous nous bornerons à deux réſultats principaux, qui ont été le fruit d'un grand nombre d'opérations.

1°. Le Sel Sédatif trouvé par M. Homberg eſt utile en Médecine, quoiqu'il ne ſoit que ſédatif, c'eſt-à-dire, qu'il ne faſſe qu'appaiſer pour 6 ou 7 heures de violents accès de fiévre; mais il procure une eſpece de Treve, pendant laquelle on peut employer des remedes plus efficaces qu'il eût été impoſſible d'employer autrement. De la Solution de Borax dans de l'Huile de Vitriol, qui contient un fort Acide, il s'éleve par la diſtillation des *fleurs*, une matiére blanche, légere, ſéche, une eſpece de farine, qui eſt le Sel Sédatif. M. Lémery a trouvé qu'on pouvoit ſe ſervir de tous les Acides minéraux auſſi-bien que de l'Huile de Vitriol, qui en eſt un. Par là l'opération s'étend; maintenant M. Geoffroy la change en une autre plus commode, & qui même produit davantage; c'étoit une Sublimation, & il donne le moyen d'avoir plus facilement par une Criſtalliſation une plus grande quantité de Sel Sédatif. Cela ſera utile principalement pour les Hôpitaux, où ce Sel eſt d'un grand uſage.

2°. Quand de la Solution de Borax par un Acide minéral, on a tiré le Sel volatil, il reſte un Sel fixe, qui eſt une eſpece

de Sel de Glauber, dont apparemment on n'eût pas eu le soupçon, M. Geoffroy ne connoît qu'un seul Chimiste Allemand qui l'ait un peu prévenu. Il faut, afin que ce Sel de Glauber se soit formé, que l'Acide minéral se soit uni à une terre du Borax semblable à celle du Sel marin. Ce Sel de Glauber, autrefois si rare, devient bien commun.

Tout Verre est une Terre intimement pénétrée par un Sel dans ses plus fines parties. Cette Terre, qui est la base du Sel fixe du Borax, ou de son Sel de Glauber, est la même qui entre dans cette vitrification si facile du Borax. Il y a plus. Le Sel Sédatif, même celui qui a été sublimé, se vitrifie encore en partie, & par conséquent il contient encore de cette même Terre, qui doit être bien inséparable du Borax. Une grande difficulté de faire du Borax artificiel sera apparemment de trouver cette Terre vitrifiable.

Le Sel Sédatif, soit sublimé, soit cristallisé, se dissout dans l'Esprit de vin, & le feu y étant mis, la flamme en est verte. Ce n'est là qu'une curiosité, mais il seroit si agréable dans certains Spectacles d'avoir des flammes de telles couleurs qu'on voudroit, qu'il faut plûtot regretter de ne les avoir pas encore toutes.

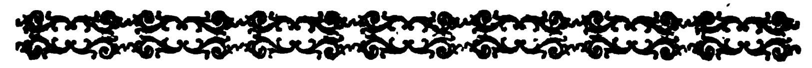
OBSERVATION CHIMIQUE.

M. De Mars, établi par le Roi à Constantinople pour y enseigner le Latin aux Enfants de la Langue de France, ayant envoyé à l'Académie un Sel qui se trouve naturellement en Egipte, & qu'il croyoit être le Sel Armoniac des Anciens, on l'examina, & on trouva, par toutes les épreuves, que du moins ce n'étoit pas le Sel Armoniac des Modernes, car pour l'autre, on ne le connoît point, à proprement parler. On ne craignit point d'assûrer que le Sel de M. de Mars étoit un vrai Sel de Glauber, il en avoit toutes les propriétés, & par là on apprit que ce Sel est naturel en Egipte aussi-bien qu'en Dauphiné, en Espagne, en Allemagne, en Hongrie, dans toutes

les eaux de la Mer. Apparemment les Minéraux dont M. de Mars disoit avoir retiré son Sel, étoient composés de quelque substance vitriolique, & de quelque autre qui contenoit du Sel marin, ce qui aura fait que l'Acide vitriolique se joignant à la base du Sel marin, l'Acide du Sel marin se sera échappé, & il sera resté un Sel de Glauber.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires L'Ecrit de M. du Fay sur la Teinture des Pierres.

V. les M. p. 169.



BOTANIQUE.

M. Marchant a lû la Description

De l'*Aquilegia Canadensis præcox, procerior,* h. R. P.

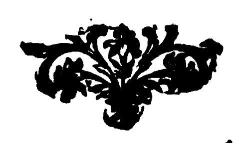
De la *Dentaria Heptaphyllos*. C. B. Pin. 322. *Dentaire.*

Du *Horminum coma purpurea violacea.* J. B. T. 3. 309. ou *Horminum sativum*. C. B. Pin. 238.

Et de l'*Omphaloïdes Lusitanica Lini folio.* I. R. herb. ou *Linum umbilicatum.* Parck. Theat. 1687.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires La Suite de l'Anatomie de la Poire par M. du Hamel.

V. les M. p. 64.



GEOMETRIE.

SUR LES COURBES DE POURSUITE.

V. les M. p. 1.

UNE Courbe étant rapportée à un Axe, & ses Tangentes en tel nombre qu'on voudra, tirées jusque sur cet axe; dont elles déterminent certaines parties que l'on comptera depuis le sommet ou l'origine de la Courbe, il est possible que ces parties de l'axe soient toûjours proportionnelles aux différents Arcs correspondants de la Courbe, déterminés par les différents points d'où partiront les Tangentes, que par exemple si une partie de l'axe interceptée entre le sommet de la Courbe & l'extrémité d'une Tangente n'est que la moitié d'une autre partie interceptée entre le même sommet & une autre Tangente, les deux arcs correspondants déterminés par les mêmes Tangentes seront dans la même raison de 1 à 2. Il est visible que cette égalité de rapport subsistera, soit que les arcs soient en eux-mêmes plus grands, ou plus petits, ou égaux aux parties correspondantes de l'axe, & cela sera trois especes de Courbes comprises dans un même Genre.

Elles sont toutes rectifiables & quarrables en même temps, & par là M. Bouguer les juge dignes d'une attention particuliére. L'une ou l'autre proprieté est assés rare, & leur réünion l'est encore plus. On voit en gros que cette égalité perpétuelle de rapport entre la longueur d'une Courbe & celle d'une droite, peut amener plus facilement la Courbe à la condition de droite.

Si un Vaisseau, qui fait une certaine route, veut joindre un autre Vaisseau qui en fait une autre, & s'il croit nécessaire de se mettre dans la route du second pour le poursuivre mieux; il faudra pour cela qu'il commence par décrire une Courbe, qu'on pourra nommer Courbe *de poursuite,* dont l'axe sera la ligne

ligne *de fuite*, ou la droite décrite par le Vaiſſeau qui fuit. La vîteſſe de chaque Vaiſſeau étant ſuppoſée uniforme, & le rapport de leurs vîteſſes toûjours le même, les arcs, ou longueurs des parties de la Courbe de pourſuite, parcourus dans un certain temps, ſeront toûjours proportionels aux parties de la ligne de fuite ou de l'axe parcouruës dans le même temps, & par cette raiſon M. Bouguer donne le nom abregé de Courbes de pourſuite aux Courbes dont il s'agit ici. Ce n'eſt pas que le principe de ſe mettre dans la route d'un Vaiſſeau auquel on donne chaſſe, ſoit bon, on en a reconnu l'erreur, mais l'exemple ne laiſſe pas de nous ſuffire.

Si le Vaiſſeau qui pourſuit a une vîteſſe abſoluë moindre que l'autre, ou s'il n'en a qu'une égale, il eſt bien clair qu'il ne le joindra jamais, & que ſa Courbe de pourſuite aura une Aſimptote, qui ſera la ligne de fuite ou ſon axe. Ce n'eſt que dans le cas où la vîteſſe du Vaiſſeau pourſuivant excede l'autre, que la Courbe de pourſuite rencontre ſon axe au bout d'un cours fini. Ainſi il y a deux eſpéces de ces Courbes qui ont des Aſimptotes, & une troiſiéme ſeulement qui n'en a point.

M. Bouguer cherchant leur Equation générale, la trouve d'abord en Infiniment petits du 2ᵈ ordre, ce qui ne donneroit que des Courbes Méchaniques. Il faut, s'il eſt poſſible, intégrer, changer ces Infiniment petits du 2ᵈ ordre en infiniment petits du 1ᵉʳ, & même encore ceux-ci en grandeurs finies, au moyen de quoi on a des Courbes Géométriques ou Algébriques. C'eſt ce qui réüſſit ici, hors-mis dans deux cas que nous allons expliquer.

On exprime en général le rapport des vîteſſes du point pourſuivant & du pourſuivi, par deux lettres qui réprésentent tous les nombres poſſibles. Elles deviennent les Expoſants des grandeurs de l'Equation. Si, comme il eſt ſans comparaiſon le plus naturel, ces deux lettres réprésentent deux nombres rationels, tels que 1 & 2, 2 & 3, &c. l'Equation exprime une Courbe Algébrique, mais elle n'en exprimera qu'une Méchanique, ſi les deux nombres, ou, ſi l'un eſt irrationel,

1 & la racine de 2, par exemple, la racine de 2 & celle de 3; &c. pourquoi cela?

Une Courbe eſt Algébrique ou Géométrique quand le rapport perpétuel qui conſtituë ſon eſſence, ſe trouve entre des grandeurs finies, mais elle n'eſt que Méchanique quand ce rapport perpétuel ſe trouve, & ne ſe peut trouver qu'entre des Infiniment petits. La raiſon de cette différence eſt, qu'on peut décrire exactement, & par les régles de la Géométrie, une Courbe dont la deſcription ne dépend que de grandeurs finies, au lieu qu'on ne peut décrire qu'imparfaitement, par points ſéparés, & Méchaniquement, une Courbe dont la deſcription exacte demanderoit que l'on traçât des Infiniment petits, qui ne ſe peuvent tracer, & en général tout ce qui ſort du Fini, & va dans l'Infini, n'eſt plus aſſés ſoûmis à nos connoiſſances, pour être ſuſceptible de la rigoureuſe exactitude Géométrique. Quand on éleve une grandeur à une puiſſance rationelle quelconque, 2, 3, &c. on ſçait que c'eſt la multiplier 2 fois, 3 fois, &c. par elle-même. Mais ſi on l'éleve à une puiſſance exprimée par la racine de 2, de 3, de 5, &c. on ne ſçait combien de fois on la multiplie, ces nombres là ne ſe trouvent que dans l'Infini, ou n'ont que des expreſſions où il entre néceſſairement, ainſi qu'il a été prouvé dans les *Elements de la Géométrie de l'Infini*, & par conſéquent des Courbes, dont la connoiſſance dépend de grandeurs ainſi affectées, vont autant dans l'Infini, & ſont auſſi Méchaniques, que ſi leur eſſence conſiſtoit dans des rapports d'Infiniment petits.

Le ſecond cas où les Courbes de pourſuite ſont Méchanique eſt aſſés ſurprenant, c'eſt celui où le rapport des vîteſſes des deux Points eſt le plus ſimple de tous les rapports, celui d'égalité. Alors l'Equation Algébrique de M. Bouguer ne donne rien, ſinon que l'axe eſt infini, & qu'il n'y aura point de rencontre, ce que l'on ſçavoit déja bien par la nature de la choſe, ſans le ſecours de l'Equation. Si l'on veut avoir une Courbe, il faut retourner à l'Equation différentielle, d'où l'on a tiré l'algébrique, & par conſéquent ce n'eſt qu'une Courbe

Méchanique que l'on trouve. Ainſi en arrangeant les trois eſpeces des Courbes de pourſuite, ſelon les rapports des vîteſſes des deux Points, & en poſant pour l'eſpéce du milieu, comme il eſt naturel, & preſque néceſſaire, celle où ces deux vîteſſes ſont égales, on verra dans un même Genre l'eſpece Méchanique placée entre deux Géométriques. Si l'on conçoit dans ces trois eſpéces une marche réguliére, de ſorte que l'une des extrêmes ne devienne l'autre extrême, qu'après avoir paſſé par eſtre la moyenne, ces Courbes renfermées d'abord dans le Fini s'approcheront toûjours de l'Infini, iront en quelque ſorte s'y perdre, & reviendront de là dans le Fini.

La Rectification des Courbes de pourſuite eſt fort ſimple, Puiſque les parties de l'axe que les Tangentes déterminent par leurs extrémités, ſont proportionnelles aux Arcs correſpondants, il s'enſuit que cette égalité de rapport ſe conſerve indépendamment de la grandeur abſoluë de ces parties de l'axe, & des Arcs, & par conſéquent entre ces parties devenuës infiniment petites, & les côtés infiniment petits de la Courbe, Deux Tangentes infiniment proches, toûjours terminées à l'axe, croiſſent toûjours par leur extrémité ſupérieure de la quantité d'un petit côté de la Courbe, & par l'extrémité inférieure elles décroiſſent ou croiſſent, ſelon la portion de la Courbe où elles ſont, d'une droite infiniment petite qui peut s'exprimer par l'infiniment petit de l'axe, dont le rapport au côté de la Courbe eſt connu. Quand ces Tangentes ſont priſes dans une étenduë finie de la Courbe, la ſomme de toutes leurs augmentations ſupérieures eſt l'Arc de la Courbe correſpondant, qui par conſéquent eſt égal à une Tangente, mais modifiée, comme elle doit l'être, par rapport à ce qui eſt arrivé aux extrémités inférieures. Il y a un cas où l'Arc eſt ſimplement égal à la Tangente, la modification, néceſſaire dans les autres cas, eſt alors devenuë nulle.

M. Bouguer aſſûre que la Quadrature de ces Courbes n'eſt pas plus difficile.

M. de Maupertuis a réſolu le même Probleme, en le rendant plus général. La ligne de fuite n'eſt plus une droite, mais

une Courbe quelconque donnée; il faut maintenant que les Tangentes à la Courbe de pourſuite prolongées juſqu'à la Courbe de fuite, y déterminent toûjours des Arcs proportionnels à ceux de la Courbe de pourſuite. M. de Maupertuis arrive aſſés facilement à une Equation générale de la Courbe de pourſuite en Infiniment petits du 2ᵈ ordre.

Mais ce qui peut paroître ſurprenant, c'eſt que quand dans cette Equation générale on met, au lieu de la Courbe de fuite, une droite, qui y étoit ſelon la premiére idée du Probleme, cette ſuppoſition, qui a coûtume de ſimplifier tout, produit un Calcul fort long, & fort compliqué, & tel que M. de Maupertuis a cherché d'autres Solutions plus ſimples, indépendantes de la Solution générale, tant dans ces matiéres là même, ſi parfaitement embraſſées par notre Eſprit, il peut encore arriver d'évenements imprévûs.

Le rapport des vîteſſes du Point pourſuivant & du pourſuivi eſt toûjours le même dans le Probleme de M. de Maupertuis comme dans celui de M. Bouguer, mais M. de Maupertuis avertit qu'il pourroit ne l'être pas dans le ſien, & qu'il ſuffiroit de le ſuppoſer variable, mais réglé ſur quelque fonction des Coordonnées des Courbes, car il eſt bien évident que la Géométrie ne peut avoir de priſe que ſur ce qui ſuit quelque ordre connu.

SUR UNE ESPECE DE COURBES décrites ſur la ſurface d'une Sphere.

V. les M. p. 237. & 255.

ON a demandé que des Courbes décrites ſur la ſurface d'une Sphere fuſſent algébriques & rectifiables. Il eſt bien clair d'abord que ce ne peuvent pas être des Cercles; puiſqu'ils ne ſont pas rectifiables, & l'on ſçait combien les deux qualités, d'algébrique ou géométrique & rectifiable, ſont diſtinctes & différentes.

Ce Probleme étoit digne d'exercer M. Bernoulli, il en trouva la Solution compriſe dans une grande & belle Théorie

qu'il fit des Epicycloïdes Sphériques. Le hazard voulut que ce fût précisément dans le même temps que M. de Maupertuis, qu'il avoit invité à y penser, y pensoit aussi de son côté. A peine en avoit-il trouvé la Solution, qui fut vûë de quelques amis, qu'il reçut de Bâle celle de M. Bernoulli, il eut le plaisir & la gloire de la voir conforme à la sienne, & il fut bien vérifié qu'il ne pouvoit l'avoir vûë plûtôt. Il nous suffira de donner une légere idée du principe général de ces Solutions pour les Courbes algébriques & rectifiables.

Comme la Courbe cherchée, & qui sera décrite sur la surface de la Sphere, ne le sera donc pas à l'ordinaire sur un plan droit, il faut la rapporter à un plan de cette nature, & on le sera si on en imagine un dans la Sphere sur lequel on tirera de tous les points de la Courbe des perpendiculaires. Elles formeront sur ce plan droit, par leurs extrémités, une seconde Courbe, qui sera la *Courbe de projection*, à la différence de la premiére, que nous appellerons *Courbe de la surface*.

Il ne s'agit que de déterminer la nature de la Courbe de la surface selon les conditions prescrites, & elle peut être fort différente de la Courbe de projection. Mais on trouve moyen de les lier l'une à l'autre par un rapport entre leurs étenduës ou longueurs, de sorte que la rectification de l'une donnera celle de l'autre. Les perpendiculaires tirées de tous les points de la Courbe de la surface sur le plan de projection, sont des grandeurs qui du côté de la surface sphérique croissent ou décroissent toûjours d'une quantité infiniment petite, & cette quantité est en même temps un des côtés du petit Triangle dont l'hipotenuse est l'Elément de la Courbe de la surface. L'Elément ou arc infiniment petit de la Courbe de projection étant très-aisé à exprimer algébriquement, il n'y a qu'à supposer entre cet arc & la différentielle de la perpendiculaire correspondante un rapport connu, moyennant quoi la somme des arcs de la Courbe de projection, si on la peut avoir, aura ce rapport connu à la somme de toutes les différentielles des perpendiculaires qui entrent dans la composition des arcs de

la Courbe de la ſurface, & par conſéquent à ces arcs mêmes. Or par cette voye il ſe trouve que l'infiniment petit de la Courbe de projection eſt intégrable, donc on a la longueur de cette Courbe, donc auſſi celle de l'autre.

Afin que ces deux Courbes rectifiables ſoient de plus algébriques, il faut que ce rapport ſuppoſé que l'on a laiſſé général, ne ſoit qu'un nombre rationnel, autrement les Courbes deviendroient Méchaniques, ſelon ce qui a déja été expliqué ci-deſſus *.

* p. 58.

M. de Maupertuis n'eut beſoin que de la même Méthode pour réſoudre un autre Probleme, qui s'offroit naturellement à lui, c'eſt de trouver ſur la ſurface de la Sphere des Courbes dont les arcs ſeront en raiſon donnée quelconque aux arcs d'un grand Cercle, & qui par conſéquent ne ſeront rectifiables que dépendamment de la rectification du Cercle. On voit aſſés la liaiſon de ces Problemes.

Nous avons expliqué en 1704 * comment les arcs de l'Ecliptique décrits par le Soleil en un temps déterminé, avoient un rapport toûjours changeant aux arcs correſpondants de l'Equateur, ou, ce qui eſt le même, le mouvement du Soleil en Longitude a ſon mouvement en Aſcenſion droite, hors-mis dans un certain point, où il y avoit égalité.

* p. 62. & ſuiv.

M. de Maupertuis trouve & conſtruit aiſément, par ſa Théorie générale, la Courbe où cette égalité ſeroit perpétuelle, ſi le cours du Soleil la ſuivoit au lieu du Cercle de l'Ecliptique.

Et dans l'Ecliptique même, il détermine avec la même facilité le point où les deux mouvements du Soleil ſeront, non pas ſeulement en raiſon d'égalité, mais en telle autre raiſon qu'on voudra, & cela par ſa ſeule Théorie, & ſans employer la Trigonométrie Sphérique.

SUR LES LIGNES DU IV.me ORDRE.

TOUT ce qui a été dit ſur cette matiére en 1730 * & 1731 *, n'eſt encore qu'une eſpece de Préliminaire. On a traité des Infléxions & des Rebrouſſements de différentes eſpeces, & particuliérement des différents Points multiples, parce que ce ſont là des *affections* générales, qui commençant à paroître dès le 3me ordre, ſe montrent dans le 4me revêtuës de nouvelles circonſtances plus ſinguliéres & plus difficiles à démêler. Comme ces affections ne ſont pas rares dans cet ordre, il a été bon de n'y arriver qu'après s'être préparé à les voir. Mais maintenant il faut entrer dans une conſidération plus étenduë, & qui embraſſe tout l'ordre. M. l'Abbé de Bragelongne entreprend l'énumération de toutes les lignes qu'il contient. Le 1er, n'en a que 1, qui eſt la droite, le 2d, les 4 ſi connuës, le 3me, 77, dont l'énumération eſt dûë à M. Newton, & par la progreſſion de ces nombres, 1, 4, 77, on peut juger que le nombre des Lignes du 4me ordre ne ſera pas médiocre.

* p. 68. & ſuiv.
* p. 45.

Pour ſe conduire avec plus de ſûreté dans une recherche où les omiſſions doivent être ſi aiſées, M. l'Abbé de Bragelongne a imaginé la diviſion nouvelle d'un ordre quelconque en *Claſſes*, & voici ſur quoi elle eſt fondée. Quand on a à conſtruire une Equation un peu compoſée de quelque Courbe Algébrique, il arrive ſouvent qu'on peut rendre l'Equation plus ſimple, & la conſtruction plus élégante, en rapportant la Courbe à certains axes différents de ceux où elle ſe rapportoit d'abord, parce que l'une de ſes Coordonnées ſe trouve alors élevée à une moindre puiſſance, ſimple, par exemple, ſi elle étoit élevée au quarré ou au cube, & cela ſans que la nature de la Courbe ſoit aucunement changée en elle-même. Cet art eſt connu des Géometres. Il n'eſt pas praticable en toute occaſion; mais il ſuffit ici qu'il le ſoit quelquefois. Toute Coordonnée, qui ſe laiſſera abbaiſſer, ne ſe laiſſera pas non plus

abbaiſſer autant qu'on voudroit. On l'abbaiſſera d'une puiſſance ou d'un degré, mais non pas de trois ou de deux, &c. Ainſi dans l'Equation d'un ordre, qu'on peut ſuppoſer ſi élevé qu'on voudra, une Coordonnée pourra être abbaiſſée juſqu'à la premiére puiſſance, ce qui eſt le cas le plus ſimple & le plus avantageux, & dans une autre Equation du même ordre, une Coordonnée ne pourra être abbaiſſée que juſqu'à la 2de puiſſance, & enfin il y aura telle Equation de ce même ordre où aucune des deux Coordonnées ne pourra être abbaiſſée, & où elles conſerveront invinciblement la puiſſance que cet ordre leur donnoit.

Ces différentes Equations, que nous venons de ſuppoſer, repréſentant autant de Courbes ou même d'eſpeces de Courbes d'un même ordre, M. l'Abbé de Bragelongne appelle dans un certain ordre déterminé, comme le 4me, Courbes de la 1re Claſſe celles qui peuvent être exprimées par une Equation, où l'une des Coordonnées ne ſoit élevée qu'à la 1re puiſſance, & enfin Courbes de la 4me Claſſe celles dont les deux Coordonnées auront néceſſairement conſervé leur 4me puiſſance, ou, car c'eſt la même choſe, leur élévation à la 4me dimenſion. Un ordre ne pourra donc avoir qu'autant de Claſſes qu'il y aura d'unités dans ſon expoſant. Dans le 2^{d} ordre, il y a déja des Claſſes, & il y en a 2, qui y ſont naturellement, & ſans que l'art de la Géométrie s'en mêle. La Parabole & l'Hiperbole entre ſes Aſimptotes ſont la 1re Claſſe, car dans la Parabole, une des Coordonnées, qui eſt l'Abſciſſe, n'eſt qu'à la 1re puiſſance, l'autre étant à la 2de, & dans l'Hiperbole entre ſes Aſimptotes, l'une & l'autre Coordonnées ne ſont également qu'à la 1re puiſſance. Pour le Cercle & l'Ellipſe, on ſçait que les deux Coordonnées y ſont néceſſairement à la 2de puiſſance, & ces deux Courbes feront la 2de Claſſe du 2^{d} ordre.

Une Equation d'une Courbe d'un ordre quelconque étant propoſée, M. l'Abbé de Bragelongne a trouvé la méthode de déterminer de quelle Claſſe elle eſt dans ſon ordre. Cela ne ſe fait que par un grand nombre de transformations & de

comparaiſons

comparaiſons d'Equations qu'on fait naître les unes des autres, par des Suites nouvelles de certains Triangles algébriques, &c. Ce Probleme général réſolu, il en réſulte que quand toutes les racines d'une certaine Equation ſont imaginaires, les Courbes auſquelles cette Equation ſe rapporte, ne peuvent être réduites à une Claſſe d'une dénomination inférieure à l'expoſant de l'ordre, c'eſt-à-dire, que ſi l'ordre eſt le 4me, par exemple, elles y ſeront néceſſairement de la 4me & derniére Claſſe. Or les racines imaginaires vont toûjours deux à deux, & par conſéquent toutes les racines d'une Equation ne peuvent être imaginaires qu'elles ne ſoient en nombre pair, ni être en nombre pair que dans un ordre dont l'expoſant ſoit pair. Donc ce n'eſt que dans le 2^{d} ordre, dans le 4me, dans le 6me, &c. qu'il ſe trouve des Courbes *irréductibles* dans le ſens qu'on a marqué. Nous en avons déja vû un exemple pris du 2^{d} ordre, le plus ſimple de tous.

Puiſque le 4me ordre eſt ſuſceptible de 4 Claſſes, M. l'Abbé de Bragelongne tire de ſon Equation générale les 4 Equations particuliéres qui conviennent à chaque Claſſe, ou, ſi l'on veut, les trois ſeulement qui appartiennent aux 3 premiéres Claſſes, car la 4me ne ſera que l'Equation générale. Cette diviſion empêchera que rien n'échappe aiſément dans l'Enumération qu'on veut faire des Courbes de tout cet ordre. Il ne ſera queſtion préſentement que de celles de la 1re Claſſe.

Elles s'étendent toutes à l'infini, & par rapport à cette propriété elles peuvent avoir ou 2 branches infinies, ou 4, ou 6, ou 8, ce qui fournit encore une ſubdiviſion. Il eſt de l'art de s'en ménager le plus que l'on peut. Une Parabole ou une Hiperbole ont deux branches infinies, qui partent d'un ſommet commun, & c'eſt la même choſe pour toutes les Courbes qui auront la même forme, quand elles ne ſeroient pas préciſément de la même nature par leur équation géométrique. Ainſi une Ligne du 4me ordre compoſée de 4 Courbes, qui auront une forme Parabolique ou Hiperbolique, aura huit branches infinies, le plus grand nombre qu'elle en puiſſe avoir. Ces 4 Courbes ſeront entiérement détachées les unes des

autres, n'auront aucun point commun ni à toutes les 4, ni ſeulement à quelques-unes, & elles ne ſeront liées que par ſe rapporter aux mêmes axes, les unes étant au-deſſus, les autres au-deſſous, les unes à droite, les autres à gauche. Par cette Ligne du 4me ordre, qui auroit 8 branches infinies, on peut juger de celles qui n'en auroient qu'un moindre nombre.

Il n'eſt pas néceſſaire que ces branches ſoient de la forme que nous venons de dire. Une Courbe de celles qu'on nomme *Anguinées*, parce qu'ayant un point d'inflexion, elles ont de part & d'autre de ce point deux branches infinies, l'une concave & l'autre convexe, & paroiſſent *ſerpenter*, ſeroient auſſi propres à être portions d'une Ligne du 4me ordre que des Courbes à forme Parabolique ou Hiperbolique.

Tout le monde ſçait que l'Hiperbole, la Conchoïde, & un petit nombre d'autres Courbes fort connuës, ont des Aſimptotes, mais tout le monde ne ſçait peut-être pas que toutes les Courbes en ont, dès qu'elles s'étendent à l'infini, comme ſont toutes celles de la 1re Claſſe du 4me ordre, & c'eſt une de leurs propriétés qui mérite d'être traitée un peu à fond.

La Parabole même, & toutes les Paraboles ont donc des Aſimptotes, ce qui pourroit paroître un paradoxe. Il eſt vrai que ces Aſimptotes ne ſont pas des lignes droites, comme celles de l'Hiperbole, & de la Conchoïde, ce ſont des Courbes, dont ces Paraboles, ſi on veut les prendre ſeules pour exemple, s'approcheront toûjours ſans pouvoir les joindre qu'après un cours infini. Cela n'a plus rien de merveilleux, car que je conçoive la Parabole ordinaire tracée, je conçois très-facilement que dans le nombre infini de Courbes qui lui peuvent être ou circonſcrites ou inſcrites, il y en aura quelqu'une qui s'approchant toûjours d'elle à chaque pas ne la rencontrera qu'à ſon extrémité infiniment éloignée. Mais pourquoi ne ſera-ce pas une droite auſſi-bien qu'une Courbe, qui pourra être l'Aſimptote de la Parabole? pourquoi la droite en eſt-elle incapable, de quelque maniére qu'on détermine ſa poſition, & ſa direction à l'égard de la Parabole? c'eſt là où il peut y avoir quelque choſe à éclaircir.

Selon la nouvelle Théorie de l'Asimptotisme établie dans les *Elements de la Géométrie de l'Infini*, l'Hiperbole est telle qu'après un cours fini, pendant lequel ses côtés infiniment petits ont toûjours changé infiniment peu de direction les uns par rapport aux autres, ce ne sont plus pendant le reste de son cours, qui est infini, que des côtés d'une grandeur finie, qui ont ces mêmes changements de direction infiniment petits. Ansi dans la 1re partie finie de son cours elle est courbe à l'ordinaire, dans la 2de partie infinie elle est courbe d'une autre façon, elle change infiniment peu de direction seulement à chaque pas fini qu'elle fait, c'est moins une Courbe qu'une droite *non-exacte.* Cette droite non-exacte rapportée à une droite exacte, qui sera l'Asimptote, peut donc en vertu de sa *non-exactitude* s'approcher toûjours de l'autre, & prendre une *direction plus approchante* de la sienne, & enfin ne la prendre entiérement qu'au bout d'un cours infini. Tout cela a été expliqué plus amplement & suffisamment dans l'Ouvrage cité.

On y a dit aussi que l'Hiperbole, & toute autre Courbe Asimptotique de même nature, étoit pendant la portion infinie de son cours *inparfaitement* parallele à l'Asimptote, & toûjours plus parallele, jusqu'à ce qu'enfin elle le fût parfaitement.

Ce changement par lequel l'Hiperbole cesse d'estre courbe à la maniére ordinaire, & n'est plus qu'une droite non-exacte, est quelque chose de réel, & d'indépendant de la division arbitraire des Courbes en côtés droits. L'Hiperbole conçûë d'abord comme divisée en côtés droits infiniment petits, qui changeront toûjours infiniment peu de direction, ne sçauroit être conçûë sous cette idée, que jusqu'à un certain point, passé lequel ses côtés doivent être conçûs d'une grandeur finie, & se détournants infiniment peu. Cela a été démontré par l'Equation de cette Courbe dans la *Géométrie de l'Infini.* Mais la Parabole, qui n'a pas moins un cours infini, doit être conçûë dans toute son étenduë de la même courbure, c'est-à-dire de la même espece, qui est l'ordinaire, & sans ce changement qui la rendroit droite non-exacte.

Il y a donc des Courbes, qui par leur nature reçoivent ce

changement, d'autres qui ne le reçoivent pas. Les premiéres étant dans une étenduë infinie droites non-exactes, il est impossible qu'il n'y ait quelque droite exacte, à laquelle elles seront dans toute cette étenduë imparfaitement, & enfin parfaitement paralleles, & ce sera là une Asimptote droite. Les autres Courbes, qui ne recevront point le changement dont il s'agit, ne pourront par conséquent être pendant une étenduë infinie imparfaitement paralleles à une droite, ni l'avoir pour Asimptote. Leurs changements de direction infiniment plus frequents que dans l'autre cas, feront qu'elles s'en approcheront trop, & la joindront par un cours seulement fini. Une droite, dont la direction est invariable, ne peut pas fuir, pour ainsi dire, une Courbe qui s'approche trop d'elle.

Mais une autre Courbe, dont les directions ont toûjours été changeantes, peut la fuir, & la fuir si à propos & si peu, que quoique celle qui, si l'on veut, poursuit, s'approche toûjours de l'autre, elle ait besoin d'un cours infini pour la joindre. Alors la Courbe *poursuivante* a une autre Courbe pour Asimptote. La marche des deux Courbes est tellement concertée dans leur cours infini Asimptotique, qu'elles ne changent jamais de direction, l'une par rapport à l'autre, qu'après quelque portion finie du cours de l'une & de l'autre, ce qui répond parfaitement à l'Asimptotisme des Courbes & des droites. On voit assés que toute Courbe d'un cours infini, qui n'aura pas une Asimptote droite, en aura nécessairement une courbe.

Les Courbes, qui ont des Asimptotes droites, passent pour être de l'espece Hiperbolique, & celles qui n'en ont que de courbes, pour être de l'espece Parabolique. C'est là une division générale, & très-simple.

Les Asimptotes servent à faire voir dans quelles bornes, selon un certain sens, le cours infini des Courbes se renferme. On le voit mieux par les Asimptotes droites que par les courbes, sur-tout quand ce sont deux droites paralleles entre elles.

Tout cela posé, M. l'Abbé de Bragelongne détermine toûjours quelles sont les Asimptotes des branches de toutes ses

Lignes de la 1re Classe du 4me ordre. Il arrive souvent que de deux branches qui partent du même sommet, l'une a une Asimptote droite, l'autre une Asimptote courbe, & que par conséquent la 1re est de l'espece Hiperbolique, la 2de de la Parabolique. Deux autres branches pareilles peuvent être tellement posées, qu'une même droite sera l'Asimptote commune des deux branches Hiperboliques qui se regarderont, & une même Courbe l'Asimptote commune des deux branches Paraboliques qu'elle embrassera.

Afin qu'une Courbe de cette 1re Classe puisse avoir 8 branches *infinies*, il faut qu'elle soit formée de 4 Courbes, ayant chacune deux branches, & que ces 4 Courbes soient distribuées dans les 4 angles que deux axes feront entre eux. C'est là le cas le plus compliqué de cette Classe, & en demeurant dans *cette complication*, quant au nombre des Courbes qui composeront la totale, il reçoit de grandes variétés par la nature, les contours, les positions des Courbes partiales, & même de leurs deux branches, qui, comme nous venons de le dire, peuvent être différentes entre elles.

Il est important de connoître d'où partent ces Courbes partiales, ou, ce qui revient au même, quelle est la distance de leurs sommets à un axe déterminé que M. l'Abbé de Bragelongne appelle le *véritable*. Ces sommets étant paralleles à cet axe, on trouve par la Regle des Tangentes le point où sera une Tangente parallele, & à ce point sera le sommet cherché, & de-là on tirera sa distance à l'axe. Il arrive quelquefois qu'il en est à une distance infinie. Il est clair que les Courbes partiales ne pouvant être plus de 4, la totale ne peut avoir au plus que 4 sommets.

Ce ne sont pas toûjours des Courbes à sommet, comme les Paraboliques, ou les Hiperboliques, qui sont les Courbes partiales, ce sont aussi des Courbes Anguinées qui n'ont point de sommet, puisque les deux branches qu'elles ont de part & d'autre de leur point d'Infléxion, s'étendent chacune d'un côté opposé, & non du même côté. Ces deux branches ont chacune une Asimptote droite, & ces deux droites sont paralleles,

ce qui renferme leur cours infini entre des bornes les plus étroites, & les plus marquées qu'il ſoit poſſible.

* p. 43. & 44.
Ce que nous avons dit en 1729 * des Hiperboles *inſcrites* ou *circonſcrites* à leurs Aſimptotes ou *ambigenes,* s'applique de ſoi-même ici aux Courbes qui ont des Aſimptotes courbes. Ces Courbes peuvent être ambigenes, c'eſt-à-dire, en partie inſcrites, en partie circonſcrites à leurs Aſimptotes, & alors elles n'ont point de diametre, ce qui eſt remarquable. On appelle diametre dans une Courbe quelconque une droite qui coupe en deux moitiés égales toutes les paralleles en nombre infini tirées d'un point de cette Courbe à un oppoſé. Quand une Courbe eſt ambigene par rapport à ſon Aſimptote courbe, il eſt bien vrai que cette Aſimptote a un diametre qui coupe également toutes les paralleles qu'on y peut tirer, mais il ne peut couper de même toutes celles de la Courbe ambigene, tant dans la partie inſcrite que dans la circonſcrite, car s'il le peut à l'égard d'une de ces parties, on voit aiſément qu'il ne le pourra à l'égard de l'autre.

En ôtant le diametre à ces ſortes de Courbes, M. l'Abbé de Bragelongne donne à d'autres un *contre-diametre*, dont l'idée eſt nouvelle. Sa fonction eſt de couper une Courbe en deux parties égales & ſemblables. Si par le point d'Infléxion de la 1re Parabole cubique on tire une Tangente infinie, ce ſera un contre-diametre, parce que d'un côté ſera la moitié concave de la Courbe, de l'autre la convexe, toutes deux égales & ſemblables. Les Courbes Anguinées qui ſe trouvent ſouvent ici, pourront avoir des contre-diametres. Une Science ne peut guere s'enrichir de vûës nouvelles ſans groſſir ſon Dictionnaire de quelques termes nouveaux, mais la modeſtie des Sciences Mathématiques demande qu'ils ſoient néceſſaires.

On ne trouvera point dans les Mémoires celui pour lequel tout cet article a été fait. Comme cette Théorie des Lignes du 4me Ordre devoit encore dans la ſuite s'étendre beaucoup, l'Académie, de concert avec M. l'Abbé de Bragelongne, jugea qu'il étoit plus à propos de faire du tout enſemble un Volume qui paroîtra ſéparément.

CEtte année M. Fontaine apporta à l'Académie des Solutions dont le sujet avoit quelque chose de singulier. On suppose que sur une surface quelconque donnée soient disposés en tel nombre & en tels endroits qu'on voudra des points actifs, comme des Feux dont on connoisse la Force absoluë de chacun, & de plus la Loi selon laquelle croît ou décroît leur action en vertu de leur distance au Corps sur lequel ils agissent, on demande 1° quelle est la route qu'il faut suivre sur cette surface pour se dérober le plus qu'il est possible à l'action de ces points ou feux, 2° s'il faut partir d'un point déterminé, & aller à un autre déterminé, quelle sera encore la route, 3° quelle elle sera encore, s'il est prescrit qu'elle soit d'*une certaine longueur*, & entre deux points déterminés.

Il ne faut pas beaucoup de Géométrie pour sentir la difficulté de ces Problemes, ou, pour mieux dire, plus on sera Géometre, plus on la sentira. Aussi M. Fontaine fut-il obligé d'entrer dans un Calcul Infinitésimal fort compliqué & fort délicat, où l'on trouva qu'il faisoit preuve de beaucoup d'habileté.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires

L'Ecrit de M. Nicole sur les Roulettes formées sur la superficie convexe d'une Sphere, &c. V. les M. p. 271.

Celui de M. Clairaut sur les Epicycloïdes Sphériques. p. 289.

Du même, sur les Courbes algébriques & rectifiables de la surface du Cone. p. 383.

Les Solutions d'un Probleme géométrique de M. Cramer, Professeur à Geneve, trouvées par Mrs Clairaut, Nicole, de Maupertuis & Camus. V. les M. p. 435. 437. 442. & 446.

ASTRONOMIE.

SUR LA PARALLAXE DE LA LUNE.

V. les M. p. 51. NOus avons dit en 1703 * combien il est important pour les Eclipses de Lune de connoître la Parallaxe de cet Astre, on sous-entend toûjours *l'Horisontale*, qui est la plus grande qu'un Astre puisse avoir à un point donné ou déterminé de son Orbite.

* p. 77. & suiv. 2de Edit.

La parallaxe d'un Astre est égale à l'angle sous lequel le demi-diametre de la Terre seroit vû de cet Astre. Si donc nous pouvons sçavoir sous quel angle, ou de quelle grandeur paroîtroit le demi-diametre de la Terre à un Spectateur placé dans la Lune, nous aurons la parallaxe de la Lune, & c'est ce que M. Godin recherche, en faisant presque voir sur la Lune ce demi-diametre de la Terre, tel qu'il y est vû.

L'ombre de la Terre, qui se jette sur la Lune, est un Cone dont la pointe ou le sommet est un peu au de-là du corps de la Lune. Si l'on imagine le Triangle générateur de ce Cone, la perpendiculaire à l'axe tirée du centre de la Lune à l'hipoténuse du Triangle, est le demi-diametre de l'ombre en cet endroit, & en même temps il est visible qu'elle est de la grandeur dont paroît être en cet endroit le demi-diametre de la Terre, vû de la Lune. Il ne faut donc que trouver moyen de mesurer dans une Eclipse de Lune ce demi-diametre d'ombre.

Pour le déterminer il faut se rappeller ce que nous avons expliqué en 1703 à l'endroit cité. Le Soleil est supposé à une distance infinie de la Terre. S'il n'étoit qu'un point lumineux, l'ombre de la Terre sur la Lune, & par tout ailleurs à l'infini, seroit cilindrique, mais le Soleil a un diametre très-sensible, des deux extrémités duquel deux lignes tirées aux deux extrémités du diametre de la Terre font un angle, qui est celui

du

du sommet d'un Cone d'ombre. C'est de la grandeur de cet angle que dépend celle des lignes paralleles ou Ordonnées tirées dans le Cone, & cet angle est mesuré par le nombre de Minutes du diametre apparent du Soleil. Ainsi pour avoir la grandeur d'une de ces Ordonnées tirée du centre de la Lune, ou, ce qui est la même chose, du demi-diametre d'ombre en cet endroit, il faut tenir compte du demi-diametre apparent du Soleil en ce moment, car on sçait qu'il varie toûjours de grandeur depuis l'Apogée jusqu'au Périgée.

Si une Eclipse de Lune est centrale, si les deux moments de l'immersion totale & de la premiére émersion ont été observés, & si par conséquent le temps écoulé entre les deux est connu, on sçaura par ce temps quel chemin en degrés & minutes le diametre de la Lune, qui sera exactement déterminé *pour ce jour ou* ce temps-là, aura fait dans l'ombre, la moitié de ce chemin, augmentée du demi-diametre apparent du Soleil, sera le demi-diametre de l'ombre Conique qu'on cherche, & par conséquent le demi-diametre de la Terre vû alors de la Lune, ou la parallaxe horisontale de la Lune pour ce temps-là.

Cette proposition n'est pas nouvelle, & M. Godin ne veut qu'en faire l'application à des cas plus difficiles que celui où nous venons de la mettre, car il est rare qu'une Eclipse soit centrale, même qu'elle soit totale, &c. l'art consiste à trouver toutes les ressources que le principe général peut fournir dans les circonstances les moins favorables. C'est ce que M. Godin enseigne, & de quoi il donne des Exemples sur quelques Eclipses des plus exactement observées.

SUR LA ROTATION DE VENUS.

LORSQU'IL a été question en 1729 des découvertes de feu M. Bianchini sur la Planete de Venus *, nous avons dit qu'il avoit déterminé sa rotation sur son axe de 24 jours 8 heures, tandis que d'un autre côté feu M. Cassini l'avoit, non pas déterminée, mais seulement soupçonnée, de

V. les M. p. 197.

* p. 109. & 112. & suiv.

23 heures, ou environ. Nous avons fait sentir comment cette grande différence d'un nombre presque égal de jours ou d'heures pouvoit se trouver entre deux bons Observateurs, toute énorme qu'elle paroît, mais nous allons le faire voir encore plus sensiblement.

L'extrême difficulté de bien observer Venus, sur tout celle d'y découvrir des Taches ou des parties plus luisantes, qui donnent assés de prise pour y faire apercevoir une rotation, le peu de temps que feu M. Cassini avoit pu donner à cette Planete, sa détermination de 23 heures avancée simplement comme un soupçon, quant à la précision de la durée, & en attendant mieux, tout cela a été rapporté en 1729, & la gloire de ce grand Astronome étoit parfaitement à couvert, quand la détermination de M. Bianchini seroit venuë, qui l'eût emporté sur la sienne, qu'il avoit lui-même si peu garantie. C'est donc pour l'interest seul de la vérité, & non par un zele excessif pour la mémoire de ce grand homme, que M. son fils a entrepris de faire voir que la rotation de 24 jours n'est point encore suffisamment prouvée, & cela sans attaquer non plus l'honneur de M. Bianchini, dont on reconnoît tout le mérite, & qui a pu juger comme il faisoit, mais qui ne l'a pas dû nécessairement.

Son observation principale, & qu'il regarde comme décisive, a été par l'incommodité du lieu, selon le récit qu'il en fait lui-même, interrompuë pendant près de 3 heures. Au bout de ce temps, il reprend sur Venus les Taches qu'il y avoit saisies d'abord, il les retrouve dans le même état, dans la même position où il les avoit vûës, à la petite différence près qu'avoit dû y apporter une rotation aussi lente que celle de 24 jours. Cela paroît assés fort. Mais M. Cassini, en prenant les figures des Taches données par M. Bianchini, en supposant l'axe de rotation posé comme ils en conviennent tous deux, fait voir que pendant les 3 heures d'interruption de l'observation, le mouvement de rotation de 23 heures auroit été tel que d'un côté changeant la position des Taches vûës d'abord, ou les faisant disparoître, de l'autre amenant de

nouvelles Taches, il auroit remis le tout précisément dans le même état où on l'avoit laissé au moment de l'interruption. On entend assés jusqu'où peut aller ce *précisément* en pareille matiére. Jusque là l'affaire seroit donc devenuë équivoque.

Il semble qu'il n'y ait qu'à recommencer une observation qui ne sera point interrompuë, mais outre qu'il est rare d'en pouvoir faire une pour Venus, qui fût d'assés longue durée, & que celles de différents jours seront toûjours très-difficiles à lier ensemble à cause de l'incertitude, & du peu de distinction des Taches, M. Cassini assûre que ni feu M. Maraldi ni lui n'ont pû seulement appercevoir sûrement des Taches dans les temps les plus favorables, & avec d'excellents Verres. Peut-être celles que M. Bianchini a vûës ont-elles disparu, peut-être est-il plus aisé de les voir dans un Climat tel que celui d'Italie, & en effet toutes les observations de feu M. Cassini sur les Taches de Venus sont d'Italie, & il n'en put ensuite retrouver aucunes en ce pays-ci. On continuera cependant ici à les chercher autant qu'il sera possible, il y a en tout genre des hazards imprévûs & heureux, qui ne sont que pour ceux que de longs obstacles n'ont pas découragés.

Au reste M. Cassini fait voir que la rotation de Venus supposée de 23 heures 20′ ne s'accorde pas moins avec les observations de M. Bianchini même qu'avec celles de feu M. Cassini faites en 1666 & 1667. Mais si l'on suppose la rotation de Venus de 24 heures, selon M. Bianchini, alors il faudra rejetter absolument les observations de M. Cassini en 1666 & 1667, car il se sera trompé en croyant voir les Taches de Venus marcher sur son disque avec beaucoup plus de vîtesse qu'elles n'en pouvoient avoir réellement. Or on ne peut guere lui attribuer une si grande erreur, & d'ailleurs une hipothese astronomique qui satisfait aux observations de deux bons Observateurs, est assûrément préférable à celle qui ne satisfait qu'aux observations de l'un ou de l'autre.

Il s'en faut peu que la rotation de Venus ne soit l'exception d'une Regle qui jusqu'à présent n'en a point dans tout notre Sisteme Solaire, & cela, de l'aveu des deux seuls Astronomes

qui ayent vû cette Planete tourner, M. Cassini & M. Bianchini. Tout notre Tourbillon ayant un mouvement d'Occident en Orient, il est naturel, il paroît même nécessaire que ce mouvement général qui fait tourner les Planetes sur elles-mêmes en même temps qu'il les emporte autour du Soleil, les pousse dans l'un & l'autre cas selon sa direction, seulement quelque cause particuliére & perpétuelle empêche que leur rotation ne suive la direction simple d'Occident en Orient qu'a leur Orbite autour du Soleil, & les en détourne, chacune plus ou moins, vers le Nord & vers le Sud. L'Equateur de la Terre, qui est son grand Cercle de rotation, est incliné de 23 ½ degrés sur l'Ecliptique, qui est son Orbite autour du Soleil, ainsi la direction de la rotation de la Terre est composée d'une direction d'Occident en Orient, & d'une autre Nord & Sud. C'est visiblement la première qui domine, mais il se pourroit en général que la seconde fût la dominante, & enfin le fût infiniment, ce qui arriveroit si l'on concevoit que l'Equateur faisant avec l'Ecliptique un angle plus grand que 23 ½ degrés, & toûjours plus grand, en faisoit enfin un de 90; alors la rotation de la Terre n'auroit plus rien de la direction d'Occident en Orient, & ne seroit que Nord & Sud. Venus n'est pas fort éloignée d'être dans ce cas-là, puisque l'Equateur de sa rotation est élevé de 75 degrés sur le plan de son Orbite. L'Equateur de Jupiter est presque dans le plan de la sienne, & c'est une extrême différence entre ces deux Planetes. Les Poles de la rotation de Venus ont été déterminés par M. Bianchini à 10 degrés d'Aquarius, & à l'opposite.

Dans les rotations des Planetes on appelle hemisphere *inférieur* celui qui est tourné vers le Soleil, lieu le plus bas du Tourbillon, l'hémisphere opposé est le *supérieur*. Si le supérieur va *principalement*, c'est-à-dire, selon sa plus forte direction, d'Occident en Orient, comme dans tout ce qui nous étoit connu, l'inférieur va nécessairement d'Orient en Occident. De même dans Venus, si l'hémisphere supérieur va principalement du Nord au Sud, l'inférieur va du Sud au Nord. De-là vient qu'en différentes observations, Venus ayant été

différemment expoſée au Soleil, & les Poles de ſa rotation, qui ſont fixes comme ceux de la Terre, à cauſe du parallelisme dont nous avons parlé en 1729, s'étant trouvés tantôt l'un tantôt l'autre dans un même hémiſphere, ſoit inférieur, ſoit ſupérieur, dans la lumiére ou dans l'ombre, on a vû que le mouvement des Taches avoit une direction, tantôt du Nord vers le Sud, tantôt du Sud vers le Nord, ſelon qu'elles devoient paſſer de l'un ou l'autre des hémiſpheres dans l'oppoſé. Cela ſuffit pour faire entendre comment M. Caſſini a levé cette contrariété apparente. Si l'on vient jamais à faire autant de découvertes ſur Mercure & ſur Saturne que l'on en a fait depuis peu ſur Venus, ſa rotation extraordinaire peut faire craindre d'autres nouveautés qui embarraſſeroient, & c'eſt-là du moins une raiſon pour ne preſſer pas tant l'édifice de l'Aſtronomie *phiſique*.

SUR LES SATELLITES DE JUPITER.

CETTE matiére a été traitée à diverſes repriſes dans cette année, & nous mettrons enſemble tout ce qui en a été dit, plûtôt ſelon l'ordre naturel des ſujets, que ſelon celui des temps.

M. Grandjean a examiné les cauſes des variations ou inégalités qui ſe trouvent dans les Eclipſes des Satellites de Jupiter, & ſur leſquelles les Tables, quoiqu'exactes d'ailleurs, n'ont point compté ; nous avons dit en 1707 * qu'on avoit rapporté la cauſe de ces variations du 1er Satellite au mouvement ſucceſſif de la lumiére, & que feu M. Maraldi avoit combattu cette hypotheſe. M. Grandjean en convenant des raiſons par leſquelles M. Maraldi la combat, ne laiſſe pas de la recevoir par d'autres raiſons ; mais il la croit inſuffiſante, ſi on la prend ſeule, & il fait entrer dans l'effet propoſé de nouvelles cauſes, dont il a donné une petite Théorie.

V. les M. p. 419.

* p. 77. & ſuiv.

Quand on peut voir l'Immerſion d'un Satellite dans l'ombre de Jupiter, & l'Emerſion ſuivante, on compteroit naturellement pour la durée de l'Eclipſe le temps écoulé entre

l'Immerſion & l'Emerſion, en ſuppoſant que l'une & l'autre a été totale; c'eſt-à-dire, que le Satellite a été entiérement plongé dans l'ombre au moment qu'on a ceſſé de le voir, & qu'il en étoit entiérement ſorti au moment qu'on l'a revû. Mais cela n'eſt pas exactement vrai, & il y a déja long-temps qu'on le ſçait. Un Satellite diſparoît ſans être entiérement plongé dans l'ombre, & dès qu'il le ſera aſſés pour n'envoyer plus une lumiére ſuffiſante à nos yeux; ainſi on comptera trop tôt le moment de l'Immerſion, ou, ce qui eſt la même choſe, l'Immerſion retardera. Par la raiſon contraire, le Satellite reparoîtra avant que d'être entiérement ſorti de l'ombre, & l'Emerſion avancera.

Ce raiſonnement a ſuppoſé pour plus de clarté, mais il ne demande point néceſſairement, que l'on voye dans une même Eclipſe l'Immerſion & l'Emerſion. Il eſt aiſé de voir comment on l'appliquera aux Eclipſes du 1er Satellite, où il n'y a que l'une ou l'autre de ces Phaſes qui ſoit viſible.*

* V. l'Hiſt. de 1727. p. 112.

Plus un Satellite eſt éclairé par Jupiter, plus il eſt de temps à ſe plonger dans l'ombre avant que nous le perdions de vûë, ou, ce qui revient au même, plus ſa moindre partie viſible, celle qui ſuffit pour le faire voir, eſt petite, & plus l'Immerſion apparente s'approche de la vraye. La même idée renverſée s'appliquera à l'Emerſion. Cela dépend de la diſtance du Satellite à Jupiter, & ſuppoſe, comme il eſt très-vraiſemblable, que les Orbes des Satellites ne ſoient pas concentriques à Jupiter.

Plus un Satellite eſt vû de près par la Terre, plus il eſt vû lumineux, plus ſa moindre partie viſible eſt petite, &c. cela dépend de la diſtance de la Terre à Jupiter.

Puiſque la moindre partie viſible d'un Satellite eſt tantôt plus grande, tantôt plus petite, elle varie dans chacun. On peut ſuppoſer qu'elle varie également dans chacun d'une certaine quantité, comme de $\frac{1}{6}$ du diametre, & ce ſera là l'étenduë de la variation de leurs Eclipſes. Un Satellite dont la revolution autour de Jupiter ſera plus prompte, parcourra plus vîte cette étenduë de variation de ces Eclipſes; c'eſt-à-dire,

que la différence de deux de ses Eclipses consécutives sera plus sensible, & ce sera le contraire pour un Satellite dont la révolution sera plus lente. Cela dépend donc des temps périodiques des révolutions.

Ainsi l'inégalité, qui arrive de ce chef aux Eclipses des Satellites, dépend de trois principes ou Eléments, des distances ou plûtôt des quarrés des distances de Jupiter tant au Satellite qu'à la Terre, & des temps des révolutions des Satellites autour de Jupiter.

D'autres principes pourroient y entrer aussi, par exemple, des Taches considérables d'un Satellite, qui diminuëroient beaucoup sa moindre partie visible, & précipiteroient son Immersion apparente, & cela sans aucune regle que l'on pût connoître, à moins que l'on n'eût découvert la rotation du *Satellite sur son axe*, & la durée de cette rotation, ce qu'il n'est guere permis d'esperer. Mais peut-être ces extrêmes précisions ne sont-elles pas nécessaires. Lorsqu'une fois on aura bien établi à force d'observations tout l'Astronomique, tout ce qui est produit par des causes constantes & réguliéres, il ne faudra pas se déranger pour quelques accidents particuliers & rares qu'ameneront les causes phisiques.

Il est certain que parce qu'une plus longue Lunette augmente davantage le diametre apparent d'un Satellite, elle le rend plus long-temps visible, & par conséquent retarde l'Immersion apparente, & avance l'Emersion, ce qui rapproche tout l'apparent du vrai, & de-là il semble qu'on pourroit conclurre que l'expédient de se servir de longues Lunettes, rendroit la Théorie de M. Grandjean peu utile dans la pratique. Mais des Lunettes, qui augmentent les diametres, & même quelquefois dans des rapports connus *, n'augmentent pas de même le degré ou l'*intensité* de Lumiére, or c'est cette intensité dont M. Grandjean a consideré les effets.

* V. l'Hist. de 1729. p. 74.

Si l'on trouve que ces inégalités *optiques* des Eclipses des Satellites dans l'ombre de Jupiter, les rendent sujettes à trop de difficultés ou d'incertitude, on peut s'en délivrer tout d'un coup, en mesurant la durée d'une autre sorte d'Eclipses, qui

ſont les paſſages de l'ombre des Satellites ſur le diſque éclairé de Jupiter dans leurs conjonctions inférieures. M. Grandjean panche à croire que ce ſeroit là le moyen le plus ſûr, mais la vérité eſt que l'on n'a pas trop de tout.

V. les M. p. 95. & 471.

Voici maintenant des choſes qui tendent à amener encore de plus grands changements dans toute l'Aſtronomie des Satellites. Feu M. Caſſini, le ſeul qui en ait donné des Tables, & qui, comme nous l'avons dit ailleurs, les donna après 18 ans d'obſervation, perfectionnées enſuite au bout de 25, avoit poſé les Orbes des 4 Satellites circulaires & concentriques à Jupiter, l'inclinaiſon de leurs Orbes ſur celui de Jupiter la même dans tous, & conſtante, leurs Nœuds avec cet Orbe fixes & immobiles. Ces trois hipotheſes étoient contraires à ce que l'on connoît d'ailleurs certainement dans l'Aſtronomie Phiſique, ſur-tout à l'égard de la Lune, ſeul Satellite bien connu, & qui doit avoir beaucoup d'analogie avec les autres. M. Caſſini n'ignoroit pas que dans ces trois points où il ſuppoſoit la plus grande ſimplicité, ou une uniformité parfaite, il devoit, ſelon toutes les apparences, ſe trouver réellement des inégalités & des variations, mais il n'en avoit ni découvert ni ſoupçonné de ſuffiſantes dans ſes 43 années d'obſervation, & il étoit ſi bien fondé à conſtruire ſes Tables ſur les principes qu'il a pris, que depuis le temps de leur publication, ou plûtôt de leur correction juſqu'à préſent, c'eſt-à-dire pendant 40 ans, elles ont toûjours été aſſés d'accord avec le Ciel. Mais enfin le vrai & la néceſſité des corrections commencent à ſe faire ſentir. Nous avons dit en 1712* par quelle voye feu M. Maraldi s'apperçut qu'il falloit diminuer de 3' l'inclinaiſon de l'Orbe du 4me Satellite poſée par M. Caſſini de 2° 52', comme celles des autres. Maintenant M. Maraldi ſon Neveu demande encore d'autres changements, & plus grands. Nous allons donner une idée générale de la maniére dont on en découvre la néceſſité.

* p. 68. & ſuiv.

Il s'agit d'avoir le moment précis de l'Immerſion d'un Satellite quelconque dans l'ombre de Jupiter, ou celui de ſon Emerſion, ou la durée de ſon Eclipſe.

1°.

1°. Si l'Orbe du Satellite, au lieu d'être un Cercle concentrique à Jupiter, est une Ellipse qui ait Jupiter pour un de ses foyers, il est clair que le Satellite sera tantôt plus proche, tantôt plus éloigné de Jupiter, & tombera plûtôt ou plus tard, plus ou moins dans son ombre.

2°. Si l'inclinaison de l'Orbe du Satellite sur celui de Jupiter est moindre, le Satellite tombera plûtôt, & plus avant dans l'Ombre de Jupiter, & au contraire.

3°. Comme les Eclipses d'un Satellite n'arrivent que quand il est dans un Nœud de son Orbe avec celui de Jupiter, ou à une certaine distance de part & d'autre de ce Nœud, ce qu'on appelle les *limites Ecliptiques*, il faut, pour avoir le moment de l'Eclipse, avoir précisément le lieu du Nœud dans le Zodiaque, & l'étenduë des limites, & il est très-important de sçavoir si ces positions ou ces grandeurs varient.

On a devant soi un grand nombre d'observations des Satellites faites depuis 1650 jusqu'à présent. On compare celles où, selon les trois hipotheses des Tables de M. Cassini, les Eclipses auroient dû être, par ex. de la même durée, si cela ne se trouve pas, & il est aisé de voir que plus les observations auront été éloignées les unes des autres, plus les différences se feront sentir, quelqu'une des trois hipotheses a été fautive, peut-être toutes les trois. Il faut démêler où est le défaut, & en supposant ici qu'il ne soit que dans une, ce qui arrive le plus ordinairement, y porter le remede, ou imaginer la correction qui remettroit les Tables d'accord avec le Ciel. Ce remede doit être le moindre qu'il soit possible, mais selon la grandeur dont il est en lui-même, il doit être appliqué à une hipothese ou à une autre, selon qu'elles peuvent d'elles-mêmes produire de plus grandes, ou de moindres erreurs. Celle des Orbes circulaires produira les moindres, celle des Nœuds fixes de plus grandes, enfin celle des inclinaisons égales & constantes produira les plus grandes de toutes.

Il ne suffit pas qu'une correction convienne au cas particulier pour lequel on l'a imaginée, il faut de plus qu'on la retrouve nécessaire dans les autres pareils, & même qu'on l'y

voye suivre un certain ordre régulier. Par exemple, si un certain cas exige qu'on ait supposé variable l'inclinaison d'un Orbe, il faut que cette variation ne se montre qu'avec une certaine période d'accroissement & de décroissement qui se soûtienne dans tous les cas.

Nous n'avons point parlé d'un autre défaut, parce qu'il peut être commun à toutes les Tables, c'est celui des *Époques*. Les lieux du Zodiaque & les temps d'où l'on compte les mouvements des Astres, peuvent n'avoir pas été assés exactement posés, & cela seul influeroit sur tout le reste, avanceroit ou retarderoit les Eclipses, &c. en ce cas-là le changement de l'Epoque raccommode tout. C'est à l'Astronome à voir si ce changement suffiroit, mais ce n'est pas là celui qui peut avoir le plus de lieu dans le sujet que nous traitons.

Selon toutes les vûës que nous avons exposées en abregé, & par toutes les comparaisons nécessaires d'observations des Satellites combinées différemment ensemble, feu M. Maraldi avoit déja fait voir que l'inclinaison du 1er * & du 2d Satellite * sur l'Orbe de Jupiter étoit variable dans leurs Conjonctions & Oppositions, au lieu que celle de la Lune sur l'Orbe de la Terre est posée constante dans les mêmes phases, quoique variable dans le reste de son cours.

* V. l'Hist. de 1727. p. 108. & suiv.

* V. l'Hist. de 1729. p. 63. & suiv.

Maintenant M. Maraldi examine de la même maniére le 3me & le 4me Satellite.

Pour commencer par le 3me à cause de sa position par rapport à Jupiter, une remarque générale que M. Maraldi tire de la longue suite d'Observations qu'il a devant lui, le guide principalement dans sa recherche, & lui en applanit heureusement les difficultés; c'est que depuis 1691 jusqu'à présent la durée des Eclipses de ce Satellite a toûjours diminué, moins sensiblement depuis 1691 jusqu'en 1715, & ensuite plus sensiblement, de 7′ 22″ dans ce 1er intervalle, & de 9′ 22″ dans le 2d. A quoi rapporter cette variation?

Que l'Orbe du Satellite soit excentrique à Jupiter, il est bien vrai que la durée des Eclipses variera, mais non pas toûjours du même sens, elles seront plus longues quand le Satellite

dans son opposition à Jupiter se trouvera à l'extrémité du petit axe de son Orbe, plus courtes au contraire quand il se trouvera à l'extrémité du grand axe, & cette alternative dépendra de la révolution du Satellite autour de Jupiter, qui n'est que de 7 jours 4^h. Combien cela est-il éloigné d'une variation uniforme de 40 ans? En général on ne peut jamais tirer un grand effet de l'excentricité supposée des Orbes des Satellites ; si elle étoit en elle-même d'une grandeur un peu sensible, on verroit les Satellites dans leurs plus grandes digressions ou éloignements de Jupiter tantôt plus, tantôt moins éloignés de cette Planete, & c'est ce qu'on n'apperçoit point.

Que les Nœuds de l'Orbe du Satellite ayent eu un mouvement, c'est encore sûrement un principe de variation, mais il le faudroit suffisant, & l'on n'est pas le maître de faire ce *mouvement aussi* grand que l'on voudra. Les Eclipses sont toûjours arrivées proche des Noeuds, ou dans les limites Ecliptiques, & l'on sçait à quels points du Zodiaque répondent ces Noeuds, ou ces limites. Ces points ont toûjours été presque les mêmes, ou enfin si peu différents, que depuis 1691 jusqu'en 1727 on ne pourroit donner aux Nœuds qu'un mouvement de 3 degrés, d'où par le calcul de M. Maraldi il résulteroit à peine 10″ de temps pour la diminution totale des Eclipses depuis 1691, au lieu des 16′ 44″ qui se trouvent.

On ne peut pas employer ici les principes optiques de M. Grandjean. Un Satellite plus éclairé disparoît plus tard, & reparoît plûtôt, ce qui, à la vérité, accourcit l'Eclipse, mais aussi quand il est moins éclairé, il disparoît plûtôt, & reparoît plus tard, ce qui allonge l'Eclipse, au lieu qu'il faut ici qu'elles diminuent toûjours pendant une longue suite d'années. Il est aisé de voir aussi qu'on ne peut pas avoir recours à des Taches du Satellite pour accourcir ses Eclipses, il est clair qu'elles ne feroient que les allonger, & même il faudroit forger des hipotheses bien violentes pour faire qu'elles les allongeassent toûjours pendant un fort long temps.

Il n'y a plus à choisir, il ne reste que la variation d'inclinaison de l'Orbe du Satellite sur celui de Jupiter. Elle aura

toûjours augmenté pendant 40 ans, & par conséquent l'axe de l'ombre de Jupiter, qui est toûjours dans le plan de l'Orbe de Jupiter, étant toûjours plus éloigné de l'Orbe du Satellite; ce Satellite aura toûjours moins rencontré l'ombre, & s'y sera moins plongé. M. Maraldi a calculé l'inclinaison du Satellite de 3° 0′ 30″ pour 1691, de 3° 5′ 25″ pour 1715, & de 3° 12′ 5″ pour 1727. Selon M. Cassini, qui n'en avoit encore pû observer la variation en 1693, elle étoit de 2° 52′. Il est étonnant que des déterminations si postérieures aux siennes, les changent si peu, malgré le grand avantage qu'elles devroient avoir.

Comme il ne paroît pas que cette variation d'inclinaison soit encore arrivée à son terme, que du moins on n'en est pas sûr, il n'y a que le temps, & un assés long temps, qui puisse amener toutes les connoissances qu'on peut encore desirer sur ce sujet.

Le 4me Satellite n'a pas donné moins d'occupation à M. Maraldi. Il a remarqué que ses Immersions ou Emersions observées prévenoient toûjours le temps où le calcul fondé sur les Tables les auroit fait attendre, & cela à tel point que la plus grande différence pouvoit être de près de 2 heures. Heureusement on y appercevoit un ordre qui paroissoit avoir rapport à la révolution de Jupiter autour du Soleil.

De plus M. Maraldi a trouvé des Eclipses de ce Satellite hors des limites Ecliptiques assignées par M. Cassini, & par conséquent l'étenduë de ces limites trop petite dans les Tables; & enfin dans les Eclipses où l'on a pû voir & l'Immersion, & l'Emersion, ce qui est rare, il a trouvé la durée des Eclipses plus longue, & quelquefois de moitié, que les Tables ne la donnoient. Il faut donc une correction, reste à sçavoir où il faut la placer, & quelle elle doit être.

En la mettant sur les Nœuds, ausquels on donneroit un mouvement, M. Maraldi fait voir que ce mouvement, pour s'ajuster aux faits observés, devroit être fort irrégulier, tantôt direct, tantôt rétrograde, j'entends réellement, ce qui ne pourroit être admis sans une nécessité absoluë.

Il y a quelques cas qui s'accorderoient avec la variation d'inclinaiſon de l'Orbe du Satellite, mais d'autres lui ſeroient contraires.

Ainſi M. Maraldi ſe tourne d'un autre côté. Il voit qu'en changeant l'Epoque des révolutions du Satellite, & en commençant à les compter du point où Jupiter eſt dans ſa moyenne diſtance au Soleil, il aura une Equation, additive dans une moitié de l'Orbe du Satellite, ſouſtractive dans l'autre, avec laquelle les Tables ſe rendront plus conformes au Ciel. Je dis ſeulement *plus conformes*, parce que l'entiére conformité demande encore une hipotheſe, c'eſt celle de l'excentricité de l'Orbe du Satellite par rapport à Jupiter, & même avec deux conditions, l'une que le grand axe de cet Orbe ſoit parallele à celui de l'Orbe de Jupiter, l'autre que l'Apogée ou plûtôt *Apojove* du Satellite réponde au même point du Ciel que l'Aphélie de Jupiter.

Tout ceci commence à vérifier ce que nous avions annoncé & en quelque ſorte prédit en 1727, que les hipotheſes de la concentricité des Orbes des Satellites, de l'immobilité de leurs Nœuds, de la conſtance de leur inclinaiſon, pourroient bien ne pas ſubſiſter. Elles n'étoient pas aſſés phiſiques, & ce n'eſt pas-là la ſorte de régularité que la Nature affecte. Voilà déja la conſtance des inclinaiſons ébranlée dans les 3 premiers Satellites, la concentricité dans le 4me. L'immobilité des Nœuds tient bon juſqu'à préſent, mais il y a bien de l'apparence qu'à la fin tout aura le même ſort.

CEtte année parut un Livre de M. de Maupertuis, intitulé, *Diſcours ſur les différentes Figures des Aſtres. D'où l'on tire des Conjectures ſur les Etoiles qui paroiſſent changer de grandeur, & ſur l'Anneau de Saturne, avec une expoſition abregée des Siſtemes de M. Deſcartes & de M. Newton ;* ouvrage d'un fort petit volume, & qui ſe réduit, comme il le faudroit toûjours, à ce qu'il peut contenir de nouveau.

Si l'on conçoit un amas d'une matiére ſuppoſée homogene

& parfaitement fluide, telle que peut être le Soleil, on ne voit aucune autre cause qui puisse tenir toutes les parties de cet amas unies ensemble de maniére à faire un tout, qu'une certaine tendance qu'elles auront toutes vers un même point, vers un centre commun, & ce sera une Pesanteur. En ce cas, & dans la supposition de l'homogeneïté & de la fluidité parfaites de l'amas, il prendra une figure exactement Sphérique, par la nécessité de l'équilibre, qui ne pourroit pas subsister autrement.

Si l'on conçoit que cette Sphere tourne sur un de ses diametres qui sera son axe de rotation ou de révolution, ou simplement son axe, une nouvelle Force agira, la Force centrifuge, qui tendra à écarter du centre de la Sphere toutes les parties que la Pesanteur y poussoit.

Une Pesanteur étant connuë, & la vîtesse d'une rotation l'étant aussi, on sçait quel sera le rapport de la Force centrifuge à la Pesanteur. Si la Force centrifuge étoit supérieure, toute la Sphere supposée se dissiperoit, & il n'y auroit plus de figure à y considérer. Il faut donc que la Pesanteur soit toûjours la plus forte, ou du moins égale dans tous les Corps qui sont ici l'objet de nos recherches, & alors la Sphere ne se dissipe pas, mais seulement sa figure est altérée.

Elle ne le seroit pas, si les deux Forces contraires agissoient de la même maniére & selon les mêmes directions; le combat de la Force centrifuge contre la Pesanteur n'iroit qu'à diminuer la Pesanteur, & tout au plus à rendre les parties de la Sphere moins serrées entre elles, & à en augmenter le volume. Mais il n'en est pas ainsi. La pesanteur agit uniformément, au moins dans toute une même surface Sphérique, & la Force centrifuge y agit inégalement, elle est plus grande dans le Cercle où est le plus grand mouvement de rotation, c'est-à-dire dans l'Equateur, & de-là elle va toûjours de part & d'autre en décroissant vers les Poles, où elle s'anéantit. La Pesanteur agit toûjours par des rayons de la Sphere, & n'imprime que cette direction, les directions de la Force centrifuge sont à chaque instant les Tangentes de chaque point d'un

Cercle quelconque, où l'on la considere. Il est donc impossible que la figure Sphérique ne soit changée, puisque la Pesanteur qui la causeroit, si elle étoit seule, se trouve compliquée avec la Force centrifuge.

Tout ce qu'on peut appercevoir en général qui résulte de cette complication, c'est que la Force centrifuge plus puissante dans l'Equateur de la rotation de la Sphere que par tout ailleurs, y élevera davantage les parties, & par conséquent rendra le diametre de cet Equateur plus grand que tous les autres, qui lui étoient auparavant égaux, & que celui qui est l'axe de rotation, ou, ce qui est la même chose, la Sphere deviendra un Sphéroïde applati dans le sens de son axe de rotation, ou simplement *applati*. Si l'axe de rotation étoit plus grand que le diametre de l'Equateur, le Sphéroïde seroit *allongé*.

Mais quelle sera la Regle pour trouver le rapport précis du diametre de l'Equateur & de l'Axe dans une Sphere qui aura dégénéré en Sphéroïde en vertu de sa rotation, cette rotation étant donnée, ou connuë? Il faut auparavant avoir déterminé la Loi de l'action de la Pesanteur, car cette action ou est toûjours la même indépendamment de la distance du centre auquel la Pesanteur se rapporte, auquel cas elle est uniforme, comme dans le Sisteme de Galilée, ou elle varie selon la raison directe ou renversée de quelque puissance parfaite ou imparfaite de cette distance. Il n'y a encore rien sur cela de bien arrêté, seulement l'hipothese la plus ordinaire pour les grandes distances, telles que celles des Corps célestes, est que l'action de la Pesanteur y varie en raison renversée de leurs quarrés. Quant à la Force centrifuge, les Loix en sont établies d'un consentement unanime.

M. de Maupertuis a cherché quelle seroit dans toute hipothese possible de l'action de la Pesanteur la forme du Sphéroïde supposé, c'est-à-dire, quel y seroit le rapport du diametre de l'Equateur à l'axe, & il en donne une Formule générale, qui lui est venuë par un calcul assés pénible & assés adroit.

Il en réſulte qu'il n'y a nulle hipotheſe de Peſanteur qui ne rende le diametre de l'Equateur plus grand que l'axe, ou le Sphéroïde applati, ainſi que nous l'avons déja trouvé par un raiſonnement très-ſimple.

Si la Peſanteur eſt uniforme, le diametre de l'Equateur ſera d'autant plus grand par rapport à l'axe, que la Force centrifuge ſera plus grande par rapport à la Peſanteur, & par conſéquent en diminuera davantage l'action, ce qui eſt tout-à-fait naturel, car la Peſanteur tend à produire une Sphere, & la Force centrifuge en fait un Sphéroïde applati, & plus ou moins applati ſelon le degré dont elle eſt. Il ſuit de-là que ſi la Force centrifuge devenoit nulle par rapport à la Peſanteur, il n'y auroit plus de Sphéroïde, mais une ſimple Sphere, & c'eſt auſſi ce que la Formule donne. Si dans cette même hipotheſe, la Force centrifuge étoit égale à la Peſanteur, ce qui eſt le plus haut point où l'on puiſſe la porter, on voit par la Formule que le diametre de l'Equateur ſeroit double de l'axe du Sphéroïde, & que par conſéquent jamais dans l'hipotheſe de la Peſanteur uniforme le Sphéroïde ne peut être plus applati.

Si l'on ſuppoſe que la Peſanteur agiſſe en raiſon de la diſtance du centre auquel elle ſe rapporte, on trouve que dans le cas extrême, où la Force centrifuge lui ſeroit égale, le Sphéroïde auroit un axe nul par rapport au diametre de ſon Equateur, ou ſeroit infiniment applati, ou enfin, ce qui eſt la même choſe, ne ſeroit plus qu'un grand plan circulaire formé de toute la matiére, qui en tout autre cas auroit compoſé un Sphéroïde. Cette concluſion, aſſés ſurprenante au premier coup d'œil, eſt cependant très-conforme au raiſonnement. On a ſuppoſé que la Peſanteur agiſſoit en raiſon de la diſtance au point central, c'eſt-à-dire, qu'elle agiſſoit d'autant plus puiſſamment que ce point central étoit plus éloigné, plus, par ex. à la ſurface d'une Sphere que dans tout l'intérieur. Par conſéquent elle pouſſe moins cet intérieur vers le centre, & l'éleve en quelque façon. D'un autre côté toute l'action de la Force centrifuge tend auſſi à élever les parties de la Sphere, de ſorte qu'à cet égard les deux Forces contraires s'accordent

ou

ou sont le moins contraires qu'elles puissent être, & cela a l'avantage de la Force centrifuge, qui, lorsqu'elle est d'ailleurs la plus grande qu'il soit possible, ne peut manquer de produire le plus grand de tous les effets dont elle est capable.

Mais il est vrai que cette hipothese de la Pesanteur agissant en raison de la distance du point central, n'est pas aussi recevable en Phisique qu'en Géométrie ou en Algebre, d'où l'on n'exclut que les contradictions formelles. On peut croire que la Pesanteur soit uniforme, qu'elle agisse toûjours également à quelque distance que soit le point central, on en voit un exemple sur la Terre, qui peut pourtant être trompeur, mais qu'elle acquiere de la force par une plus grande distance du point central, c'est ce qui ne s'accorderoit pas directement & immediatement avec l'idée simple de Pesanteur, telle que nous la *prenons ici; encore* moins qu'elle acquiere de la force selon les quarrés, ou les cubes, &c. de ces distances. Si l'on supposoit que la Pesanteur agît selon les quarrés de distance, il en résulteroit dans le cas extrême de son égalité avec la Force centrifuge, quelque chose de moins possible encore & de moins réel que ce simple Plan circulaire que nous venons de voir dans l'hipothese des distances simples; la Pesanteur y agiroit encore davantage en faveur de la Force centrifuge. Ainsi il faut abandonner toutes ces hipotheses à l'infini, qui nous produiroient toujours de moins en moins les figures que nous cherchons, & nous devons commencer les hipotheses possibles par celle de la Pesanteur uniforme, moyenne par sa situation algébrique, pour ainsi dire, entre toutes celles que nous venons de rejetter, & celles où la Pesanteur agira en raison renversée de quelque puissance des distances. On conçoit aisément que son point central étant moins éloigné elle en sera plus forte, & les mouvements des corps célestes donnent cette idée, quoiqu'à y regarder de près on ne voye pas bien la premiere origine de cette augmentation de force. Dans ces hipotheses de la raison renversée la Pesanteur est toujours aussi contraire qu'elle peut l'être à la Force centrifuge, & toûjours d'autant plus contraire que la

raiſon renverſée eſt celle d'une plus haute puiſſance.

La plus reçûë aujourd'hui de toutes ces hipotheſes eſt celle des Quarrés. Si l'on en prend le cas que nous appellons ici *extrême*, le diametre de l'Equateur du Sphéroïde eſt à l'axe, par la formule de M. de Maupertuis, comme 3 à 2.

Nous avons vû que la Peſanteur étant uniforme, le diametre de l'Equateur étoit à l'axe, dans ce même cas extrême, comme 2 à 1; d'où il ſuit que de l'hipotheſe de la Peſanteur uniforme à cette ſeconde, le rapport du diametre de l'Equateur à l'axe a diminué, ou que le Sphéroïde eſt devenu moins applati. Et en effet l'action de la Peſanteur ayant été plus forte dans la ſeconde hipotheſe, cet effet a dû s'en enſuivre.

L'hipotheſe de la Peſanteur qui agiroit en raiſon renverſée de la ſimple diſtance, eſt moyenne entre celle de la Peſanteur uniforme, & celle de la Peſanteur qui agit en raiſon renverſée des Quarrés, & par conſequent l'analogie demande que dans le cas extrême de cette hipotheſe moyenne, le rapport du diamettre de l'Equateur à l'axe ſoit moindre que de 2 à 1, & plus grand que de 3 à 2. Si ce rapport étoit un moyen arithmetique entre les deux autres, ce ſeroit celui de 7 à 4, le 1er étant 8 à 4, & le 3me 6 à 4.

Ainſi à meſure que les hipotheſes ſur la Peſanteur, toûjours agiſſant en raiſon renverſée des diſtances au centre, ſeroient plus fortes & ſe regleroient ſur de plus hautes puiſſances, les Sphéroïdes ſeroient toûjours moins applatis, ou, ce qui eſt le même, ſe rapprocheroient de la figure Spherique, juſqu'à ce qu'enfin dans l'infini ils vinſſent à la prendre exactement, parce qu'alors la Peſanteur auroit une action infinie par rapport à celle de la Force centrifuge. Si l'on veut raſſembler & mettre en ordre toutes les hipotheſes ſur la Peſanteur, tant impoſſibles ou peu poſſibles, que poſſibles & vrai-ſemblables, on verra combien la ſuite des effets eſt reguliére & conforme à des raiſonnements fort naturels. Cette Suite partira, ſi l'on veut, du Plan circulaire, qui s'enflant, pour ainſi dire, par degrez, deviendra ſucceſſivement tous les Spheroïdes, & enfin une Sphere.

Dans toutes les hipotheses nous n'avons consideré que le cas extrême, parce qu'il suffit pour faire juger des autres. Si dans l'hipothese de la Pesanteur uniforme, la Force centrifuge a besoin de lui être égale pour rendre le diametre de l'Equateur double de l'axe, il est bien sûr que quand cette Force sera moindre que la Pesanteur, & elle peut l'être selon une infinité de rapports, sans être jamais nulle, elle ne donnera pas un si grand avantage au diametre de l'Equateur, & que le Sphéroïde sera moins applati. Il en va de même de toutes les autres hipotheses, & dans toutes le cas extrême est rare, puisqu'il est unique entre une infinité d'autres, il pourroit même ne se rencontrer jamais dans la Nature.

Toute cette Théorie de M. de Maupertuis n'est que pour arriver à certains phénomenes du Ciel. Les Etoiles fixes ou *Soleils* sont les corps qu'on peut le plus raisonnablement considérer comme des amas de matiére homogene & fluide, quoique selon toutes les apparences l'idée ne soit pas exacte. On leur suppose à tous une Pesanteur, puisque ce sont des amas de matiére fluide déterminés & circonscrits, & on leur donne, sur l'exemple connu du Soleil, une rotation qui produit une Force centrifuge. Ce sont donc toûjours, ou presque sans exception, des Sphéroïdes.

L'immensité & la variété de l'Univers demandent qu'il y ait des Soleils de toutes les figures possibles. Ceux où le diametre de l'Equateur sera fort grand par rapport à l'axe seront fort applatis, & tels qu'exposés à notre vûë dans le sens de leur Equateur, ils paroîtront moins grands & moins lumineux que s'ils étoient vûs selon leur axe. Ils auront donc, selon la durée de leur rotation, des périodes d'accroissement & de décroissement apparents, & même ils en auront d'apparition & d'occultation, s'ils sont assés applatis pour ne pouvoir être vûs quand ils ne nous présentent que leur *tranchant* ou leur Equateur. Il est vrai que nous avons vû que dans le cas le plus favorable, le diametre de l'Equateur ne pouvoit être que comme 2 à 1, ce qui pourroit ne pas paroître un assés grand applatissement pour l'effet proposé, mais d'ailleurs le Soleil

pourra être ou si petit ou si éloigné de nous qu'il aura besoin, pour être apperçû, de sa position la plus avantageuse à notre égard. Ce cas-là ne sera pas commun, aussi les Fixes qui paroissent & disparoissent ne le sont-elles pas.

Si, selon l'idée de Descartes, la Terre avoit été un Soleil, ou seulement si elle avoit été originairement formée d'une matiére liquide, d'une espece de pâte molle, la Théorie de M. de Maupertuis s'y pourroit appliquer, & notre globe deviendroit un Sphéroïde applati, ainsi que l'a pensé M. Newton, qui a même déterminé que le rapport du diametre de notre Équateur à l'axe de la rotation ou au diametre d'un Méridien étoit celui de 230 à 229, ce qui ne nuit guere à la sphéricité parfaite. Mais d'un autre côté la Mesure de la Terre faite par l'Académie, & dont nous avons donné l'histoire entiére en 1721 *, nous a appris que la Terre étoit un Sphéroïde allongé, quoique très-peu aussi, du moins à en juger par une étenduë de 8 degrés terrestres. Il est évident que les mesures actuelles doivent être préférées à ce qui résulte de Théories géométriques fondées sur un très-petit nombre de suppositions très-simples, d'où l'on a écarté à dessein toute la complication du Phisique & du réel. Si Jupiter est un Sphéroïde applati, il se sera trouvé plus exactement dans les circonstances requises par la Théorie, mais il n'aura pas empêché la Terre d'en sortir.

* p. 66. & suiv.

Si un grand amas ou Torrent de matiére homogene & fluide qui en circulant sur son axe, auroit pris une figure par les principes qui ont été établis, venoit à circuler autour d'un autre axe pris hors de lui, parce qu'il seroit attiré vers cet axe par quelque force, comme par celle d'un Corps dont il seroit l'axe, il est certain que la figure primitive du Torrent seroit altérée, & M. de Maupertuis a déterminé géométriquement la nouvelle Figure qu'il prendroit, ce qui fait une Solution très-composée, & fort digne de la Géométrie moderne. On sent assés quel en pourra être l'usage dans l'Astronomie Phisique, & M. de Maupertuis le fait entrevoir par l'explication qu'il donne de l'Anneau de Saturne, quoique fort courte, & sans aucun calcul.

Les Queuës des Cometes ſont formées d'une quantité prodigieuſe de vapeurs & d'exhalaiſons qui ſe ſont elevées de leur corps, quand elles ont paſſé aſſés près du Soleil pour en être échauffées à ce point là. Qu'une Comete ainſi pourvûë d'une longue queuë ait paſſé enſuite près de Saturne, qui eſt une des plus groſſes Planetes, il aura attiré vers lui la matiére de cette queuë avec une force proportionnée à ſa maſſe, & avec d'autant plus de facilité que dans la Region de Saturne, ſi éloignée du Soleil, la vîteſſe des Cometes ſe rallentit, & reſiſte moins à une nouvelle impreſſion de mouvement. Saturne aura obligé cette matiére à circuler autour de lui, & la Force centrifuge qu'elle aura priſe en circulant l'aura diſpoſée, non en ſurface Spherique qui envelopperoit Saturne, mais ſeulement en grande Zone circulaire, ou Anneau concentrique *à la Planete*. Il faut concevoir de plus que cette matiére ſe ſera condenſée en devenant Anneau, car on voit les Etoiles à travers les queuës des Cometes, & l'Anneau de Saturne eſt ſi épais qu'il jette une ombre très-ſenſible ſur le diſque de cette Planete.

De la même maniére Saturne, & toute autre Planete aſſés puiſſante aura pû acquerir un ou pluſieurs Satellites. Une petite Comete plus foible aura paſſé auprès d'elle, & lui aura été aſſujettie.

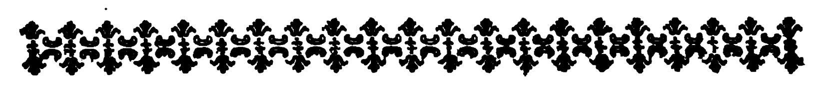
Voilà l'attraction qui ſe montre ici ſans voile ; car toutes les tendances des corps vers des points centraux peuvent toûjours être ramenées à des idées Mechaniques, ou du moins il ne paroît pas impoſſible qu'elles le ſoient, mais dès qu'un corps agit par ſa maſſe ſur un autre corps éloigné, on ne peut plus diſſimuler que ce ne ſoit l'attraction proprement dite. Auſſi M. de Maupertuis ne le diſſimule-t-il pas. Il commence preſque ſon Livre par un Parallele de l'impulſion & de l'attraction, où il ne convient pas des avantages de l'une ſur l'autre. Il donne de même un Parallele des ſentimens de Deſcartes & de M. Newton, & tout l'avantage eſt pour le Philoſophe Anglois.

NOus renvoyons entiérement aux Memoires

V. les M. p. 452.
L'Ecrit de M. Cassini sur la Meridienne de l'Observatoire.

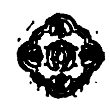
p. 481. & 484.
Les Observations de l'Eclipse de Lune du 1 Decembre par Mrs Cassini, & Godin.

p. 498.
Et la Réponse de M. Cassini a des Remarques qui ont été faites dans un Journal sur son Traité *de la Grandeur & de la Figure de la Terre.*



CHRONOLOGIE.

M. l'Abbé Sauveur, Fils de feu M. Sauveur, a fait voir à l'Académie un Calendrier perpetuel de son invention, contenu sur un seul grand Carton, par le moyen duquel la Lettre Dominicale & l'Epacte étant données dans la forme Gregorienne, ou la Lettre Dominicale & le Nombre d'or dans la forme Julienne pour l'année que l'on veut, on voit aussi-tôt l'état de cette année précisément tel qu'il doit être pour la Pâque, les Fêtes, &c. L'artifice consiste dans la disposition & le mouvement de certaines Piéces mobiles, qui coulent comme l'on veut sous des Colonnes immobiles, & se placent selon la recherche que l'on fait. L'Académie a trouvé cette forme de Calendrier nouvelle, simple, ingénieuse, & commode.



OPTIQUE

Cette année M. Kurdwanowski, Gentilhomme Polonois, Capitaine dans le Regiment de Saxe, presenta à l'Académie un Mémoire assés ample, intitulé *Problemes sur la Lumiére*, qui par son titre appartient à l'Optique, & est cependant au fond un pur ouvrage de Géométrie, puisqu'il n'y est pas question d'expériences, ou de recherches sur la Lumiére, mais seulement de Courbes, dont la Lumiére est l'occasion. C'est en quoi il différe essentiellement d'un Livre de M. Bouguer dont nous avions donné d'avance quelque idée en 1726.* & que M. Kurdwanowski ne connoissoit pas quand il fit son Traité. Les deux Auteurs ont pris des routes fort différentes.

* p. 11. & suiv.

Un point lumineux éclaire d'autant plus une surface, ou même, si l'on veut, un autre point, qu'il en est moins éloigné, & au contraire, & il est démontré en Optique que la variation, causée dans l'action du point lumineux par les différentes distances, suit le rapport renversé des quarrés de ces distances, c'est-à-dire, par ex. qu'un point lumineux deux fois plus éloigné agit quatre fois moins. Une ligne quelconque, droite ou Courbe, exposée à l'action d'un point lumineux, ou d'une Lumiére, la reçoit donc différemment en ses différents points, selon le rapport de leurs distances à la lumiére, tel que nous venons de le marquer. Ces différents effets de la Lumiére sur chaque point de la ligne quelconque exposée à son action, peuvent être representés par les Ordonnées de quelque Courbe, qui varieront de grandeur précisément comme ces effets. Cette Courbe, dont les Ordonnées les representeront, s'appellera, *Courbe à la lumiére*.

Une ligne quelconque, ou généralement une Courbe, puisqu'une Courbe peut être changée en droite, étant déterminée pour être exposée au point lumineux, il est évident

que l'action de ce point sur elle variera 1° selon qu'il sera posé par rapport à elle, plus ou moins loin, sur l'axe, ou hors de l'axe, au sommet ou ailleurs, &c. 2.° Selon que le contour de la Courbe en approchera, ou en éloignera les différentes parties ou points par rapport à la Lumiére. Car tout cela change les distances, qui sont tout ici. Une Courbe demeurant la même, si la position du point lumineux, par rapport à elle, change de façon, qu'elle y soit différemment exposée, les effets de la Lumiére changent aussi, & la Courbe qui les doit représenter par ses Ordonnées, ou la Courbe à la Lumiére, devient différente de ce qu'elle étoit. A plus forte raison cela sera-t-il si l'on change la Courbe que l'on concevoit comme exposée à la Lumiére.

M. Kurdwanowski a cherché une Formule générale telle que quand on auroit une Courbe quelle qu'elle fût, exposée à un point lumineux, & la distance ou position de ce point par rapport à cette Courbe, on eût aussi-tôt la Courbe à la lumiére qui en resulteroit. On suppose que la Courbe, qui sera donnée, & la Courbe cherchée ont le même axe; & que les Ordonnées de l'une & de l'autre partent des mêmes points de cet axe. Toutes les Ordonnées d'une Courbe, & toutes celles de l'autre, n'ont qu'une expression indéterminée; de sorte que les Ordonnées de la Courbe donnée venant à être déterminées, & exprimées par leurs rapports aux Abscisses de l'axe commun, on voit naître l'équation de la Courbe cherchée. D'ailleurs la position & la distance du point lumineux par rapport à la Courbe sur laquelle il raïonne, étant des grandeurs indéterminées, on les détermine par l'hipothese que l'on choisit, ou qui est donnée. Enfin, comme tout ne consiste qu'en rapports de quarrés des distances, on change ces rapports en grandeurs absoluës, en connoissant ou en supposant connu un certain effet d'un point lumineux placé à une certaine distance. Ce seront là les grandeurs constantes de la Formule ou Equation générale, ce qui n'empêche pas qu'il n'y en entre encore d'autres dans les cas particuliers.

Si

Si au lieu d'une Courbe exposée au point lumineux, on veut que ce soit une ligne droite, ce que l'Equation générale permet aisément, puisque l'on n'a qu'à y égaler à Zero les Ordonnées que la Courbe auroit eües, & par conséquent tous les termes qu'elles multiplient, si l'on veut de plus que le point lumineux soit placé sur la ligne droite qu'il éclairera à sa droite & à sa gauche, ce qui anéantit encore les termes où entroient la distance ou la position de ce point, l'Equation devenuë aussi simple qu'elle puisse jamais être, donne pour Courbe à la lumiére une ligne du 3me ordre, qui est une Hiperbole dont les deux branches égales & semblables, placées à droite & à gauche du point lumineux, s'étendent à l'infini entre des Asimptotes, dont l'une leur est commune. Les effets du point lumineux, qui doivent toûjours diminuer à *mesure* que la ligne droite éclairée s'éloigne de ce point de part & d'autre, diminuent donc selon la raison des Ordonnées de cette espece d'Hiperbole, prises sur ses Asimptotes. En ce cas l'effet de la Lumiére parvenuë à l'extrémité d'une droite infinie est un infiniment petit du 2d ordre, & en suivant la Théorie de l'Asimptotisme établie dans les *Eléments de la Géométrie de l'Infini,* on trouve que pendant un chemin infini l'effet de la Lumiére n'a été qu'un infiniment petit toûjours décroissant du 1er ordre, & qu'il n'a été fini ou sensible que pendant un chemin fini, mais très-long, ce qui revient aux idées Phisiques.

Si l'on met le point lumineux hors de la ligne droite éclairée, il est évident que le plus grand effet de la lumiére étant à la moindre distance de ce point, il sera exprimé par la perpendiculaire qu'on en abaissera sur la ligne éclairée, & que cette perpendiculaire sera la plus grande Ordonnée de la Courbe à la lumiére. Il y aura à droite & à gauche des Ordonnées décroissantes à l'infini, & par conséquent la Courbe aura ses deux branches Asimptotiques à l'égard de la droite éclairée, comme dans le cas précédent, & du même genre d'Asimptotisme, c'est-à-dire, que la derniére lumiére sera un infiniment petit du 2d ordre. Il se trouve seulement cette

différence, que dans ce 2^d cas les deux branches de la Courbe ont à une certaine diſtance du ſommet une infléxion qu'elles n'ont pas dans le 1er cas. Elles ont été d'abord concaves vers l'axe, enſuite elles deviennent convexes, & c'eſt alors qu'elles prennent la nature de branches Aſimptotiques. Leurs Ordonnées toûjours décroiſſantes, l'ayant été d'abord de plus en plus, le ſont enſuite de moins en moins, au lieu que dans l'autre cas les Ordonnées ne l'ont été que de moins en moins.

Tant que le point lumineux peut rayonner à l'infini ſur la ligne quelconque qui lui eſt expoſée, il ſuit de tout ce qui vient d'être dit que la Courbe à la lumiere doit toujours être Aſimptotique; car la lumiere toûjours affoiblie par la diſtance, le ſera toûjours infiniment par une diſtance infinie. Mais ſi la ligne éclairée eſt un Cercle dont un point lumineux, placé au-dehors, ne peut éclairer qu'une certaine partie déterminée, alors la Courbe à la lumiére n'a certainement pas beſoin de s'étendre à l'infini, ni par conſéquent d'être Aſimptotique. Elle l'eſt cependant encore, & c'eſt une Hiperbole, mais il eſt vrai que de cette Hiperbole la Courbe à la lumiére n'en prend qu'une partie déterminée, & que tout le reſte lui eſt inutile.

Nous ne ſuivrons point M. Kurdwanowski dans ſes recherches où il s'engage, en expoſant au point lumineux différemment placé, différentes Courbes, la Parabole, l'Ellipſe, l'Hiperbole, &c. pour trouver les Courbes à la lumiére qui en reſultent, & leurs propriétés. Nous nous arrêterons ſeulement un moment à l'Hiperbole éclairée par un point lumineux placé à ſon centre. Au lieu que nous n'avons vû juſqu'ici dans cette Théorie que des Courbes à la lumiére dont les Ordonnées décroiſſent toûjours, ce qui eſt naturel, puiſque la lumiére diminuë toûjours en s'éloignant du point lumineux, ici on a une Courbe à la lumiére, dont les Ordonnées ſont d'abord croiſſantes, & par conſéquent auſſi les premiers effets de la lumiére, après quoi ces effets & ces Ordonnées décroiſſent à l'infini.

Une ligne quelconque expoſée à pluſieurs points lumineux,

même, si l'on veut, inégaux en force, ne produira pas plus de difficultés que le cas plus simple que nous venons d'exposer, seulement l'Equation de la Courbe à la lumiére sera un peu plus composée. Il ne faudra que prendre séparément l'effet de chaque point lumineux sur un même point de la Courbe éclairée, & faire de ces effets une somme que représentera l'Ordonnée correspondante de la Courbe à la lumiére, qui résultera de tous ces points lumineux. S'il y en a deux égaux placés aux deux extrémités d'une ligne droite, le calcul fait voir que leur moindre effet est au point du milieu de cette ligne, quoiqu'on eût peut-être pensé d'abord qu'à ce point autant que chaque effet est affoibli par la distance d'un point lumineux, autant est-il fortifié par la jonction de l'effet de l'autre point. Ainsi le plus grand effet de chacun des deux est au point où il est placé, quoique ce soit celui où il reçoit le moins de secours de l'autre. M. Kurdwanowski a examiné aussi le cas de deux points lumineux placés aux deux extrémités du diametre d'un Cercle, ce qui ne differe pas beaucoup. L'Académie a trouvé dans toute cette Théorie des vûës nouvelles.



MÉCHANIQUE.

SUR LA COMPARAISON DES FORCES DE LA PESANTEUR ET DE LA PERCUSSION.

PLUSIEURS habiles Géometres croyent que la Force de la Pesanteur & celle de la Percussion ne peuvent se comparer. Leur raison essentielle est qu'il est démontré que dans un instant infiniment petit la Pesanteur ne peut imprimer à un Corps qu'une vîtesse infiniment petite, & qu'il est certain que dans le même instant, ou même, si l'on veut, dans un instant indivisible, la Percussion imprimera au même Corps une vîtesse finie. Or les Forces étant les produits des masses par les vîtesses, ces deux Forces qui seront entre elles comme les vîtesses, seront donc l'une infiniment petite, l'autre finie, & par conséquent nullement susceptibles de comparaison. On voit en effet qu'un Clou enfoncera bien plus dans une matiére dure par de petits coups de Marteau, qu'il ne feroit étant simplement chargé de quelque grand poids. Il en est de même des Pilotis, & de plusieurs autres expériences qu'on fait tous les jours.

Cependant il y en a d'autres qui semblent prouver aussi que la simple pesanteur n'est pas sans action, & pour peu qu'elle en ait, j'entends que ce peu sera fini, la force de la percussion ne sera pas infinie par rapport à elle. Un Corps pesant suspendu à une Corde, la rompra, pourvû qu'il soit d'un certain poids. Il est vrai qu'on pourra dire qu'il ne la rompt qu'en l'allongeant, qu'à mesure qu'il l'allonge il descend, & qu'en descendant il acquiert une accélération finie. Mais n'est-ce pas par sa seule pesanteur qu'il allonge la Corde?

de même un grand tas de Bled rompt quelquefois de grosses poutres d'un Grenier. On met dans un bassin d'une Balance un Corps d'un certain poids, on fait tomber de l'autre côté dans l'autre bassin de la Balance, à distance égale du point d'appui, un Corps beaucoup plus leger que le premier. Voilà donc d'un côté la seule force de la pesanteur, de l'autre celle de la percussion. Selon que le Corps qu'on laisse tomber est d'un plus grand ou d'un moindre poids, il fait monter l'autre, ou ne le fait pas monter. S'il ne le fait pas monter, la pesanteur l'emporte donc sur la percussion, & par conséquent ces deux forces sont finies & comparables.

Le dernier Memoire que M. le Chevalier de Louville ait donné à l'Académie, rouloit sur ce sujet. Il en traitoit le pour & le contre, mais en laissant voir plus de disposition à croire les deux forces comparables, & jusques-là que comme la Force centrifuge d'un Corps qui circule est censée être du même ordre que la pesanteur, il proposoit le dessein d'une Machine pour comparer la Force centrifuge à celle de la Circulation, qui est certainement finie, & analogue à la percussion. Une Table ronde horisontale, fort unie, & mobile, qu'on auroit fait circuler sur son axe vertical avec une vîtesse uniforme, auroit porté à un point de sa circonférence une boule attachée à un fil, & l'auroit fait circuler avec elle. Cette Table se seroit emboîtée juste & sans frottement dans une autre Table immobile, qui n'auroit été qu'une circonférence large. On auroit coupé le fil de la boule dans un moment quelconque de la circulation, & la boule se seroit échappée aussi-tôt de dessus la Table mobile sur l'immobile, qu'on auroit même legerement couverte de farine, par ex. afin de mieux voir quel chemin la boule auroit tenu en s'échappant. Ce chemin sera toûjours, selon l'idée ordinaire, une Tangente de la Table mobile, & en ce cas l'effet de la Force centrifuge est infiniment petit par rapport à celui de la Circulation. Mais M. le Chevalier de Louville tenoit pour beaucoup plus probable, que le chemin feroit un angle avec la Tangente, auquel cas l'effet de la Force centrifuge aura un rapport fini

avec celui de la Circulation, & qui se déterminera aisément.

M. le Chevalier de Louville n'a pas été plus loin, & il a laissé la question indécise. En attendant qu'on la décide, nous pouvons faire une reflexion, qui abregeroit bien l'affaire. Ne considérons que la Pesanteur & la Percussion, qui suffiront ici. La difficulté vient de ce qu'il est très-certain d'un côté que la Pesanteur ne produit dans un instant infiniment petit qu'une vîtesse infiniment petite, & que de l'autre la Percussion dans le même instant en produit une finie, ainsi qu'il paroît dans le choc de tous les Corps. Mais il est visible que la difficulté cesse, si ce 2d point n'est pas vrai, si, selon ce qui est dit dans la derniére Section des *E'léments de la Géométrie de l'Infini*, la Percussion elle-même n'agit que comme la Pesanteur, imprimant d'abord à un Corps une vîtesse infiniment petite, ensuite une toûjours plus grande du même ordre, & enfin une finie dans un temps fini. Il est vrai que l'instant du choc de deux Corps paroît un infiniment petit, mais ce n'est réellement qu'un fini très-court. Si les deux Corps sont à ressort, comme apparemment ils sont tous, l'instant de leur choc n'est-il pas aussi court, que si on les supposoit parfaitement durs? Il faut pourtant qu'il se fasse dans cet instant des applatissements, & des renflements successifs. D'un autre côte, l'instant du choc de deux Corps n'est-il pas aussi long que celui pendant lequel on concevra qu'un Corps pesant tombera de $\frac{1}{10000}$, &c. de ligne? mais la continuation perpétuelle d'accélération qu'on a vûë dans les chûtes, a fait imaginer avec raison une premiére vîtesse infiniment petite, & l'on n'y a pas pensé pour les chocs qui ne produisent effectivement nulle accélération sensible, quoiqu'il y en ait eu une insensible dans un premier instant fini très-petit.

Si l'on prend cette idée, que nous ne faisons ici qu'indiquer, la Pesanteur & la Percussion seront toûjours comparables, & l'on verra assés aisément pourquoi dans les cas particuliers les circonstances Phisiques donnent l'avantage tantôt à l'une, tantôt à l'autre.

SUR UNE NOUVELLE MACHINE
POUR MESURER
LA VISTESSE DES EAUX COURANTES.

DANS tous les ouvrages où l'on employera la Force d'une Eau courante, comme des Moulins, des Pompes, &c. dans tous ceux qu'on fera pour détourner le cours d'une Riviére, ou pour la contenir en certaines bornes, dans toutes les distributions des eaux d'un Aqueduc, &c. c'est une connoissance essentielle & fondamentale que celle de la vîtesse de l'Eau, puisque de-là dépend toute l'action de l'Agent qu'on met en œuvre, ou de l'Ennemi qu'on veut vaincre. Il est à souhaiter que cette vîtesse soit connuë le plus immédiatement qu'il se pourra, & avec le moins de ces suppositions qui, à la vérité, facilitent le calcul, mais qui sont souvent démenties par la réalité. V. les M. p. 363.

La Méthode dont on se sert ordinairement est de mettre dans le fil de l'eau, dans l'endroit où elle va le plus vîte, une boule de bois ou de cire, & d'observer en quel temps elle parcourt un certain espace qui se reconnoît à quelques marques qu'on a posées. Cela est fort simple & fort naturel, mais il s'y trouve plusieurs inconvénients. On ne peut avoir par-là que la vîtesse de la surface de l'eau, & pour connoître la vîtesse totale d'une Riviére, il faudroit avoir celle du milieu & du fond. Il faudroit que le chemin de la boule fût droit, & souvent il ne l'est pas. On n'est pas sûr d'avoir pris le fil où le courant est le plus rapide. Quand il l'est à un certain point, la boule va si vîte, qu'il est très-difficile d'avoir juste le temps qu'elle employe; sur-tout si l'on veut mesurer sa vîtesse sous l'Arche d'un Pont, ce qui est souvent important, elle passe trop promptement dans un si petit espace. La vîtesse de la boule de bois est moindre que celle de l'eau, parce qu'elle est diminuée par la résistance de l'Air, & celle de la boule de cire étant moins diminuée par cette cause, elle se dérobe trop

tôt à la vûë. Il eſt vrai que pluſieurs de ces erreurs ne peuvent être que fort légeres, mais elles ſe multiplieront beaucoup, quand de vîteſſes trouvées autant en petit que celles-là, on en conclurra les vîteſſes en grand.

M. Pitot a trouvé une Méthode exempte de tous ces inconvénients, & ſi ſimple, qu'il a eu de la peine à s'en croire le premier Inventeur. Il n'y a pas plus de difficulté, comme il le dit, qu'à plonger un Baſton dans l'eau, & à le retirer. La vîteſſe quelconque d'une eau a été ou pourroit avoir été acquiſe par une chûte d'une certaine hauteur, & il eſt démontré & connu de tout le monde qu'avec cette vîteſſe acquiſe l'eau remontera à une hauteur égale à celle d'où elle étoit tombée. Il ne faut donc que préſenter à une eau courante un Tuyau vertical, recourbé horiſontalement, & même évaſé en forme d'Entonnoir, afin qu'elle y entre plus facilement, elle y entrera, & s'élevera dans le vertical à la même hauteur d'où elle auroit dû tomber pour acquerir la vîteſſe qu'elle aura, & dans ce moment, & dans cet endroit-là. Or la hauteur d'une chûte étant connuë, on ſçait ou par le calcul, ou par des Tables, quelle vîteſſe y répond, c'eſt-à-dire, combien de pouces ou de pieds ſeront parcourus dans un temps donné.

Nous ne conſidérerons que le Tuyau recourbé, & nous ne parlerons point des accompagnements qui lui ſont néceſſaires pour en marquer les degrés, pour faire hauſſer & baiſſer les marques, &c. tout l'eſſentiel de la Machine eſt dans ce Tuyau. Il ne demande aucune obſervation du temps, comme les boules. On eſt ſûr de l'avoir placé dans le fil le plus rapide de l'eau, quand on le voit dans l'endroit où elle monte le plus haut. Il n'importe plus que ce fil ſoit une ligne parfaitement droite. Si même, comme il arrive quelquefois, il vient un petit Tourbillon d'eau s'engouffrer dans l'Entonnoir ſelon la direction de ce vaſe, l'eau monte dans le Tuyau beaucoup plus qu'elle n'eût fait, redeſcend enſuite, & après quelques balancements ſe remet à la hauteur où naturellement elle devoit être. Si la vîteſſe du même fil d'eau varie, on s'en apperçoit auſſi-tôt. La vîteſſe de la ſurface n'eſt pas plus aiſée à

prendre

prendre que celle de tout autre endroit, pourvû que le Tuyau soit assés long, & si un Tuyau de verre ne l'est pas assés pour aller jusqu'au fond d'une eau profonde, on l'allongera par un Tuyau de métal bien mastiqué avec le premier, qui sera la partie inférieure du Tuyau total.

Si l'on se servoit de Tuyaux capillaires, l'eau qui, comme on sçait, s'y éleve par la seule raison qu'ils sont capillaires, s'y éleveroit trop, & donneroit une fausse hauteur. Il ne faut donc prendre, si l'on peut, que des Tuyaux qui ayent plus de 4 lignes de diamétre, car alors ils cessent d'estre capillaires; mais si on en employe d'un plus petit diamétre, il sera bien aisé de sçavoir par expérience jusqu'où une eau tranquille s'y éleve, & l'on retranchera cette élevation de celle qu'une eau courante y prendra.

C'est un grand avantage à la Machine de M. Pitot de pouvoir également mesurer toutes les différentes vîtesses de l'eau depuis sa surface jusqu'à son fond, car de là dépend la vîtesse moyenne, qu'il seroit nécessaire de bien connoître pour régler juste de grands travaux qu'on auroit à faire sur le cours d'une Riviére. La seule Théorie laisseroit beaucoup d'incertitude sur ce sujet. Les eaux du fond doivent aller plus lentement, parce qu'elles ont des frottements à vaincre, d'un autre côté elles doivent aller plus vîte, parce qu'elles sont poussées par tout le poids des eaux supérieures; lequel des deux arrivera, ou que résultera-t-il du combat des deux principes opposés? On ne peut pas le déterminer au vrai, & encore moins si l'on fait attention à toutes les variétés dont le fond d'une Riviére est susceptible. Mais les expériences faites par la Machine décident le tout en un moment; de la somme de toutes les vîtesses qu'elle a données, on en tirera aussi-tôt la vîtesse moyenne. Ce ne sera que pour la Riviére dont il s'agit, mais quelque chose de général seroit fort sujet à erreur.

M. Pitot a déja joui de la facilité que lui donne sa Machine de mesurer la vîtesse de l'eau à différentes profondeurs, & il rapporte le détail & les résultats des épreuves qu'il en a faites ici tant au Pont-neuf qu'au Pont-Royal. Quand elles seront

en plus grand nombre, on verra, du moins pour la Seine qui coule à Paris, quels ſont les rapports des hauteurs aux vîteſſes, & en général M. Pitot paroît diſpoſé à n'épargner ni le temps ni ſes ſoins ſur quantité de recherches importantes qui appartiennent aux Eaux, par ex. ſur la proportion de leurs vîteſſes à l'augmentation de leurs volumes par les accroiſſements qu'elles reçoivent, ſur celle de leurs volumes, & de leurs frottements contre les bords, ou ſur le fond, &c.

En attendant, M. Pitot fait voir que ſon idée peut être employée à meſurer le ſillage d'un Vaiſſeau, puiſque ce ſillage dépend entiérement de la vîteſſe, & que la vîteſſe du Vaiſſeau eſt la même que celle d'une Eau courante ſur laquelle il ſeroit immobile. Deux Tuyaux de métal, placés le plus près qu'il ſe pourra du centre de balancement du Vaiſſeau, en perceront le fond pour aller juſqu'à l'eau de la Mer, & il n'y aura rien à craindre de ces ouvertures ſi petites. Dans ces deux Tuyaux ſeront enchaſſés deux Tuyaux de verre à la hauteur néceſſaire pour les obſervations. L'un ſera droit, l'autre recourbé par embas. L'eau dans le premier montera juſqu'à ſon niveau, dans le ſecond elle montera de plus à la hauteur que lui donnera la vîteſſe du Vaiſſeau, qui devient la ſienne propre. La différence des deux élévations ſera ce qui appartiendra à la vîteſſe du Vaiſſeau. L'ouverture du Tuyau recourbé ſera toûjours tournée dans la direction de la Quille à la Prouë, moyennant quoi on fera la même choſe que ſi on ſe mettoit exactement dans le vrai fil d'une Eau courante.

On comprend aſſés que pour faire commodément les opérations de M. Pitot, il faut des Tables où l'on trouve les vîteſſes en pieds & en pouces qui répondront aux élévations d'eau obſervées. Auſſi en a-t-il conſtruit. L'élévation cauſée par une eau courante ne paſſe guere 21 pouces auſquels répondent 10 pieds par Seconde, qui ſont à peu-près la plus grande vîteſſe que puiſſe avoir une Riviére. Elle feroit donc 1050 Toiſes par heure, & il y a bien loin de là à la vîteſſe d'un Vaiſſeau qui dans le même temps feroit 4 Lieuës, c'eſt-à-dire, 8 fois plus de chemin.

SUR LE MOUVEMENT OU LA DE'PENSE DES EAUX.

CE qu'on appelle la *dépenſe* des Eaux, c'eſt la quantité d'eau qu'une ſource fournit, ou qui ſort d'un canal ou d'une conduite en un temps quelconque donné, comme une Minute; on ſuppoſe en ce 2d cas que l'eau ſorte, non par un ajutage, qui eſt un canal rétréci, où l'égalité de l'écoulement ne ſe conſerve pas, mais à *gueule-bée*, c'eſt-à-dire, par une ouverture égale à celle par où l'eau eſt entrée dans la conduite. V. les M. p. 113.

L'uſage a établi que l'on diviſât la quantité de l'eau en pouces cubiques, & voici comment M. Mariotte avoit déterminé ce pouce par des expériences. On préſente à une eau qui coule horiſontalement & d'une vîteſſe égale une plaque verticale fort mince, percée d'un trou circulaire, dont le diametre a un pouce; l'eau n'a qu'une ligne d'élévation au deſſus du bord ſupérieur de ce Cercle, de ſorte qu'elle eſt 7 lignes au deſſus de ſon centre; & M. Mariotte appelle 1 pouce la quantité d'eau qui ſort en 1 Minute par cette ouverture de 1 pouce de diametre. Il a trouvé que cette quantité étoit de 13 Pintes $\frac{1}{8}$ meſure de Paris, mais comme il a un peu varié ſur ce ſujet, M. Couplet croit qu'il eſt plus ſûr de s'en tenir à 13 $\frac{1}{3}$ Pintes, conformément à d'anciennes expériences faites par d'autres Académiciens, Mrs Roëmer, Picard, & Couplet le Pere. N'y eût-il qu'une plus grande facilité de calcul, elle ſuffiroit pour déterminer un choix dans une ſi petite différence. On appellera donc ſource de 1 pouce celle qui dans les circonſtances poſées donneroit en 1′ 13 Pintes $\frac{1}{3}$; ou, ce qui revient au même, on appellera 1 pouce cette quantité d'eau fournie en 1′. On ſçait combien il y a de pouces cubiques d'eau dans une Pinte de Paris, & d'ailleurs le rapport de la Pinte au Muid étant connu, on ſçaura combien il viendroit de Muids, ou de parties de Muid en 1 heure, combien en 1 jour, &c.

Sur ce principe, & par une ſimple regle de proportion, il ſera très-aiſé de voir de combien ſeroit plus forte ou plus abondante une ſource qui en 1′ donneroit plus que 1 pouce d'eau, ou de combien au contraire elle ſeroit plus foible, ſi elle en donnoit moins. Celle, par ex. qui donneroit 1 pouce d'eau en 1″ ſeroit 60 fois plus forte, ou donneroit 60 fois plus de pouces cubiques d'eau. Il ne faut donc que voir pendant quel temps ſe remplira d'eau de la ſource ou de la conduite propoſée un vaiſſeau dont on connoîtra exactement le nombre de pouces cubiques d'eau qu'il peut contenir, & qui ſera une meſure générale, appellée pour cela *étalon*. Il ſeroit plus naturel & plus ſimple que l'étalon fût préciſément de 13 $\frac{1}{3}$ Pintes de Paris. M. Couplet employe toûjours pour la meſure du temps de l'écoulement le Pendule à demi-ſecondes. Si l'étalon ſe remplit en 120 demi-ſecondes, qui ſont 1′, la ſource eſt donc de 1 pouce; s'il ſe remplit en 1 demi-ſeconde, la ſource eſt de 120 pouces; c'eſt-à-dire, qu'elle donnera 120 pouces en 1′. M. Couplet a conſtruit des Tables, où il marque la différente quantité de pouces d'eau, qui répondent de demi-ſeconde en demi-ſeconde aux différents temps, pendant leſquels un même étalon ſe remplit.

A cette occaſion M. Couplet fait une remarque qui ne paroît pas devoir être oubliée. Le Pendule, qui bat les ſecondes à Paris, doit être accourci pour les battre encore dans des Climats plus proches de l'Equateur, & de-là il ſemble s'enſuivre qu'on ne pourra pas meſurer par tout avec le même Pendule le temps de l'écoulement de l'eau. Mais la neceſſité d'accourcir le Pendule en approchant de l'Equateur, vient de ce que la peſanteur des corps y eſt moindre; or l'écoulement des eaux eſt un effet de leur peſanteur, & par conſéquent la même cauſe étant également diminuée dans les deux effets, il n'y arrivera point de changement de l'un par rapport à l'autre.

Comme la meſure ou *jauge* des eaux ſe fait toûjours extrêmement en petit avec un étalon, & que par conſéquent la

moindre erreur, faite dans cette expérience fondamentale, devient considérable par être beaucoup répétée dans le calcul total, on ne peut apporter trop de soin à l'exactitude & à la précision de l'expérience; & pour cela il faut connoître la nature & la différente valeur des erreurs où l'on peut tomber.

Il est très-difficile, & presque impossible, de juger à plus d'une ligne ou une demi-ligne près, si l'étalon est plein, & cela tire à conséquence lorsqu'il est, comme à l'ordinaire, d'une figure cubique, car alors la surface superieure de l'eau qu'il contient est une grande base qui multiplie la ligne ou la demi-ligne douteuse. On préviendra cet inconvenient si en conservant la même capacité à l'étalon, on le rend de figure piramidale si pointuë qu'une ligne de hauteur d'eau, de plus ou de moins à son extrémité superieure, ne soit rien par rapport au volume total d'eau.

La chûte d'une eau un peu rapide dans l'étalon, y causera des ondulations trés-incommodes, que l'on pourroit empêcher par des diafragmes, qui les rompront, il faudra seulement avoir égard à la diminution que le volume de ces diafragmes apportera à celui de l'eau.

Outre les erreurs sur *le plein* de l'étalon, il peut y en avoir, & il y en a presque nécessairement sur le temps pendant lequel il se remplit, une demi-seconde de plus ou de moins est très-difficile à juger sûrement. Les erreurs de ces deux especes ont de commun qu'elles tirent d'autant plus à conséquence que les sources sont plus fortes, ou, comme dit M. Couplet, ont plus de *valeur*, car il est évident que le calcul les repete dans une plus grande quantité d'eau. Mais les erreurs sur le temps ont cela de particulier que dans le même temps d'erreur il s'est écoulé une quantité d'eau plus ou moins grande selon la valeur de la source. Ainsi la valeur de la source entre deux fois dans l'expression de leur grandeur, ou, ce qui est le même, elles sont comme les quarrés des valeurs des sources, & elles en deviennent plus considérables.

Elles sont d'autant plus grandes en elles-mêmes, qu'une source est plus rapide, & puisqu'on diminuera sa rapidité en

la partageant en plusieurs rameaux, & cela selon la proportion exacte du nombre des rameaux, ce sera là un moyen de diminuer selon la même proportion les erreurs sur le temps. Si l'on s'est trompé d'une demi-seconde sur le temps de l'écoulement d'une source, & qu'on ne se trompe que de la même demi-seconde sur le temps de l'écoulement des deux rameaux égaux, dans lesquels on l'aura partagée; il est clair que comme chacun de ces rameaux aura employé à son écoulement un temps double de celui de sa source, il ne se trouvera que la même erreur sur un temps double, & par conséquent elle sera 2 fois moindre. Elle le seroit 3 fois, si la source avoit été partagée en trois rameaux, &c. M. Couplet, après avoir démontré géométriquement cette Théorie, en fait voir la parfaite conformité avec ses Tables.

Il vient enfin au point le plus difficile de toute cette matiére, à la diminution que causent dans la dépense des eaux les accidents Phisiques, tels que les frottements de l'eau contre les parois intérieures des conduites, les sinuosités de ces conduites, l'air qui s'y trouve intercepté. On est peu instruit sur ces sujets, faute d'expériences assés en grand, les conduites courtes ne s'écartent pas beaucoup des Regles ordinaires, & de la Théorie, les longues s'en écartent quelquefois prodigieusement. Par bonheur M. Couplet a fait des expériences à Versailles, où tout est à souhait pour le grand, mais il s'en faut bien qu'il en ait fait encore assés pour en pouvoir tirer des conclusions un peu générales avec quelque sûreté. Nous ne ferons que détacher de ses observations ou de ses réfléxions celles qui paroissent les plus remarquables, & nous n'entrerons nullement dans la description exacte qu'il donne des lieux & des conduites, parce qu'elle n'est nécessaire que pour le détail.

La Regle que les vîtesses de l'eau sont comme les racines quarrées des hauteurs d'où elle tombe, ou, ce qui est le même, des hauteurs de la colonne d'eau dont la charge fait couler l'eau inférieure, est extrêmement trompeuse dans les grandes conduites, telles que celles de Versailles, qui vont quelquefois à plus de 2000 toises. Si l'on jugeoit par cette Regle de la

quantité d'eau qui doit venir, il y a tel cas où l'on trouveroit 407 pouces, au lieu des 10 $\frac{1}{2}$ qui sont venus réellement à M. Couplet, lorsqu'il en a fait l'expérience. C'est une différence presque du total. Assés souvent la quantité d'eau est 20 ou 30 fois moindre que celle que la Regle promettoit.

Cette étrange diminution vient des frottements, du moins en grande partie. On voit, & on le devineroit sans expérience, que leur effet est d'autant plus grand, que les conduites sont plus longues, les diametres des tuyaux plus petits, les sinuosités ou *coudes* plus fréquents, les angles de ces coudes plus aigus, la vîtesse de l'eau plus grande, mais on aura bien de la peine à sçavoir, seulement à peu-près, la valeur de chacun de ces principes de diminution, & quels seront les résultats de leurs combinaisons différentes.

M. Couplet a vû qu'en lâchant l'eau à l'embouchure d'une conduite, il se passoit près de 10 jours avant qu'il en parût une goutte à son bout de sortie. Cet accident, si bizarre en apparence, venoit, selon l'explication de M. Couplet, d'un air cantonné dans la partie supérieure de certains coudes de la conduite élevés sur l'horison. Une eau qui se présentoit pour passer, tendoit à forcer cet air dans son retranchement, & à le pousser en avant, mais une autre eau déja passée avant que l'air se fût amassé dans le haut du coude le soûtenoit, & si elle se trouvoit être à la même hauteur verticale que celle qui tendoit à pousser en avant, il se faisoit un équilibre & un repos que l'on voit bien qui pouvoit durer long-temps. On remedia à cet inconvénient en *adoucissant* quelques coudes de la conduite, & en mettant aux angles les plus élevés des *Ventouses*, où l'air pouvoit se retirer sans nuire au cours de l'eau. Après cela l'eau venoit au bout de 12 heures, précédée de bouffées de vent, de flocons d'air & d'eau, de filets d'eau interrompus, & tout cela prenoit presque la moitié des 12 heures d'attente. Par-là on peut juger des effets de l'air dans les conduites, les cas extrêmes suffisent pour mettre sur la voye de tous les autres.

SUR L'ATTRACTION NEWTONIENNE.

V. les M. p. 343.

IL ne falloit pas moins que le grand génie & la grande autorité de M. Newton pour faire rentrer l'Attraction dans la Phisique, d'où Descartes & tous ses Sectateurs, ou plûtôt tous les Philosophes l'avoient bannie d'un consentement unanime. Elle revient cependant, mais le plus souvent, un peu déguisée, ce n'est point, si l'on veut, l'Attraction proprement dite, ce n'est qu'un nom que l'on donne à une Cause inconnuë dont les effets se font sentir par-tout, effets que l'on compare ensemble, & que l'on calcule pour connoître du moins la maniére dont elle agit en attendant que sa nature même vienne à être développée. C'est sous cette idée, & avec ces sages ménagements que M. Newton, & ses Disciples la presentent.

L'excellent ouvrage de M. Newton dont elle est un des fondements, a été écrit d'une maniére si sçavante, si fine, si peu à la portée du commun des Géometres, qu'il lui a fallu des Commentateurs, & les plus habiles Géometres, non seulement Anglois, mais François, n'ont pas dédaigné de l'être. De grandes Théories de cet illustre Auteur sur les Forces centrales, sur les Resistances des Milieux, &c. ont été éclaircies, mais la Théorie de l'Attraction ne l'a pas encore été, du moins suffisamment, & c'est ce que M. de Maupertuis entreprend ici, invité sans doute par une occasion d'employer la plus subtile Géometrie.

Il faut concevoir l'Attraction comme une force naturelle à la matiére, & par laquelle tous les Corps s'attirent mutuellement les uns les autres. Cette force est proportionnée à la masse, un grand Corps & un petit vont l'un vers l'autre, mais le petit plus puissamment attiré, fait plus de chemin vers le grand, que le grand vers le petit, & cela en raison renversée de leurs grandeurs. La distance est encore un élément essentiel de la quantité de l'Attraction, un Corps attire plus puissamment à une moindre distance, mais il n'est pas encore

tout-à-fait

tout-à-fait bien réglé ſelon quelle raiſon de la diſtance l'Attraction décroît, ſi c'eſt ſelon la diſtance ſimple, ou ſelon ſon quarré, ou ſon cube, &c. ou ſelon quelqu'une de ſes racines, &c.

Ce qui rend cette détermination difficile, & peut-être impoſſible, c'eſt que les Expériences ou les Phénomenes n'offrent que des faits extrêmement compliqués. Les attractions mutuelles produiſent déja de la confuſion, les directions par leſquelles doivent agir les forces attractives, auſſi-bien que toutes les autres forces, varient ſelon les figures des Corps, ſelon leurs poſitions reſpectives, ſelon leurs mouvements particuliers, & elles ſe combinent enſemble de cent maniéres, qui peuvent nous échapper. Cependant il paroît en général, ſurtout par les phénomenes céleſtes, que l'Attraction ſuit la raiſon renverſée des quarrés des diſtances, c'eſt-à-dire, l'Attraction *primitive*, telle qu'elle eſt naturellement dans tous les Corps, & dépouillée de toutes les circonſtances accidentelles qui la peuvent modifier.

Comme M. Newton n'a donné ſur cette matiére que les propoſitions particuliéres dont il avoit beſoin, M. de Maupertuis a voulu remonter à une Théorie générale, qui fût la ſource de tout. Pour ſimplifier la choſe, il ne conſidere qu'un Corps infiniment petit, du moins phiſiquement, par rapport à un autre Corps, qui par conſéquent l'attirera ſans en être attiré ; le grand Corps eſt un Sphéroïde décrit par la révolution d'une Courbe quelconque autour d'un axe, & le Corpuſcule eſt placé ſur un point de cet axe prolongé à une diſtance quelconque du Sphéroïde. L'action de la Force attractive variera ſelon telle puiſſance qu'on voudra de la diſtance, c'eſt en quoi conſiſte principalement la généralité. M. de Maupertuis ne conſidere d'abord que l'Attraction de la ſeule ſurface du Sphéroïde.

Dans l'Infiniment petit, il n'y a qu'une Zone circulaire infiniment peu large de cette Surface qui agiſſe. Elle agit & ſelon ſa grandeur, & ſelon ſa diſtance au Corpuſcule qu'elle attire. Elle eſt d'autant plus grande, quoique toûjours de même

largeur, qu'elle est plus éloignée du sommet du Sphéroïde; ou, ce qui revient au même, qu'elle répond à une plus grande Ordonnée de la Courbe génératrice du Sphéroïde. De tous les points de cette Zone circulaire, il part des lignes d'attraction terminées au Corpuscule, & qui forment la surface d'un Cone; ce sont là les distances de chaque point de la Zone au Corpuscule, & ce sont elles qui pourront être élevées à telle puissance qu'on voudra. Comme elles sont toutes égales, & qu'en les prenant toûjours deux à deux diamétralement opposées, on voit qu'elles tirent en sens contraires, aucune ne peut avoir d'effet selon sa direction propre, mais elles ont toutes un effet commun selon l'axe de leur Cone, qui est aussi l'axe du Sphéroïde. A cause de leur égalité, il suffit d'en considérer une, qui ne fera donc avancer le Corpuscule que le long de l'axe, dont la portion parcouruë aura nécessairement une certaine raison déterminée à la distance absoluë du point attirant. Tout cela exprimé géométriquement, forme une Formule générale Différentielle, qu'il ne faudra plus qu'intégrer selon les suppositions particuliéres qu'on aura faites ou sur la Courbe génératrice du Sphéroïde, ou sur la raison de l'Attraction aux distances. Cette raison est toûjours la primitive, & il est peut-être bon d'en avertir encore, parce que dans les cas particuliers elle se trouve souvent si changée, qu'elle en est presque méconnoissable.

Dès qu'on change la surface du Sphéroïde en surface Sphérique, il arrive, quoique la Sphere soit le plus simple des Sphéroïdes, que l'intégration devient si difficile que M. de Maupertuis a recours à d'autres Méthodes indépendantes de sa Solution générale. Par cette voye, & en supposant de plus que l'Attraction primitive agisse selon la raison renversée des quarrés des distances, il trouve que le Corpuscule placé sur l'axe prolongé de la surface Sphérique est attiré en raison directe du quarré du diametre de la Sphere, & en raison renversée des quarrés des distances du Corpuscule au centre de la Sphere. Ici l'Attraction primitive que l'on a supposée, se conserve sans aucune altération, car il est bien visible que la

quarré du diametre de la Sphere repréſente la grandeur de la ſurface Sphérique, qui ſuit effectivement cette raiſon, & qui doit agir par ſa grandeur, en même temps qu'elle agira ſelon les diſtances.

Si le Corpuſcule eſt placé au centre d'une ſurface Sphérique, on ne ſera pas étonné que l'Attraction ſoit nulle, on concevra auſſi-tôt qu'elle l'eſt, parce que de tous côtés elle agit également en ſens contraires. Mais elle eſt encore nulle en quelque endroit hors du centre que le Corpuſcule ſoit placé au dedans de la Surface. Ce ſera donc que la Surface étant coupée en deux parties inégales en grandeur, l'une plus proche, l'autre plus éloignée du Corpuſcule, la plus petite aura, à cauſe de ſa proximité, une plus grande force attractive en même raiſon que la plus éloignée ſera plus grande. Cela eſt vrai, mais il faut bien remarquer que c'eſt ſeulement dans l'hipotheſe de l'Attraction en raiſon renverſée des quarrés des diſtances. Hors de-là cet équilibre de forces, quoique toûjours dans une ſurface Sphérique, ne ſubſiſteroit plus; il ne dépend pas ſeulement de cette figure, mais auſſi de la qualité des forces. Il ſeroit donc poſſible, pourvû que la Nature eût pris cette hipotheſe, & que la Peſanteur ne ſoit que l'Attraction Newtonienne, qu'il y eût un Monde enfermé dans une grande Sphere creuſe, deſtitué des phénomenes de la Peſanteur. Les Habitants iroient en tous ſens avec une égale facilité, à cela près qu'ils s'attireroient encore les uns les autres.

Il eſt aiſé de paſſer géométriquement de la ſurface Sphérique à la Sphere, & c'eſt en effet la Sphere qui dans le ſujet préſent nous intéreſſe plus que tout Corps d'une autre figure, tant parce qu'elle eſt celle de tous les Corps céleſtes, que parce que les Corps terreſtres qui ne l'ont pas en ſont ſi peu éloignés, quant au point dont il s'agit, qu'on peut la leur ſuppoſer ſans erreur ſenſible.

Dans l'hipotheſe de l'Attraction primitive ſelon les quarrés, une Sphere ſolide agit ſur le Corpuſcule placé au dehors préciſément comme faiſoit la ſurface Sphérique, mais cette conformité ceſſe, ſi le Corpuſcule eſt placé au dedans de la même

Sphere, le Corpuſcule qui n'étoit nullement attiré par la ſurface, l'eſt par la Sphere en raiſon directe de ſa diſtance ſimple au centre. Ici l'Attraction primitive eſt bien altérée, non ſeulement le Corpuſcule eſt attiré ſelon la diſtance ſimple, mais encore ſelon la raiſon directe de cette diſtance, c'eſt-à-dire, d'autant plus attiré par la Sphere qu'il eſt éloigné de ſon centre, ce qui eſt tout le contraire de la premiére idée qu'on a établie.

Si l'on prenoit l'attraction de ce dernier cas pour la primitive, ou, ce qui eſt le même, ſi l'Attraction primitive ſuivoit la raiſon directe ſimple des diſtances, un Corpuſcule placé ſoit au dehors, ſoit au dedans de la Sphere, & qui auroit reçû une impulſion en ligne droite que l'attraction perpétuelle de la Sphere modifieroit à chaque inſtant, feroit des révolutions autour du centre, & les feroit toûjours en des temps égaux à quelque diſtance de ce centre qu'il fût placé, car quand il en ſeroit plus loin, & qu'il décriroit par conſéquent un plus grand arc, il le décriroit avec une vîteſſe à proportion plus grande, & au contraire.

Quelque parfaite que puiſſe être pour le géométrique la Théorie de l'Attraction, il eſt aiſé de s'appercevoir que l'application à la Nature en ſera toûjours difficile, & ſur-tout le choix de la véritable Loi primitive de l'Attraction. Celle de la raiſon renverſée des quarrés des diſtances réuſſit dans l'Aſtronomie Phiſique, & tout le monde ſçait avec quelle adreſſe infinie & avec quel ſuccès M. Newton l'a maniée. D'autres Sçavants Anglois ont crû avec beaucoup de raiſon qu'elle devoit s'étendre auſſi aux phénomenes terreſtres, principalement aux Chimiques, qui portent une idée d'attraction ſans comparaiſon plus frappante que tous les phénomenes céleſtes. Avec quelle impétuoſité certains Acides vont-ils pénétrer les Alkali qui leur ſont propres! quelle tempête dans le Vaiſſeau! mais tout cela eſt trop violent pour le Siſtême qu'il paroîtroit favoriſer. Quoiqu'il ſoit bien ſûr que l'Attraction eſt la plus forte qu'il ſoit poſſible dans le contact des deux Corps, elle l'eſt trop ici, par rapport à la petiteſſe des accroiſſements qu'elle auroit pris hors de ce contact. Il faudroit, ſelon M. Newton

même, que l'Attraction primitive fût en raison renversée, non pas des quarrés des distances, mais de leurs cubes, ou même de leurs 4mes puissances, ce qui lui donneroit des accroissements plus grands & plus rapides. Ce sera l'affaire des Phisiciens de faire voir qu'une certaine Attraction primitive supposée satisfait à tous les Phénomenes, tant terrestres que célestes. Les Phisiciens n'ont pas à craindre de manquer d'occupation, les Géometres en manqueroient plûtôt.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires

Le Métrometre de M. d'Onzembray. V. les M. p. 182.

Les Observations de M. de la Condamine dans un Voyage de Levant. p. 295.

Une nouvelle Boussole de M. Buache. p. 377.

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVE'ES PAR L'ACADE'MIE EN M. DCCXXXII.

I.

UNE Pendule à Equation du Sr Mathias Kricgseissein, Horloger Allemand, dont nous avons déja parlé en 1726 *, à l'occasion d'une autre Horloge, inventée aussi par lui, & qui marquoit tout ce qu'on pouvoit demander à un Calendrier fort ample. Celle-ci n'est qu'une Pendule à Equation, mais d'une construction nouvelle & ingénieuse. Une grande partie de tout le fin du Méchanisme consiste dans les deux diametres d'une Ellipse, de l'un desquels doit couler sur l'autre une espece de Verroüil. Mais comme ils ne sont que peu inégaux, ce passage n'est pas difficile; & l'Equation se faisant par un simple avancement ou retardement de Rouës, qui vont toûjours du même côté, le jeu des engrainages ne peut empêcher l'effet qu'on se propose.

* p. 69.

II.

Une Machine à élever des eaux de M. Kernilien le Demour. Ce n'eſt preſque pas une Machine, tant elle eſt ſimple. Il eſt certain que ſi l'on fait mouvoir dans une Eau avec un peu de force un Tuyau incliné, l'eau y montera juſqu'à une certaine hauteur, & en ſortira par le bout d'enhaut, pourvû que le Tuyau ne ſoit pas trop long. Il faut de plus, que le bout inférieur ſoit taillé en bec-de-flute, afin qu'il prenne mieux l'eau, & la ramaſſe plus aiſément. Voilà tout le principe, il n'y a plus qu'à faire une petite Charpente qui tienne le tuyau fixement incliné, & telle que par ſon moyen on puiſſe le mouvoir commodément dans l'eau, ce qui eſt très-aiſé à imaginer & à exécuter. La Machine ayant été miſe en mouvement par un ſeul homme appliqué à une Manivelle, a fait 34 tours en autant de ſecondes, & a élevé environ 220 pintes d'eau à la hauteur de 6 pieds. Le tuyau étoit incliné de 50 degrés. Cette quantité d'eau eſt la même que donne le meilleur Chapelet à la hauteur de 8 pieds, en y appliquant 4 hommes. On voit par-là combien la nouvelle Machine épargneroit de peine & de dépenſe. La principale intention de l'Auteur a été qu'elle ſervît à arroſer des terres à peu de frais quand on auroit des ſources ou des rivieres, à changer des terres labourables en prairies, à ameliorer des fonds, ce qui n'eſt que trop négligé par ceux qui en ſont les maîtres.

III.

Une Chaiſe de Poſte propoſée par le S^r le Liévre, qui ſe change en Phaëton quand on veut. On a trouvé qu'il ſeroit aſſés difficile d'y mettre des Glaces. Mais elle ſera de quelque utilité à la Campagne, où l'on pourra à ſon gré prendre l'air, ou ſe renfermer dans ſa voiture, ſans multiplier les équipages.

IV.

Un Clavecin du S^r. Bellot, Facteur, dont le grand chevalet d'Uniſſon eſt conſtruit de maniére qu'à chaque couple de l'Uniſſon les deux Cordes ſe trouvent de même longueur, ce que l'on ne ſçait pas avoir été pratiqué juſqu'ici, & ce qui,

toutes choſes d'ailleurs égales, doit procurer à ces inſtruments une plus grande uniformité d'harmonie.

V.

Un Inſtrument à obſerver les hauteurs en Mer par M. de Quereineuf. Le fin de l'invention, qui a paru ingénieux, conſiſte en ce que les hauteurs, depuis l'Horiſon juſqu'au Zénit, que l'on a par les Tangentes de leurs Arcs, y ſont partagées en deux moitiés; de ſorte que l'on a d'un côté les Tangentes des Arcs moindres que 45 depuis l'Horiſon ou Zero juſqu'à 45, & de l'autre les Tangentes de tous les Arcs plus grands depuis 45 juſqu'à Zero, qui eſt alors le Zénit. Cela épargne la prodigieuſe inégalité des diviſions qu'il faudroit à l'Inſtrument, ſi les Tangentes étoient priſes tout de ſuite depuis l'Horiſon juſqu'au Zénit, car on ſçait que la derniére Tangente ſeroit infinie, ce qui ſuffit pour faire juger de la marche de cette progreſſion. Dans l'Arbaleſtrille on eſt obligé à changer très-ſouvent de Marteaux, & le fréquent changement de ſituation des Marteaux doit empêcher que l'angle droit ne s'y conſerve auſſi-bien qu'il ſera dans l'Inſtrument de M. de Quereineuf.





E'LOGE
DE M. CHIRAC.

PIERRE CHIRAC naquit en 1650 à Conques en Roüergue, de Jean Chirac, & de Marie Rivet, Bourgeois de cette petite Ville, & dont la Fortune étoit fort étroite. Quoique Fils unique, il n'eut point de meilleur parti à prendre, après ses études, que de se destiner à l'Eglise, qui lui parut une ressource presque absolument nécessaire. En étudiant la Théologie, il ne laissa pas de s'appliquer par curiosité à la Philosophie de Descartes, qui avoit déja pénétré jusque dans le Roüergue. Quand il s'en fut rempli autant qu'il l'avoit pû sans aucun secours, il crut pouvoir sortir de Conques, & il alla à Montpellier, où cette même Philosophie, naissante aussi, commençoit à remuer les esprits. Il fut bientôt connu dans cette Ville, quoiqu'accoûtumée depuis long temps à la science & au mérite.

M. Chicoineau, Chancelier & Juge de l'Université de Montpellier, prit chés lui en 1678 M. Chirac, qu'il regardoit déja comme grand Phisicien, pour lui confier la direction des études de deux de ses Fils, qu'il destinoit à la Médecine. Il fut si content du Maître qu'il leur avoit donné, qu'il voulut songer solidement à ce qui pouvoit lui convenir, & comme il lui trouvoit peu de véritable vocation pour l'Etat dont il portoit l'habit, & d'ailleurs beaucoup d'acquis dans la Phisique, il le détermina à en profiter pour embrasser la profession de Médecin.

M. Chirac devenu membre de la Faculté de Montpellier en 1682, y enseigna, 5 ans après, les différentes parties de la Médecine. On sentit bientôt le prix des Leçons qu'il dictoit à ses Auditeurs. Elles n'avoient pas le sort ordinaire de périr entre les mains de ceux qui s'étoient donné la peine de les écrire,

écrire, on se les transmettoit des uns aux autres, & c'étoit une faveur, & encore aujourd'hui elles sont un trésor que l'on conserve avec soin. On recueilloit avec le même empressement les discours qui en étoient l'explication, toûjours plus étendus & encore plus approfondis que les Leçons, on rassembloit, on réunissoit ce que différentes personnes en avoient retenu, & on travailloit à en faire un Corps, tant on étoit animé par l'espérance d'une grande instruction.

Outre les leçons publiques, M. Chirac faisoit chés lui des Cours particuliers, plus instructifs encore pour ses Disciples, & même pour lui, à cause de la liberté de la conversation. Les Etrangers y couroient en foule, & Montpellier se remplissoit d'Habitants qu'il lui devoit.

Quand il fut assés plein de Théorie, il se mit dans la Pratique. M. Barbeyrac y tenoit alors le premier rang à Montpellier, & son nom vivra long-temps. M. Chirac le prit pour guide & pour modelle, avec les restrictions néantmoins qu'un grand homme met toûjours à l'imitation d'un autre, sans renoncer aux connoissances particuliéres qu'il pouvoit avoir acquises, ni à des vûës dont la nouveauté eût peut-être empêché M. Barbeyrac lui-même d'oser les approuver.

En 1692, M. le Maréchal de Noailles lui donna, de l'avis de M. Barbeyrac, la place de Médecin de l'Armée de Roussillon. Il fut en 1693 au Siége de Roses, après lequel une Dissenterie Epidémique se mit dans l'Armée. Le Ministre de la Guerre lui envoya de Paris de l'Ipecacuana, qui y étoit encore nouveau, & connu seulement sous le nom de *Remede du Medecin Hollandois*. Il en donna avec opiniâtreté, & de toutes les façons, sans en pouvoir tirer aucun bon effet. A la fin, réduit à trouver sa ressource en lui-même, il donna du Lait coupé avec la lessive de Sarments de Vigne, & il eut le plaisir de voir presque tous ses Malades guéris.

Quelques années après il y eut à Rochefort une autre maladie épidémique, qu'on appelle de *Siam*, beaucoup plus cruelle que la Dissenterie, nouvelle dans nos Climats, & effrayante par le seul spectacle. M. Begon, Intendant de cette

Ville, demanda au Roy M. Chirac, déja très-célebre, singuliérement pour les cas extraordinaires. Il eut recours à l'ouverture des Cadavres, plus nécessaire que jamais dans un mal inconnu. Il en ouvrit peut-être 500, travail énorme, & qui demandoit une violente passion de s'instruire. Il vit le mal dans ses sources, & s'en assûra si bien, que comme il crut qu'il en pourroit être attaqué lui-même, il composa un grand Mémoire de la maniére dont il vouloit être traité en ce cas-là; & de tout ce qu'il y avoit à faire selon les différents accidents dont la maladie étoit susceptible, car il prévoyoit tout, il détailloit tout. Il chargeoit de l'execution un Chirurgien seul, en qui il avoit pris confiance, & prioit instamment M. Begon de ne pas permettre qu'aucun autre s'en mêlât. Pour l'honneur de M. Chirac, il fut attaqué de la Maladie, traité selon ses ordres, & gueri. Il lui en resta seulement la suite ordinaire, une Jaunisse, & sa convalescence fut très-longue.

Ce fut pendant ce séjour de Rochefort, où il traita beaucoup de petites Véroles, qu'il découvrit que dans ceux qui en étoient morts il y avoit inflammation de Cerveau. Il eût donc fallu les saigner pour la prévenir, & même saigner du pied pour faire une diversion, ou *révulsion* du sang en embas. Mais saigner dans la petite Verole! saigner du pied, sur-tout des Hommes! quelle étrange pratique! n'en meurt-on pas toûjours? Et en effet la saignée du pied dans les Hommes étoit presque toujours suivie de la mort, parce qu'on n'y avoit recours que trop tard, & dans les cas désesperés. Un violent préjugé sur ce sujet bien établi, bien enraciné chés le peuple, ne l'étoit pas moins chés les Médecins, qui de plus ne se vouloient pas laisser renvoyer à l'Ecole. Ils ne l'accusoient que d'ignorance, ou de témérité, tandis que le peuple l'accusoit d'un dessein formé contre les jours du Genre humain. Il soutint courageusement sa Pratique, malgré les clameurs qui s'élevoient de toutes parts; ses Malades guérissoient, les autres mouroient, du moins en beaucoup plus grand nombre, & il n'étoit encore guere justifié.

C'est lui qui a reglé aussi, mais avec moins de contradiction,

la maniére généralement reçûë dont on conduit aujourd'hui le Remede d'une autre Maladie du même nom. Les grands Medecins sont ceux dont la pratique fondée sur les principes d'expérience établis, est la plus sûre, & la plus heureuse, mais ceux qui établissent solidement de nouveaux principes, sont d'un ordre plus élevé. Les uns portent l'Art, tel qu'ils le trouvent, jusqu'où il peut aller, les autres le portent plus loin qu'il n'alloit. Aussi M. Silva, si bon juge en ces matiéres, & si intéressé à ne pas souffrir des Usurpateurs dans les premiers rangs, a dit qu'*il appartenoit à M. Chirac d'être Législateur en Médecine.*

Après s'être entiérement remis des fatigues & de sa maladie de Rochefort, il avoit repris à Montpellier ses anciennes fonctions de Professeur & de Médecin. Là il eut deux contestations à essuyer, & même plus que des contestations, car elles devinrent des procès en Justice. Il s'agissoit de la découverte de l'Acide du Sang avec M. Vieussens, célebre Docteur de la même Faculté, & de la structure des Cheveux avec M. Sorazzi, Medecin Italien. Ni l'un ni l'autre sujet n'étoient dignes de la chaleur qui s'y mit. On est assés persuadé de son propre mérite, cependant il ne nous rassure pas assés pour nous procurer quelque tranquillité, quand on nous attaque. Le nom de M. Chirac ne laissoit pas de croître de jour en jour, les Provinces voisines profitoient souvent de la proximité; on l'appelloit pour les Malades de distinction, & sa réputation contribuoit beaucoup à affermir celle de la fameuse École de Montpellier.

En 1706 feu M. le Duc d'Orleans partit pour aller commander l'Armée de France en Italie. Il laissoit son premier Medecin à Paris, & comme il lui en falloit un auprès de sa personne, M. le Comte de Nocé, qui avoit fort connu M. Chirac à Montpellier, le proposa par zele pour un Prince à qui il étoit infiniment attaché. La voix publique parloit comme lui, le choix fut fait, & eut les suites les plus heureuses. M. le Duc d'Orléans au Siége de Turin fut très-dangereusement blessé au Poignet, & se trouvoit sur le point d'en perdre

le Bras, lorſque M. Chirac imagina de lui mettre ce Bras dans des Eaux de Balaruc, qu'on fit venir. Ce remede ſi ſimple, & auquel il eût été ſi naturel de ne pas penſer, produiſit une parfaite & prompte guériſon, preſque miraculeuſe. Il en a fait l'hiſtoire dans une grande Diſſertation en forme de Theſe *ſur les Playes*, ouvrage qui par la ſolidité & l'abondance de l'inſtruction, ſe fait pardonner ſans peine une grande négligence de ſtile.

L'année ſuivante ce Prince mena encore avec lui en Eſpagne M. Chirac, que la grande réputation qu'il y acquit obligea d'y demeurer quelque temps après la campagne finie.

Au retour d'Italie & d'Eſpagne il vint à Paris, & il en goûtoit fort le ſéjour. M. le Duc d'Orléans qui avoit M. Homberg pour premier Médecin, & ne croyoit pas que toute autre place fût digne de M. Chirac, voulut le renvoyer à Montpellier avec toutes les récompenſes dûës à ſes ſervices; il craignoit d'ailleurs qu'un homme de ce mérite ne fût pas vû de trop bon œil à Paris, & peut-être à la Cour, qui n'avoit pas été conſultée ſur ce choix. Mais M. Chirac avoit trop bien ſenti les avantages de Paris, il obtint ſans peine d'y demeurer, & il acheta le droit d'y exercer la Médecine par une des Charges de la Maiſon du Prince.

Il lui manquoit aſſés de choſes, preſque néceſſaires en ce pays-ci. Il parloit peu, ſéchement, & ſans agrément. Il ne faiſoit guere aux Malades ces explications circonſtanciées & détaillées de leurs maux, qu'ils ne ſont pas ordinairement capables d'entendre, & qu'ils écoutent pourtant avec une eſpece de plaiſir. Il leur préſentoit dans les occaſions l'idée deſobligeante, quoique vraye, qu'il y avoit de la fantaiſie & de la viſion dans leurs infirmités, il leur nioit ſans détour juſqu'à leur ſentiment même, & combien les Femmes principalement en devoient-elles être choquées? Il ſe prêtoit peu aux objections ſouvent puériles des Malades, ou de leurs familles, & on n'arrachoit jamais de lui aucune complaiſance, aucune modification à ſes déciſions laconiques; heureux les Malades, quand il avoit pris le bon chemin! Il n'étoit guere

consolant, & n'avoit presque qu'un même ton pour annoncer les évenements les plus opposés. De plus il apportoit des pratiques nouvelles, & certainement il devoit avoir quelques mauvais succès, qui plus certainement encore seroient bien mis en évidence, & bien relevés.

Malgré tout cela, à peine fut-il fixé à Paris qu'il y eut une vogue étonnante. Sa Ruë étoit incommodée de la quantité de Carrosses qu'on lui envoyoit de tous côtés. On peut croire que la nouveauté y avoit quelque part, puisque Paris étoit le lieu de la Scene, mais il falloit au fond que de grandes & de rares qualités eussent surmonté à ce point-là tout ce qui lui étoit contraire. En effet il avoit ce qu'on appelle *le coup d'œil*, d'une justesse & d'une promptitude singuliére, & peut-être unique. C'étoit une espece d'inspiration, dont la clarté & la force prouvoient la vérité, du moins pour lui. Par-là le plus difficile étant fait, il formoit en lui-même le Plan de la Cure, & le suivoit avec une constance inébranlable, parce qu'il n'auroit pû s'en départir sans agir contre des lumiéres qui le frappoient si vivement. Ceux qui n'en ont que de moindres ou de moins vives, peuvent n'être pas si constants, & même ne le doivent pas. Les Malades prenoient d'autant plus de confiance en lui, qu'ils se sentoient conduits par une main plus ferme, son infléxibilité leur assûroit combien il comptoit d'avoir pris le bon parti, & ils s'encourageoient par ses rigueurs. Ils voyoient encore que si les occasions le demandoient, il hazardoit volontiers pour eux sa propre réputation. Lorsqu'il jugeoit nécessaire un de ces coups hardis qui lui étoient particuliers, & que le Malade étoit important, il sçavoit qu'il se rendoit responsable de l'évenement, & que s'il étoit fâcheux, les cris d'une famille puissante soûlevoient aussi-tôt le Public contre lui, cependant il ne mollissoit point, il ne préféroit point la route ordinaire plus périlleuse pour le Malade, mais moins pour le Médecin, & il vouloit, à quelque prix que ce fût, avoir tout fait pour le mieux.

A la mort de M. Homberg, qui arriva en 1715, M. le Duc d'Orléans, déja Régent du Royaume, le fit son premier

Médecin, choix presque nécessaire, qui lui donnoit un nouvel éclat, & eût augmenté, s'il eût été possible, sa grande pratique de Paris. L'année suivante il entra dans l'Académie en qualité d'Associé libre, & sans ses occupations continuelles & indispensables, on lui reprocheroit d'avoir trop joui des privileges de ce titre.

En 1718 il succeda à M. Fagon dans la Surintendance du Jardin du Roy. Il étoit à la source des graces, puisque le Prince Régent en étoit le maître, & qu'il aimoit tant à en faire.

En 1720 Marseille fut attaquée d'une maladie d'abord inconnuë, mais qui dès sa naissance faisoit de grands ravages. M. Chirac offrit au Régent d'y aller, afin que la Ville, qui se verroit secouruë par le Gouvernement, en prît plus de courage pour se secourir elle-même. Son offre ne fut pas acceptée, il proposa en sa place M[rs] Chicoineau & Verny, célebres Médecins de Montpellier, dont il garantit le sçavoir, le zele & l'intrépidité, & les ordres pour leur voyage furent donnés par S. A. R. M. Chicoineau étoit le même dont il avoit été Précepteur, & de plus c'étoit son Gendre, car la Fille unique du Précepteur étoit devenuë un assés bon parti pour épouser le Disciple. Il étoit juste que la maison par où il avoit commencé sa fortune, & qui lui en avoit ouvert la route, en profitât.

M[rs] Chicoineau & Verny arrivés à Marseille trouverent la Peste, accompagnée de toute la desolation, de toute la consternation, de toutes les horreurs qu'elle a jamais trainées après elle. La Ville n'étoit presque plus habitée que par des Cadavres, qui jonchoient les Rues, ou par des Mourants abandonnés qui n'avoient pas eu la force de fuir. Nulles provisions, nuls vivres, nul argent. M. Chirac fut, pour ainsi dire, le Médecin general de Marseille par le soin assidu dont il veilloit à tous ses besoins auprès du Régent, par les secours de toute espece qu'il obtenoit pour elle, par toutes les lumieres dont il fortifioit celles des habiles gens qu'il y avoit fait envoyer. Il procura encore à cette malheureuse Ville quatre Médecins de Montpellier, & ses amis, qu'il crut

dignes d'une Commiſſion ſi honorable, & ſi peu recherchée. M. Boyer, de qui je tiens cette Relation, & qui aujourd'hui pratique avec ſuccès à Paris, fut l'un d'entre eux. Ils raſſûrérent d'abord le peuple par l'extrême hardieſſe dont ils abordoient les Malades, & par l'impunité de cette hardieſſe, toûjours heureuſe. Peut-être, & cela ne diminuëroit guere la gloire de l'Héroiſme, étoient-ils dans le ſentiment de M. Chirac, que la Peſte ne ſe communique pas par contagion. Quoi qu'il en ſoit de cette opinion ſi paradoxe, il ſeroit difficile qu'elle fût plus dangereuſe & plus funeſte aux Peuples que l'opinion commune.

M. Chirac avoit conçu depuis long temps une idée, qui eût pû contribuer beaucoup à l'avancement de la Médecine. Chaque Médecin particulier a ſon ſçavoir qui n'eſt que pour lui, il s'eſt fait par ſes Obſervations & par ſes Réfléxions certains principes, qui n'éclairent que lui; un autre, & c'eſt ce qui n'arrive que trop, s'en ſera fait de tout differents, qui le jetteront dans une conduite oppoſée. Non ſeulement les Médecins particuliers, mais les Facultés de Médecine ſemblent ſe faire un honneur & un plaiſir de ne s'accorder pas. De plus les Obſervations d'un Pays ſont ordinairement perduës pour un autre. On ne profite point à Paris de ce qui a été remarqué à Montpellier. Chacun eſt comme renfermé chés ſoi, & ne ſonge point à former de ſociété. L'Hiſtoire d'une Maladie qui aura regné dans un lieu, ne ſortira point de ce lieu là, ou plûtôt on ne l'y ſera pas. M. Chirac vouloit établir plus de communication de lumiéres, plus d'uniformité dans les Pratiques. Vingt-quatre Médecins des plus employés de la Faculté de Paris auroient compoſé une Académie, qui eût été en correſpondance avec les Médecins de tous les Hôpitaux du Royaume, & même des Pays étrangers, qui l'euſſent bien voulu. Dans un temps où les Pleuréſies, par ex. auroient eſté plus communes, l'Académie auroit demandé à ſes Correſpondants de les examiner plus particuliérement dans toutes leurs circonſtances, auſſi-bien que les effets pareillement détaillés des Remedes. On auroit fait de toutes ces Relations un

Résultat bien précis, des especes d'Aphorismes, que l'on auroit gardés cependant jusqu'à ce que les Pleuresies fussent revenuës, pour voir quels changements ou quelles modifications il faudroit apporter au premier Résultat. Au bout d'un temps on auroit eu une excellente Histoire de la Pleuresie, & des Regles pour la traiter, aussi sûres qu'il soit possible. Cet exemple fait voir d'un seul coup d'œil quel étoit le Projet, tout ce qu'il embrassoit, & quel en devoit être le fruit. M. le Duc d'Orleans l'avoit approuvé & y avoit fait entrer le Roy, mais il mourut lorsque tout étoit disposé pour l'éxecution.

Par cette mort, que le plus grand nombre sentit douloureusement, M. Chirac perdoit non seulement un Prince de la Famille Royale, mais encore un Premier Ministre. Privé de ce Maistre & de ce Protecteur, mais toûjours attaché à son auguste Maison, il quitta la Cour, & recommença à se livrer absolument à la Ville, qui regarda comme un bien pour elle le malheur d'un si grand Médecin. On lui donnoit la premiére place dans sa Profession, & les plus illustres de ses Confreres y consentoient, sans prétendre même diminuer sa supériorité par l'avantage qu'il avoit des années & de l'expérience. Il dominoit dans les Consultations comme auroit fait Hippocrate, on l'auroit presque dispensé de raisonner, & son autorité seule eût suffi.

Il obtint du Roy en 1728 des Lettres de Noblesse, & enfin en 1730 le plus grand honneur où il pût arriver, la place de premier Médecin vacante par la mort de M. Dodart. Tous les François zélés pour les jours de leur Maître, l'avoient nommé d'une commune voix, & pour cette fois seulement les intrigues de la Cour n'eurent rien à faire.

Il attira aussi-tôt à la Cour M. Chicoineau son gendre, qui indépendamment de ce titre avoit pour lui l'histoire de la Peste de Marseille, une grande capacité en Médecine, employée principalement au service des Malades indigents. Le Roy le mit auprès des Enfants de France.

La nouvelle autorité de M. Chirac lui réveilla les idées de son Académie de Médecine. Les fonds nécessaires, article le

le plus difficile, étoient réglés & assûrés, mais quand le dessein fut communiqué à la Faculté de Paris, il se trouva beaucoup d'opposition. Elle ne goûtoit point que vingt-quatre de ses Membres composassent une petite Troupe choisie, qui auroit été trop fiére de cette distinction, & se seroit cruë en droit de dédaigner le reste du Corps. Les plus employés devoient la former, & les plus employés pouvoient-ils se charger d'occupations nouvelles? n'étoit-on pas déja assés instruit par les voyes ordinaires? Enfin comme il est aisé de contredire, on contredisoit, & avec force, & le premier Médecin trop engagé d'honneur pour reculer, persuadé d'ailleurs de l'utilité de son Projet, tomboit dans l'incertitude de la conduite qu'il devoit tenir à l'égard d'un Corps respectable. La douceur & la vigueur sont également dangereuses, & il se déterminoit pour les partis de vigueur, lorsqu'il fut attaqué de la maladie dont il mourut le 1 Mars 1732, âgé de 82 ans. Il avoit annoncé lui-même, pour pousser jusqu'au bout la science du Pronostic, qu'il n'en pouvoit échapper.

Il a laissé une fortune considérable, bien duë à un travail aussi long, aussi assidu, aussi pénible, aussi utile à la Société. Il légue par son Testament à l'Université de Montpellier la somme de trente mille livres, qui seront employées à fonder deux Chaires pour deux Professeurs, dont l'un fera des leçons d'Anatomie comparée, l'autre expliquera le Traité de Borelli *De Motu Animalium*, & les matiéres qui y ont rapport.

On peut juger par-là combien il estimoit l'Anatomie, & puisqu'il l'estimoit tant, on peut juger qu'il la possedoit à fond. Il alloit encore plus loin, jusqu'à la Chirurgie, & à tous les détails de cet Art, dont assés communément les Médecins ne s'inquiétent pas. Convaincu qu'ils ne devroient pas regarder les opérations manuelles comme indignes d'eux, & que toute leur gloire est de guérir, il avoit obtenu en 1726 l'établissement de six places de Médecins-Chirurgiens entretenus par le Roy, qui seroient reçûs gratuitement dans la Faculté de Montpellier, à condition qu'ils exerceroient eux-mêmes la Chirurgie dans l'Hopital de cette Ville, mais ce dessein, qui

à peine commençoit à s'éxécuter, fut arrêté par des accidents étrangers, & le préjugé contraire à la réunion des deux professions, qui peut-être eût été ébranlé par cet exemple, demeura dans toute sa force. Du moins M. Chirac l'attaqua toûjours par sa conduite autant qu'il le pouvoit, il ne manquoit pas d'opérer de sa main, lorsqu'il trouvoit des Malades sans secours, ou avec de mauvais secours. Aussi les plus habiles Chirurgiens de Paris l'appelloient dans toutes les grandes occasions, ravis d'avoir un témoin & un juge si éclairé, qui se faisoit un honneur d'être alors l'un d'entre eux. C'est à lui que l'on doit M. de la Peyronnie, qui étoit à la veille de prendre ses degrés de Docteur en Médecine à Montpellier, quand M. Chirac le détermina à prendre le parti de la Chirurgie, qu'il aimoit trop pour ne lui pas procurer un si grand Sujet. Il accompagna même ses conseils d'une prédiction de ce qui arriveroit à son Ami, & il a eu le plaisir de la voir accomplie.



E'LOGE

DE M. LE CHEVALIER DE LOUVILLE.

JACQUES EUGENE D'ALLONVILLE, Chevalier de Louville, naquit le 14 Juillet 1671 de Jacques d'Allonville, Chevalier Seigneur de Louville, & de Catherine de Moyencourt. Il y avoit au moins 300 ans que ſes Ancêtres poſſedoient la Terre & Seigneurie de Louville dans le Pays Chartrain.

Il étoit cadet, il fut deſtiné à l'Egliſe, & on lui en donna l'habit, qui aſſés ſouvent accoûtume les Enfans à croire qu'ils y ſont appellés. Pour lui, il ne ſe le laiſſa pas perſuader ſi aiſément, & quand il fut queſtion de le tonſurer à 7 ans, il attendit le jour de la cérémonie pour déclarer en quatre paroles, avec une fermeté froide, inébranlable, & fort au-deſſus de ſon âge, qu'il ne vouloit point être Eccléſiaſtique. Il fit ſes Etudes d'une maniere aſſés commune, & il ne ſe diſtingua que par un caractere plus ſerieux, & plus ſenſé que celui de ſes pareils, & par ſon dédain pour leurs divertiſſements. Le haſard lui fit tomber entre les mains ce qu'il lui falloit, & qu'il eût cherché s'il en eût eu quelque idée, les Elements d'Euclide par Henryon. Il n'avoit que 12 ans, & les liſant ſeul il les entendit d'un bout à l'autre ſans difficulté. C'eſt de lui que l'on tient ce fait, mais ceux qui l'ont connu n'ont pas héſité à l'en croire ſur ſa parole.

Sa naiſſance ne lui laiſſoit plus d'autre parti à prendre que celui de la Guerre, qui d'ailleurs s'accordoit aſſés avec ſon goût pour les Mathématiques. Il entra d'abord dans la Marine, & ſe trouva à la Bataille de la Hougue en 1690. De-là il paſſa au Service de Terre, & fut Capitaine dans le Regiment du Roi. A la fin de 1700 M. le Marquis de Louville ſon frere aîné, Gentilhomme de la Manche du Duc d'Anjou, ſuivit en Eſpagne ce Prince devenu Roi de cette grande Monarchie, & bientôt après

il fit venir le Chevalier dans une Cour où toutes ſortes d'agréments l'attendoient. Il les y trouva en effet, il fut Brigadier des Armées du Roi d'Eſpagne, il eut un Brevet d'une Penſion aſſés conſidérable ſur l'Aſſiente, mais qui lui demeura inutile. Au bout de 4 ans il fut obligé par de malheureux événements, qui ne ſont que trop connus, à repaſſer en France, où il reprit le Service. Il fut pris à la Bataille d'Oudenarde, abſolument dépoüillé de tout, & envoyé priſonnier en Hollande, d'où il ne ſortit qu'au bout de 2 ans qu'il fut échangé. Quand la Paix ſe fit, il avoit un Brevet de Colonel à la ſuite des Dragons de la Reine avec une Penſion de 4000 livres accordée par le feu Roi.

Le peu de temps qu'une vie agitée & tumultueuſe lui avoit permis juſque-là de donner aux Mathématiques, n'avoit fait qu'irriter ſa paſſion pour elles, mais on entroit alors dans une Paix qui ne pouvoit être que longue, & qui lui aſſuroit en même-temps & beaucoup de loiſir, & une fortune honnête. Naturellement il devoit ſe contenter de cette ſituation, du moins juſqu'à une nouvelle Guerre, cependant il voulut abſolument rompre avec tout ce qui n'appartenoit pas à ſon goût dominant, & malgré les remontrances de ſa famille & de ſes amis, malgré une bréche conſidérable qu'il faiſoit à ſon revenu, il alla avec cette fermeté invincible dont il avoit déja donné un eſſai en refuſant la Tonſure, remettre entre les mains du Miniſtre de la Guerre ſon Brevet de Colonel & les Appointements.

Maître enfin de lui-même, il ſe dévoüa aux Mathématiques, & principalement à l'Aſtronomie. Il alla à Marſeille en 1713 ou 14 dans le ſeul deſſein d'y prendre exactement la hauteur du Pole, qui lui étoit néceſſaire pour lier avec plus de ſûreté ſes Obſervations à celles de Pytheas anciennes d'environ 2000 ans. En 1715 il fit le voyage de Londres exprès pour y voir l'Eclipſe totale de Soleil, & il n'eut point de regret à un Contrat de 8000 livres ſur la Ville, que cette curioſité lui coûta, & qui n'étoit pas un fort petit objet dans ſa fortune.

Il n'y a guére dans Paris d'autre habitation que l'Obſervatoire, qui puiſſe parfaitement convenir à un Aſtronome. Il lui faut un grand Horiſon, des lieux d'une diſpoſition particu-

liere, & qu'il ne ſoit pas obligé de quitter ſelon les interêts ou le caprice d'autrui. M. le Chevalier de Louville, très-porté d'ailleurs à la retraite par ſon caractere, fixa ſon ſejour dans une petite Maiſon de campagne, qu'il acheta en 1717 à un quart de lieuë d'Orleans, ce lieu s'appelle Carré. La Nature lui offroit là tout ce qu'il pouvoit déſirer de commodités Aſtronomiques, & il ſçut bien s'y procurer celles qui dépendoient de lui. Il étoit de l'Académie dès 1714, & cette demeure éloignée ne s'accordoit pas tout-à-fait avec nos Regles, mais les Aſtronomes ſont rares, il promit d'apporter tous les ans à Paris les fruits de ſa retraite, & s'en acquitta réguliérement.

On aura peut-être peine à croire combien dans ce ſiécle-ci, en France, à 30 lieuës de Paris, un Aſtronome, avec tout ſon équipage & ſes pratiques ordinaires, fut un ſpectacle étonnant aux yeux de tout le Canton de Carré. Nous ne rapporterions pas ces bagatelles, ſi elles n'étoient de quelque utilité pour l'Hiſtoire des connoiſſances du Genre humain, & ſi elles ne faiſoient voir avec quelle extrême lenteur les Nations en corps cheminent vers les vérités les plus ſimples. Les Eclipſes de Soleil & les Cometes, qui effrayoient le peuple de Paris, il n'y a pas 100 ans, lui ſont devenuës indifférentes, mais encore aujourd'hui les Payſans d'auprés d'Orleans ne peuvent pas prendre une autre idée d'un homme qu'ils voyent obſerver le Ciel, ſinon que c'eſt un Magicien. Quand leurs Vignes ont manqué, ils l'en accuſent. Un Mât de 30 ou 35 pieds qu'il a planté dans ſon Jardin pour y attacher une Lunette de 30 pieds, eſt deſtiné à lui faire voir les Etoiles de plus près, & pluſieurs l'ont vû ſe faire *hiſſer* au haut de ce Mât, & y reſter long-temps. Les honnêtes gens du Pays, trop éclairés pour donner dans la Magie, viennent de toutes parts lui demander quel temps il fera, ou ſi la récolte ſera abondante. Il eſt vrai que Paris même n'eſt pas encore bien parfaitement deſabuſé de faire le même honneur à M^rs de l'Obſervatoire.

M. le Chevalier de Louville eût été accablé par le nombre exceſſif de viſites qu'une folle curioſité lui amenoit, comme s'il eût été un Brachmane, ou un Gimnoſophiſte, mais il y

mit ordre le mieux qu'il put par la maniére dont il ſçavoit les recevoir. Il avoit établi qu'on pouvoit venir dîner avec lui, mais à condition d'y dîner ſeulement. Quand on arrivoit avant l'heure, on prenoit un Livre dans la Bibliotheque pour s'amuſer, ou bien on alloit ſe promener dans un Jardin aſſés agréable, & bien tenu, on étoit le maître; mais lui, il ne ſortoit de ſon Cabinet que pour ſe mettre à Table, & le repas fini il rentroit dans ce Cabinet, laiſſant à ſes Hôtes la même liberté qu'auparavant. On voit aſſés combien il gagnoit de temps par un retranchement ſi rigoureux & ſi hardi de toutes les inutilités ordinaires de la Société.

Il faiſoit de ſes propres mains dans ſes Inſtruments Aſtronomiques tout ce qu'il y avoit de plus fin & de plus difficile, tout ce que les plus habiles Ouvriers n'oſent faire dans la derniére perfection, parce qu'il leur en coûteroit un temps & des peines dont on ne pourroit pas ſe réſoudre à leur tenir aſſés de compte. Pour lui, il ne les épargnoit point, fort ſatisfait d'en être payé par lui-même, ſi ſes Obſervations en étoient plus juſtes. Nous avons donné en 1724 * un exemple aſſés remarquable de toutes les attentions ſcrupuleuſes & preſque vetilleuſes qu'il avoit apportées à la détermination de la grandeur des Diametres du Soleil, point fondamental pour la Théorie de cet Aſtre, dont il donna de nouvelles Tables imprimées dans le Volume de 1720. Nous y avons expliqué * les principes de leur conſtruction, qui demandoit également & une fine recherche de ſpéculation, & une grande éxactitude de pratique. Les Calculs Aſtronomiques, qui ne roulent que ſur des *à peu-près*, quoi-qu'extrêmement approchants, il les vouloit amener à être des Calculs Algébriques, exempts de tout tâtonnement. L'Aſtronomie acquéroit par-là une certaine nobleſſe, & devenoit plus véritablement Science. Ce que nous avons dit en 1724 * ſur ſa nouvelle Méthode de calculer les Eclipſes explique ſuffiſamment ſes penſées ſur ce ſujet.

* p. 82. & ſuiv.

* p. 80. & ſuiv.

* p. 74. & ſuiv.

Il en avoit une plus ſinguliére & plus ſujette à conteſtation ſur l'obliquité de l'Ecliptique par rapport à l'Equateur. Tous les Aſtronomes la poſent conſtante, & il la croyoit décroiſ-

fante, mais feulement de 1 Minute en 100 ans ; de forte que dans un temps très-long, qui fe détermine aifément, l'Ecliptique viendroit à fe mettre dans le plan de l'Equateur, & les deux Poles verroient enfemble le Soleil pendant quelques années. M. de Louville fe donna la peine de ramaffer de tous côtés, & depuis l'antiquité la plus reculée jufqu'à nous tout ce qui pouvoit appartenir à ce fujet directement ou indirectement, & à quelque exception près, tout aboutiffoit à rendre l'obliquité de l'Eplitique decroiffante, fouvent affés jufte felon la proportion pofée. Il crut même pouvoir prouver dans certaines circonftances heureufes que ce décroiffement, * qui ne peut être que d'une extrême lenteur, avoit été 5 ans précifément des 3 Secondes qu'il falloit. Il n'ignoroit pas que cette grandeur eft en Aftronomie un Infiniment petit, mais le foin fingulier qu'il mettoit à fes Obfervations pouvoit juftifier une confiance qu'il ne fe fût pas permife autrement.

* V. l'Hift. de 1714. p. 68. de 1716. p. 48. de 1721. p. 65.

Quoiqu'il parût s'être renfermé dans l'Aftronomie, il fe mêla de la célebre Queftion des *Forces vives*. Il fut le premier de l'Académie, qui ofa fe déclarer contre M. Leibnitz *. Quel nom! quelle autorité! Mais fi le Géometre par lui-même eft fait pour ne pas déférer aux noms & aux autorités, le caractere de M. de Louville le rendoit à cet égard plus Géometre qu'un autre. Il continua en 1728 * la même entreprife, & M. de Mairan fe joignit à lui avec une nouvelle Théorie. C'étoit alors l'illuftre M. Bernoulli qu'ils attaquoient. Le procès des Forces vives n'eft pas encore jugé en forme. Il ne faut pas s'attendre qu'il forte du Monde fçavant une voix générale qui le décide, mais dans la fuite du temps les Géométres, que des occafions inévitables forceront à prendre un parti, tomberont dans le bon par l'enchaînement des vérités, & l'autre demeurera oublié. Il y a eu, & il y aura encore de ces décifions fourdes du Public.

* V. l'Hift. de 1721. p. 81. & fuiv.

* V. l'Hift. de 1728. p. 73. & fuiv.

Au commencement de Septembre 1732, M. le Chevalier de Louville eut deux accès de fiévre léthargique, qui ne l'étonnerent point. Il avoit coûtume de regarder fes maux comme des phénomenes de Phifique, aufquels il ne s'intereffoit

que pour en trouver l'explication. Il continuoit ſa vie ordinaire ; lorſque la même fiévre revint, & l'emporta le 10 du mois au bout de 40 heures, pendant leſquelles il fut abſolument ſans connoiſſance.

Il avoit l'air d'un parfait Stoïcien, renfermé en lui-même ; & ne tenant à rien d'extérieur, bon ami cependant, officieux, généreux, mais ſans ces aimables dehors, qui ſouvent ſuppléent à l'eſſentiel, ou du moins le font extrémement valoir. Il étoit fort taciturne, même quand il étoit queſtion de Mathématiques, & s'il en parloit, ce n'étoit pas pour faire parade de ſon ſçavoir, mais pour le communiquer à ceux qui l'en prioient ſincérement. Le Sçavant qui ne parle que pour inſtruire les autres, & qu'autant qu'ils veulent être inſtruits, fait une grace, au lieu que lorſqu'il ne parle que pour étaler, on lui fait une grace, ſi on l'écoute. Dans les Lectures que M. de Louville faiſoit à nos Aſſemblées, il ne manquoit point de s'arrêter tout court, dès qu'on l'interrompoit, il laiſſoit avec un flegme parfait un cours libre à l'objection, & quand il l'avoit déſarmée, ou laſſée par ſon ſilence, il reprenoit tranquillement où il avoit quitté, apparemment il faiſoit enſuite ſes réflexions, mais il ne l'avoit ſeulement pas promis. On prétend que ce Stoïcien, ſi auſtere & ſi dur, ne laiſſoit pas d'avoir ſur ſa Table, ſur ſes habillements certaines délicateſſes, certaines attentions raffinées, qui le rapprochoient un peu des Philoſophes du parti opposé.

Faute à corriger dans l'Hiſtoire de 1728.

Page 102. ligne 28. en raiſon renverſée des diſtances au centre. *Liſés,* des racines des diſtances au centre.

MEMOIRES



MEMOIRES DE MATHEMATIQUE ET DE PHYSIQUE,

TIRÉS DES REGISTRES de l'Academie Royale des Sciences.

De l'Année M. DCCXXXII.

SUR DE NOUVELLES COURBES ausquelles on peut donner le nom de LIGNES *DE POURSUITE.*

Par M. BOUGUER.

DEPUIS qu'on trouve avec plus de facilité les symptomes de toutes les lignes courbes, la découverte même de ces lignes n'attire plus la même attention. Mais on doit cependant continuer à remarquer celles qui ont 16 Janvier 1732.

des propriétés curieuſes, celles principalement qui formant des familles entiéres, ou qui étant ſuſceptibles d'une infinité de genres, ſont en même temps rectifiables, & qui ne renferment que des eſpaces dont on peut avoir la quadrature. Comme ce ſont-là en effet des ſingularités qui ne vont encore que rarement enſemble, malgré l'application réitérée des méthodes, j'ai crû que je ne devois pas ſupprimer l'analyſe, quoique très-ſimple, des courbes dont les longueurs ont un rapport conſtant avec les parties de l'axe interceptées entre les tangentes & le ſommet.

On peut donner à ces courbes le nom de lignes de *pourſuite,* parce qu'elles ſont décrites par le mouvement uniforme d'un point qui en pourſuit un autre. Conſidérées ſous cette idée, on voit qu'elles ſont tracées preſque tous les jours, & elles l'étoient le temps paſſé encore plus ſouvent, lorſqu'on commettoit fréquemment cette faute dans la Marine, de diriger exactement la Prouë vers les Vaiſſeaux auſquels on donnoit chaſſe. Auſſi-tôt que le Navire qui pourſuivoit l'autre, n'étoit pas ſitué ſur la route que ſuivoit ce dernier, il étoit obligé de ſe détourner ſans ceſſe de la ligne droite, & de décrire la courbe dont il eſt ici queſtion. La droite tracée par le Navire qui fuyoit, étoit l'axe, & très-ſouvent l'aſymptote; les lignes tirées d'un Navire à l'autre étoient tangentes à la courbe: & il eſt clair que ſuppoſé que les vîteſſes de ces deux Vaiſſeaux fuſſent conſtantes, les parties de l'axe tracées par le premier, & interceptées entre les tangentes, étoient continuellement proportionnelles aux parties de la courbe que l'autre Navire décrivoit en même temps.

Fig. 1. Soit *ABDQ (Fig. 1.)* cette courbe dont nous nous propoſons de découvrir la nature. *AV* eſt ſon axe, & *A* ſon ſommet; *FG, BC, DE,* des tangentes en différents points: il faut que toutes les longueurs *AF, AB, AD,* &c. ſoient en même raiſon avec les parties *AG, AC, AE,* &c. de l'axe, compriſes entre le ſommet & les tangentes *FG, BC, DE,* &c. Je prends n & m pour les expoſants de ce rapport; & il eſt clair que chaque partie, comme *BD* de la courbe, doit être

aussi à la partie CE de l'axe, interceptée entre les tangentes BC & DE, comme n est à m; & que les parties infiniment petites de la courbe & de l'axe doivent conserver encore le même rapport. Ainsi si l'on conçoit deux tangentes DE, de, ou FG, fg, infiniment proche l'une de l'autre, il faut que la petite partie Dd ou Ff de la ligne de *poursuite* soit à la petite partie de l'axe Ee ou Gg parcouruë en même temps, comme n est à m. Cela supposé par ces points D & d qui sont infiniment proche l'un de l'autre, je conduis les deux perpendiculaires DI, di, à l'axe, & je nomme y ces perpendiculaires que je prends pour ordonnées. Quant aux abscisses, il seroit, ce semble, naturel de prendre le point A pour leur origine; mais comme il y a plusieurs cas dans lesquels la courbe & son axe avancent continuellement de A vers Y, sans jamais se rencontrer, nous ferons commencer les abscisses au point C, où la tangente BC est perpendiculaire à l'axe : nous nommerons a cette tangente qui est en même temps la premiére des ordonnées, & nous appellerons x les abscisses, & dx leur différentielle. Conduisant ensuite la petite ligne Md parallele & égale à $Ii = dx$, je forme le petit triangle DMd qui a pour hypotenuse la petite portion Dd de la courbe, & les différentielles $dy = MD$ & $dx = Md$ pour côtés; de sorte que $Dd = \sqrt{dy^2 + dx^2}$. La ressemblance de ce petit triangle DMd & du grand DIE, nous donnera d'une autre part $\frac{ydx}{dy}$ pour la soûtangente IE; & si nous en retranchons l'abscisse x, il nous viendra $\frac{ydx}{dy} - x$ ou $\frac{ydx - xdy}{dy}$ pour la partie CE comprise entre l'origine C des abscisses & la tangente DE. Or nous n'avons qu'à prendre la différentielle de cette quantité $\frac{ydx - xdy}{dy}$, pour avoir la partie infiniment petite Ee de l'axe qui doit être à la petite portion Dd de la ligne de poursuite dans le rapport constant de m à n. Cette différentielle (en supposant dy constante) est $\frac{yddx}{dy}$; & faisant la proportion,

n eſt à m comme $\sqrt{dy^2 + dx^2} = Dd$ eſt à $\frac{yddx}{dy} = Ee$, on en tire l'équation $\frac{nyddx}{dy} = m\sqrt{dy^2 + dx^2}$ qui exprime en ſecondes différences la nature de nôtre ligne courbe, & qu'il nous faut réſoudre.

Je change cette équation en $\frac{nddx}{\sqrt{dy^2 + dx^2}} = \frac{mdy}{y}$, dont le ſecond membre eſt une différentielle logarithmique; & je reconnois qu'on peut donner la même forme au premier, parce qu'il a rapport aux ſecteurs d'une hyperbole équilatere infiniment petite, dont dy eſt la longueur du demi-axe, & qu'il ſuffit de transformer ces ſecteurs en ſegments aſymptotiques qui leur ſoient égaux. Il eſt évident que le premier terme de nôtre équation a rapport aux ſecteurs d'une hyper-

Fig. 2. bole équilatere. Car ſi on en conçoit une *FAH* (*Fig. 2.*) qui ſoit infiniment petite, dont *CB* & *CD* ſoient les deux aſymptotes, & dont le demi-axe *CA* ſoit égal à la conſtante dy, & qu'après avoir pris ſur l'autre axe les parties *CE*, *Ce*, égales à la variable dx, on tire les paralleles *EF*, *ef*, au premier axe, les ſecteurs élémentaires *FCf* auront pour expreſſion $\frac{dy^2 ddx}{2\sqrt{dy^2 + dx^2}}$, tout comme ils auroient pour expreſſion $\frac{a^2 dz}{2\sqrt{a^2 + z^2}}$, ſi la conſtante a déſignoit le demi-axe *CA*, & z les variables *CE* : & ainſi le premier terme $\frac{nddx}{\sqrt{dy^2 + dx^2}}$ de nôtre équation différentielle eſt égal au petit ſecteur élémentaire *FCf* multiplié par la quantité conſtante $\frac{n}{2dy}$. Mais nous transformerons ce premier terme, en ſubſtituant à la place du petit ſecteur *FCf*, le petit ſegment aſymptotique *FBbf* qui lui eſt égal; & pour cela nous

Fig. 1. n'avons qu'à chaſſer de cette expreſſion les parties *CE* du ſecond axe, & introduire celles *CE* de l'aſymptote. Si l'on prend la nouvelle indéterminée ds pour déſigner ces dernières

parties, on aura $\sqrt{\frac{1}{2}}ds - \frac{dy^2}{2\sqrt{2}ds}$ pour la valeur des premiéres. Car BF eſt par la propriété de l'hyperbole égale à $\frac{dy^2}{2ds}$, c'eſt-à-dire, au rectangle $\frac{1}{2}dy^2$ de CG par GA diviſé par CB (ds); & ſi après avoir retranché de CB la partie BI qui eſt égale à BF, pour avoir $CI = ds - \frac{dy^2}{2ds}$, on fait attention que dans le triangle rectangle iſoſcele CEI, l'hypotenuſe CI eſt à CE comme $\sqrt{2}$ eſt à l'unité, on aura $\sqrt{\frac{1}{2}}ds - \frac{dy^2}{2\sqrt{2}ds}$ pour la valeur de CE ou de dx. Or ſi l'on introduit cette valeur à la place de dx, & ſa différentielle $\sqrt{\frac{1}{2}}dds + \frac{dy^2dds}{2\sqrt{2}ds^2}$ à la place de ddx dans nôtre équation $\frac{nddx}{\sqrt{dy^2+dx^2}} = \frac{mdy}{y}$, on la changera en

$$\frac{\sqrt{\frac{1}{2}}ndds + \frac{ndy^2dds}{2\sqrt{2}ds^2}}{\sqrt{dy^2+\frac{1}{2}ds^2-\frac{1}{2}dy^2+\frac{dy^4}{8ds^2}}} = \frac{mdy}{y} \text{ qui ſe réduit à}$$

$$\frac{\sqrt{\frac{1}{2}}ndds + \frac{ndy^2dds}{2\sqrt{2}ds^2}}{\sqrt{\frac{1}{2}}ds + \frac{dy^2}{2\sqrt{2}ds}} = \frac{mdy}{y} \text{ \& à } \frac{ndds}{ds} = \frac{mdy}{y}.$$

Chaque membre de cette derniére équation peut déja être intégré ſéparément par le moyen des logarithmes; mais ſi l'on fait encore cette préparation de multiplier par $y^{-m}ds^n$, on changera l'équation en $ny^{-m}ds^{n-1}dds - my^{-m-1}dyds^n = 0$, qu'on peut intégrer ſans avoir recours aux expreſſions logarithmiques, on aura $y^{-m}ds^n$ pour l'intégrale qu'il ne reſte plus qu'à égaler à une quantité conſtante. Cette quantité eſt $\frac{a^{-m}dy^n}{2^{\frac{n}{2}}}$, comme on le reconnoît ſans peine, en examinant la valeur de $y^{-m}ds^n$ au point B, où $y = a$, & où $ds = \sqrt{\frac{1}{2}}dy$ (puiſque dx étant nulle dans ce point, $\sqrt{\frac{1}{2}}ds - \frac{dy^2}{2\sqrt{2}ds}$ qui eſt égale à dx, donne $ds^2 = \frac{1}{2}dy^2$.)

Nous avons donc $y^{-m} ds^n = \frac{a^{-m} dy^n}{2^{\frac{n}{2}}}$, ou $y^{-\frac{m}{n}} ds = \frac{a^{-\frac{m}{n}} dy}{\sqrt{2}}$; & si à la place de ds nous substituons sa valeur $\sqrt{\tfrac{1}{2}}dx + \sqrt{\tfrac{1}{2}dy^2 + \tfrac{1}{2}dx^2}$ tirée de $\sqrt{\tfrac{1}{2}}ds - \frac{dy^2}{2\sqrt{2}ds} = dx$, il viendra $y^{-\frac{m}{n}} dx + y^{-\frac{m}{n}} \sqrt{dy^2 + dx^2} = a^{-\frac{m}{n}} dy$, pour la relation exprimée en premiéres différences des ordonnées & des abscisses de nôtre ligne courbe.

La méthode que nous venons d'employer pour intégrer l'équation $\frac{nddx}{\sqrt{dy^2 + dx^2}} = \frac{mdy}{y}$, ou $nyddx - mdy\sqrt{dy^2 + dx^2} = 0$, emprunte différentes choses de la synthese : mais nous pouvons suivre une autre voye qui est plus immédiate, & qui réussit en quelques autres cas. Comme chaque terme de l'équation $nyddx - mdy\sqrt{dy^2 + dx^2} = 0$ ne peut pas être intégré séparément, je remarque le changement qu'il faut faire au second, pour qu'on puisse l'intégrer conjointement avec le premier. Il faut le multiplier par $\frac{dx}{\sqrt{dy^2 + dx^2}}$; car il se change en $mdydx$, qui est intégrable, si on le prend avec $nyddx$. Mais comme il suffit de faire aussi le même changement sur le premier terme, pour qu'on puisse l'intégrer avec le second, c'est une marque qu'on peut résoudre fort aisément l'équation. En effet, multipliée par $\frac{dx}{\sqrt{dy^2 + dx^2}}$, elle nous donne $\frac{nydxddx}{\sqrt{dy^2 + dx^2}} - mdydx = 0$; & puisque le premier terme de celle-ci peut être intégré avec le second de l'autre, & le second de celle-ci avec le premier, nous n'avons qu'à ajoûter ensemble ces deux équations, & il en

résultera une troisiéme, composée de quatre termes qui seront intégrables, lorsqu'on les prendra deux à deux, il nous vient $nyddx - mdydx + \frac{nydxddx}{\sqrt{dy^2+dx^2}} - mdy\sqrt{dy^2+dx^2} = 0$; & si on multiplie par $\frac{1}{n} y^{-\frac{m-n}{n}}$, nous aurons $y^{-\frac{m}{n}} ddx - \frac{m}{n} y^{-\frac{m-n}{n}} dydx + \frac{y^{-\frac{m}{n}} dxddx}{\sqrt{dy^2+dx^2}} - \frac{m}{n} y^{-\frac{m-n}{n}} dy\sqrt{dy^2+dx^2} = 0$, dont l'intégrale est $y^{-\frac{m}{n}} dx + y^{-\frac{m}{n}} \sqrt{dy^2+dx^2}$, qu'il ne reste plus qu'à égaler à la quantité constante $a^{-\frac{m}{n}} dy$, pour avoir la même équation $y^{-\frac{m}{n}} dx + y^{-\frac{m}{n}} \sqrt{dy^2+dx^2} = a^{-\frac{m}{n}} dy$, que ci-devant.

Mais cette équation n'est encore délivrée que de secondes différences, & pour la réduire à des quantités finies, il faut avoir recours à une nouvelle intégration. Je transpose le terme $y^{-\frac{m}{n}} dx$, & élevant le tout au quarré, il vient $y^{-\frac{2m}{n}} dy^2 + y^{-\frac{2m}{n}} dx^2 = a^{-\frac{2m}{n}} dy^2 - 2a^{-\frac{m}{n}} y^{-\frac{m}{n}} dydx + y^{-\frac{2m}{n}} dx^2$ qui se réduit à $y^{-\frac{2m}{n}} dy = a^{-\frac{2m}{n}} dy - 2a^{-\frac{m}{n}} y^{-\frac{m}{n}} dx$, dont on tire $dx = \frac{1}{2} a^{-\frac{m}{n}} y^{\frac{m}{n}} dy - \frac{1}{2} a^{\frac{m}{n}} y^{-\frac{m}{n}} dy$. Enfin en integrant terme à terme, on trouve $x = \frac{n}{2n+2m} a^{-\frac{m}{n}} y^{\frac{n+m}{n}} - \frac{n}{2n-2m} a^{\frac{m}{n}} y^{\frac{n-m}{n}}$. Mais pour reconnoître si les intégrales dont

cette équation eſt formée, ſont complettes, il eſt à propos de voir dans quelque cas particulier qui rende l'éxamen plus facile, ſi les deux membres ſont parfaitement égaux. Or ſi l'on ſuppoſe $y = a$, comme elle l'eſt au point B, le ſecond terme ſe reduit à $- \frac{nm}{n^2 - m^2} a$; au lieu qu'il devroit être nul, pour être égal au premier. Ainſi il faut ajoûter au ſecond membre la quantité conſtante $\frac{nm}{n^2 - m^2} a$, & nous aurons $x = \frac{n}{2n + 2m} a^{-\frac{m}{n}} y^{\frac{n+m}{n}} - \frac{n}{2n - 2m} a^{\frac{m}{n}} y^{\frac{n-m}{n}} + \frac{nm}{n^2 - m^2} a$, pour l'équation que nous cherchions de la ligne de *pourſuite*.

Cette équation qui montre que la courbe ABQ eſt géométrique auſſi-tôt que les quantités n & m ſont de nombre à nombre, en renferme auſſi toutes les propriétés, & il eſt facile de les en déduire. Si l'on ſuppoſe, par exemple, que les arcs BD, DH, &c. ſont doubles des parties CE, EZ, &c. de la ligne de fuite, on aura $n = 2$ & $m = 1$, & on trouvera que la ligne de pourſuite devient une des cinq paraboles divergentes de Monſieur Newton, ſçavoir celle que ce fameux Géometre nomme *Noüée*, & qu'il regarde comme la 68me du ſecond genre. Cette courbe dont l'équation eſt ici $9ax^2 - 12a^2x + 4a^3 = y^3 - 6ay^2 + 9a^2y$ a deux branches parfaitement égales ABQ & ASL qui forment un *folium* dont la longueur AH eſt triple de la tangente BC, & dont la largeur SB ou TC eſt égale à $\frac{4}{3} BC$. On trouve la moitié AC de cette largeur, en ſuppoſant y nulle, comme elle l'eſt au point A où la courbe rencontre ſon axe. L'équation $9ax^2 - 12a^2x + 4a^3 = y^3 - 6ay^2 + 9a^2y$ ſe réduit par cette ſuppoſition à $9ax^2 - 12a^2x + 4a^3 = 0$ qui nous donne $x = \frac{2}{3}a$, & c'eſt donc la valeur de AC. Si l'on ſubſtituë enſuite $\frac{2}{3}a$ à la place de x dans l'équation de la courbe, pour la déterminer à marquer les diverſes grandeurs qu'a y au point A, on aura $y^3 - 6ay^2 + 9a^2y = 0$, qui outre la

valeur

valeur de y qui est nul, à cause du point de rencontre; nous en indique deux autres égales entr'elles, $y = 3a$, & $y = 3a$ pour la longueur AH du *folium*. Il n'y a qu'à operer de la même maniere sur l'équation $x = \frac{n}{2n+2m} a^{-\frac{m}{n}} y^{\frac{n+m}{n}} - \frac{n}{2n-2m} a^{\frac{m}{n}} y^{\frac{n-m}{n}} + \frac{nm}{n^2-m^2} a$, pour trouver qu'en général AC est égal à $\frac{nm}{n^2-m^2} a$ ou à $\frac{nm}{n^2-m^2} BC$; & $AH = \overline{\frac{n+m}{n-m}}|^{\frac{n}{2m}} \times BC$. Il est vrai que pour que la courbe rencontre son axe, il faut que ses parties soient plus grandes que les parties de l'axe ausquelles elles sont proportionnelles; ou ce qui revient au même, il faut que n surpasse m. Car si ces deux quantités sont égales & qu'on suppose $y = 0$, les deux derniers termes de l'équation $x = \frac{n}{2n+2m} a^{-\frac{m}{n}} y^{\frac{n+m}{n}} -$ &c. deviendront infinis, puisqu'ils seront divisés par une quantité nulle $n - m$ ou $n^2 - m^2$, ce qui nous montre que x ou CA est alors infinie. Pareillement si les parties de la courbe sont plus petites que celles de l'axe, ou si n est moindre que m, l'exposant de la puissance de y sera négatif dans le second terme $- \frac{n}{2n-2m} a^{\frac{m}{n}} y^{\frac{n-m}{n}}$, & ainsi lorsqu'on supposera $y = 0$, ce second terme sera divisé par une quantité nulle, ce qui le rendra encore infini. Mais ce ne sera plus la même chose pour peu que les parties de la courbe soient plus grandes que celles de l'axe; il y aura toûjours un point de rencontre, de quelque maniére même que soient situés d'abord les deux points mobiles.

Si l'on veut trouver à quelle distance se rencontrent ces points (*Fig. 3.*), lorsqu'ils sont situés au commencement de leur marche en E & en D sur une ligne oblique DE Fig. 3.

par rapport à l'axe ou à la ligne de suite EA; on n'a qu'à faire attention que la position de ces points estant donnée, on connoît DI qui sert d'ordonnée au point D de la courbe, & IE qui sert de soûtangente. D'un autre côté la formule $\frac{ydx}{dy}$ appliquée à l'équation générale $x = \frac{n}{2n+2m} a^{-\frac{m}{n}} y^{\frac{n+m}{n}} - \frac{n}{2n-2m} a^{\frac{m}{n}} y^{\frac{n-m}{n}} + \frac{nm}{n^2-m^2} a$ de nôtre courbe, donne $\frac{1}{2} a^{-\frac{m}{n}} y^{\frac{n+m}{n}} - \frac{1}{2} a^{\frac{m}{n}} y^{\frac{n-m}{n}}$ pour les soûtangentes; & ainsi nous aurons $IE = \frac{1}{2} a^{-\frac{m}{n}} y^{\frac{n+m}{n}} - \frac{1}{2} a^{\frac{m}{n}} y^{\frac{n-m}{n}}$. Otant ensuite $x = CI$ de IE, on aura $CE = \frac{m}{2n+2m} a^{-\frac{m}{n}} y^{\frac{n+m}{n}} + \frac{m}{2n-2m} a^{\frac{m}{n}} y^{\frac{n-m}{n}} - \frac{nm}{n^2-m^2} a$, & si on ajoûte CA qui est égale à $\frac{nm}{n^2-m^2} a$, comme nous l'avons vû ci-dessus, on trouvera $AE = \frac{m}{2n+2m} a^{-\frac{m}{n}} y^{\frac{n+m}{n}} + \frac{m}{2n-2m} a^{\frac{m}{n}} y^{\frac{n-m}{n}} = \frac{m}{2n+2m} a^{-\frac{m}{n}} \times DI^{\frac{n+m}{n}} + \frac{m}{2n-2m} a^{\frac{m}{n}} \times DI^{\frac{n-m}{n}}$; de sorte que si nous connoissions $BC\,(a)$ qui se trouve compliquée dans cette expression, nous aurions l'espace EA en grandeurs entiérement connuës. Je cherche dans l'équation $IE = \frac{1}{2} a^{-\frac{m}{n}} y^{\frac{n+m}{n}} - \frac{1}{2} a^{\frac{m}{n}} y^{\frac{n-m}{n}}$, ou $IE = \frac{1}{2} a^{-\frac{m}{n}} \times DI^{\frac{n+m}{n}} - \frac{1}{2} a^{\frac{m}{n}} \times DI^{\frac{n-m}{n}}$, cette grandeur dont nous avons besoin; & trouvant $a^{\frac{m}{n}} = \frac{DE - IE}{DI^{\frac{n-m}{n}}}$, il est facile de chasser la lettre a de l'expression de EA. Il vient enfin $\frac{nm}{n^2-m^2} DE$

$-\frac{m^2}{n^2-m^2}IE$ pour l'espace requis EA que parcourt le point E avant que d'être atteint par le point D, qui trace de son côté une portion DBA de nôtre courbe, égale à $\frac{n^2}{n^2-m^2}DE - \frac{nm}{n^2-m^2}IE$; puisque les espaces parcourus par les deux points sont comme leurs vîtesses, ou comme m & n. On peut ici remarquer que toutes les fois que la rencontre A se fait par la ligne courbe, elle se peut faire aussi, & même beaucoup plus promptement, par une ligne droite DX, & qu'au contraire la rencontre se fait une infinité de fois par la ligne droite, sans qu'elle se puisse faire par la courbe. En effet, quoique le mobile D ait moins de vîtesse que le mobile E, il peut l'atteindre par la droite DX, à cause de l'avance qu'il a, ou parce que DX est plus courte que EX : mais si le point D trace la courbe DBA, il perdra son avantage, & il ne rencontreroit pas même le mobile E, supposé qu'il eût précisément autant de vîtesse que ce mobile, puisque la courbe auroit encore dans ce cas son axe pour asymptote.

Il est facile de découvrir toutes les autres affections des lignes de *poursuite*, & même aussi la quadrature des espaces qu'elles renferment : mais il est cependant encore un cas qui échappe à nos recherches, & dans lequel nous ne connoissons pas la nature de cette courbe, quoiqu'en apparence ce soit le cas le plus simple. C'est lorsque $n = m$, ou que les parties de la ligne de poursuite sont égales aux parties de l'axe : car l'équation $x = \frac{n}{2n+2m} a^{-\frac{m}{n}} y^{\frac{n+m}{n}} - \frac{n}{2n-2m} a^{\frac{m}{n}} y^{\frac{n-m}{n}} + \frac{nm}{n^2-m^2} a$, ne nous apprend rien touchant cette courbe, sinon que son axe lui sert d'asymptote. C'est pourquoi il nous faut remonter à l'équation différentielle dont celle-ci est tirée. Cette équation est $dx = \frac{1}{2} a^{-\frac{m}{n}} y^{\frac{m}{n}} dy - \frac{1}{2} a^{\frac{m}{n}} y^{-\frac{m}{n}} dy$, qui se réduit dans la circonstance

Fig. 1.

dont il s'agit, à $2adx = ydy - \frac{a^2dy}{y}$, & cette derniére nous indique une courbe méchanique, dépendante de la quadrature de l'hyperbole. Ainsi ce que nous avons dit ci-devant, que les lignes de pourſuite ſont géométriques auſſi-tôt que n & m ſont commenſurables, a beſoin de quelque reſtriction; & l'exception eſt en même temps ſinguliére, que parmi une infinité de courbes géométriques il s'en trouve une méchanique, préciſément lorſque n & m ſont égales. Au ſurplus, comme il eſt extrêmement facile de conſtruire l'équation $2adx = ydy - \frac{a^2dy}{y}$ par le moyen des aires de l'hyperbole, ou par le moyen de la logarithmique, nous ne croyons pas devoir nous y arrêter.

Mais nous terminerons ce Memoire en faiſant remarquer dans les lignes de pourſuite une ou deux propriétés qui ſe préſentent comme d'elles-mêmes, ſans qu'il ſoit néceſſaire de les aller puiſer dans l'équation qui exprime la nature de ces courbes. Si l'on conſidere deux tangentes infiniment proche l'une de l'autre, comme FG & fg, on voit qu'à meſure qu'elles ſont plus éloignées du point A, elles ſont plus longues par l'extrémité d'en haut de la petite portion Ff de la courbe compriſe entre les points d'attouchement, mais qu'elles ſont en même temps plus courtes par l'extremité d'en bas de la petite partie GO retranchée par la petite ligne gO abbaiſſée perpendiculairement du point g ſur FG. Mais les petits triangles GOg & FNf étant ſemblables, parce qu'ils ſont tous les deux rectangles, & que l'angle G de l'un eſt égal à l'angle F de l'autre, nous avons cette proportion, le petit arc Ff eſt à la petite partie Gg, ou ce qui revient au même, n eſt à m, comme $FN = Ii$ eſt à GO; ce qui nous montre que $\frac{m}{n} \times FN$ ou $\frac{m}{n} Ii$ eſt égale à GO. Nous avons donc $Ff - \frac{m}{n} Ii$ pour l'élement des tangentes GF ou pour leurs petits accroiſſemens: & il eſt clair que pour avoir les longueurs de ces tangentes, lorſqu'il y a un point de ren-

Fig. 1.

contre A où elles sont nulles, il faut de l'arc AF qui est la somme de toutes les petites augmentations Ff qu'elles reçoivent par l'extremité d'en haut, retrancher la somme de toutes les diminutions $GO = \frac{m}{n} Ii$ qu'elles souffrent par l'extremité d'embas. Mais puisque chaque de ces petites diminutions est égale à chaque petite partie Ii multipliée par la fraction constante $\frac{m}{n}$, leur somme sera égale à celle des petites parties Ii, multipliée par la même fraction; c'est-à-dire que toutes les petites diminutions jointes ensemble doivent être égales à $\frac{m}{n} AI$; & de-là il suit que la tangente GF est égale à l'arc AF moins $\frac{m}{n} AI$. Par la même raison la tangente BC est égale à l'arc AB moins $\frac{m}{n} AC$.

Cette propriété convient non-seulement à la partie AB de la courbe, mais aussi à la partie BQ; c'est-à-dire que si l'on prolonge l'ordonnée IF jusqu'en D & qu'au point D, on tire la tangente DE, elle sera encore égale à l'arc ABD moins $\frac{m}{n} AI$. C'est ce qu'on verra évidemment, en faisant attention, que si les tangentes souffrent par en bas une infinité de petites diminutions GO, en passant de FG en BC, elles reçoivent ensuite avant que de parvenir en DE, une infinité de petites augmentations PE, qui reparent précisément les diminutions précédentes; puisque PE & GO sont égales, étant égales l'une & l'autre à $\frac{m}{n} Ii$. De-là il suit que la tangente DE ne doit surpasser la tangente FG que de la somme des petites augmentations qu'elle a reçûës par en haut, c'est-à-dire qu'elle doit la surpasser de l'arc DBF, & puisque la tangente FG est égale à l'arc $AF - \frac{m}{n} AI$, la tangente DE sera donc égale à tout l'arc ABD moins $\frac{m}{n} AI$. Ainsi l'on voit qu'en faisant commencer les abscisses au point A, les tangentes sont toûjours égales aux longueurs

de la courbe moins une certaine portion ou fraction $\frac{m}{n}$ de ſes abſciſſes. Au reſte cette propriété eſt digne d'attention ; que ſi l'on tire deux tangentes *DE* & *FG* par des points *D* & *F* qui ſont ſur la même ordonnée, la plus grande de ces tangentes ſurpaſſe l'autre préciſement de l'arc intercepté *DBF*. La tangente *LY* ſurpaſſe de même la tangente *DE* de toute la portion *LSABD* de la courbe : mais comme les tangentes *LY* & *FG* vont dans le même ſens, ce n'eſt pas l'excès de l'une ſur l'autre, mais leur ſomme qui eſt égale à la portion interceptée *LSF*. Une remarque encore qui eſt une ſuite des précédentes & par laquelle nous finirons ; c'eſt que ſi du point *H*, on conduit la tangente *HZ*, elle ſera éxactement égale à l'arc *HBA*, puiſque la tangente en *A* eſt nulle.



Q L H D d M S B f F N o P T A G g I i C e E Z V

Fig. 2

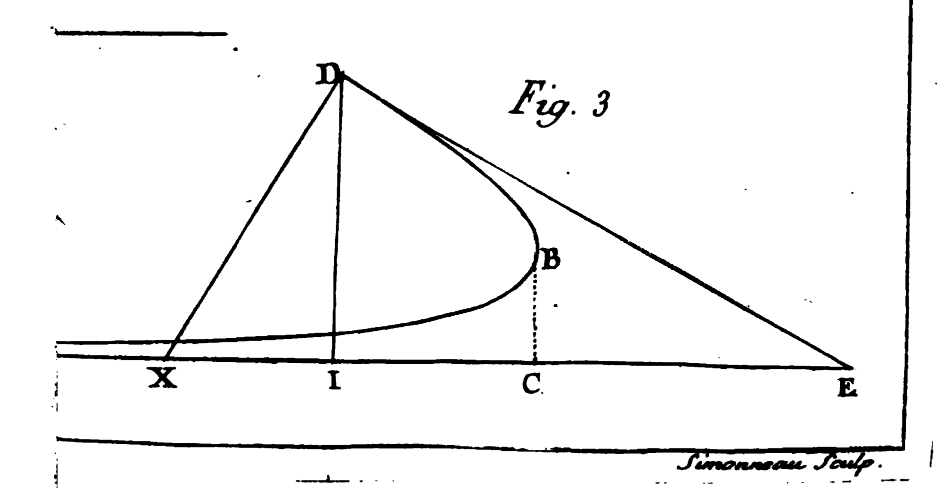


Fig. 3

Simonneau Sculp.

SUR LES COURBES DE POURSUITE.

Par M. DE MAUPERTUIS.

LE Memoire que M. Bouguer lût, il y a quelques jours, m'a fait penser à une Solution assés courte du même Probleme.

PROBLEME I. *Trouver la courbe de poursuite, c'est-à-dire, la courbe par laquelle un Vaisseau doit en poursuivre un autre qui s'enfuit par une ligne droite, en supposant que les vîtesses des deux Vaisseaux soient toûjours dans le même rapport.*

SOLUTION. Ce Probleme se réduit à trouver la courbe où la resecte est proportionnelle à l'arc (j'appelle *Resecte*, la partie de l'abscisse prise depuis l'origine jusqu'à la rencontre de la tangente). Prenant donc x pour l'abscisse, y pour l'ordonnée, & s pour l'arc, on a $\frac{ydx}{dy} - x = ms$, ou $\frac{dy^2dx + ydyddx - ydxddy}{dy^2} - dx = mds$. Cette équation, si l'on fait dy constant, se réduit à $\frac{ddx}{\sqrt{(dy^2 + dx^2)}} = \frac{mdy}{y}$, ou (intégrant par logarith.) $l(dx + \sqrt{dy^2 + dx^2}) - ldy = mly - mlA$, ou, passant aux nombres, $dx + \sqrt{dy^2 + dx^2} = y^m A^{-m} dy$, ou $\sqrt{dy^2 + dx^2} = y^m A^{-m} dy - dx$, ou $dy^2 + dx^2 = y^{2m} A^{-2m} dy^2 - 2y^m A^{-m} dydx + dx^2$, ou $dy = A^{-2m} y^{2m} dy - 2A^{-m} y^m dx$, ou $dx = \frac{1}{2} A^{-m} y^m dy - \frac{1}{2} A^m y^{-m} dy$, ou enfin $x = \frac{1}{2m+1} A^{-m} y^{m+1} + \frac{1}{2m-1} A^m y^{-m+1} + B$.

Ou dans le cas $m = 1$, $x = \frac{1}{4} A^{-1} yy - \frac{1}{2} Aly + C$.

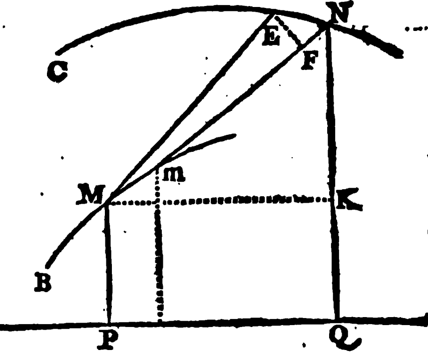
Voilà la Solution du Probleme de M. Bouguer. Voici maintenant un autre Probleme, dont le premier n'est qu'un cas particulier.

Je vais chercher les courbes que doit décrire un Vaisseau

pour en poursuivre un autre qui fuit par quelque courbe donnée que ce soit, (en supposant aussi le rapport des vîtesses constant); & le Probleme se peut résoudre de la même maniere, lorsque le rapport des vîtesses seroit donné par quelque fonction des coordonnées des courbes.

Le Probleme général se réduit à ce qui suit.

PROBLEME II. *La courbe* CE *étant donnée; trouver la courbe* BM, *telle que ses tangentes* ME, *coupent sur la courbe* CE *des arcs proportionnels aux arcs* BM?



Soit $AQ = t$, $NQ = z$, $AP = x$, $PM = y$, $BM = s$. L'on a $dx \,.\, ds :: t - x \,.\, ME = \frac{tds - xds}{dx}$. Et $dME = FN - Mm =$ (faisant ds constant) $\frac{dtdxds - dx^2ds - tdsddx + xdsddx}{dx^2}$, d'où l'on tire $FN = \frac{dtdxds - tdsddx + xdsddx}{dx}$. L'on a de plus (faisant toûjours ds constant) $dx \,.\, ddy :: (ME) \frac{t - xds}{dx} \,.\, EF = \frac{tdsddy - xdsddy}{dx^2}$.

On a donc par la condition du Probleme

$A \ldots \frac{(dtdxds - tdsddx + xdsddx)^2 + (tdsddy - xdsddy)^2}{dx^4} = m(ds^2)$:

ou $A \ldots (dtdx - tddx + xddx)^2 + ddy^2 (t - x)^2 = mdx^4$:

On a aussi $dx \,.\, dy :: t - x \,.\, z - y$, d'où l'on tire

$B \ldots tdy - xdy = zdx - ydx$.

Par l'équation de la courbe CE, l'on a $z = T$ (prenant T pour une fonction de t). Et substituant cette valeur de z dans l'équation B, elle ne contient plus que t.

L'on en tirera la valeur de dt. Et substituant les valeurs de t & dt prises dans B, dans l'équation A, l'on aura l'équation de la courbe BM en secondes différences. *C. Q. F. T.*

SUITE

SUITE DE L'EXAMEN CHIMIQUE DES CHAIRS DES ANIMAUX, OU DE QUELQUES-UNES DE LEURS PARTIES,

Auquel on a joint l'analyſe chimique du Pain.

Par M. GEOFFROY.

Os de Bœuf.

DE l'analyſe des Viandes les plus ſucculentes, dont j'ai donné le détail dans mon premier Mémoire, je paſſe à celle des parties les plus ſolides des Animaux, qui ſont leurs Os. Ayant choiſi ceux de la jambe du Bœuf, parce qu'ils ont peu de moëlle, je les ai fait nettoyer exactement, & enſuite raper entre les deux têtes de l'Os, évitant d'atteindre la derniere lame qui couvre la moëlle. J'ai fait mettre une livre de cette rapure, fine & bien ſéchée, dans une marmite d'étain fermée exactement, avec huit pintes d'eau; & j'ai fait répéter cinq fois l'ébullition avec de nouvelle eau, en verſant à part celle qu'on retiroit. Ces os ſe ſont réduits en une bouillie blanche, & le bouillon, chargé de leurs parties les plus ſubtiles, ne s'eſt éclairci que par le filtre, où il a paſſé même avec peine. Mis à évaporer dans un baſſin d'argent, il ne s'eſt épaiſſi en gelée qu'à la fin de l'évaporation, pendant laquelle il ne s'eſt fait aucune précipitation.

Cette gelée ou extrait s'étant ſéchée très-promptement à l'air, s'eſt réduite en une matiére gommeuſe tranſparente, très-ſéche, qui peſoit 3 onces 3 gros 36 grains. Je la nomme *matiére gommeuſe*, parce qu'elle demeure claire & tranſparente, qu'elle devient caſſante en ſéchant, & qu'à l'extérieur, elle

reſſemble parfaitement à la gomme que fournit la ſéve extravaſée des arbres.

Une once 45 grains de cette matiére, miſe en diſtillation, a donné d'abord 3 gros 18 grains de ſel volatil bien blanc, qui s'eſt criſtalliſé ſous la forme ordinaire des ſels volatils, c'eſt-à-dire, en ramifications. La tête-morte ou le charbon reſté dans la cornuë ne peſoit que 2 gros 36 grains: ſa leſſive a donné des marques légeres de ſel marin, comme le *caput mortuum* de la chair de Bœuf de mon premier Memoire.

Quatre onces de la pâte blanche ſéche des os bouillis, reſtée ſur le filtre, miſes en diſtillation au feu de réverbere, ont donné très-peu de ſel volatil, qui étoit formé en criſtaux plats de figure de parallelepipedes, comme ceux que j'ai eûs de l'extrait du bouillon de la chair de Bœuf. La tête-morte leſſivée a donné par les eſſais quelques marques d'alkali fixe. Auſſi cette matiére, après une nouvelle calcination à feu ouvert, doit-elle être regardée comme une eſpece de chaux. Sa leſſive examinée avec plus d'attention, ne m'a plus laiſſé de doute ſur ce caractere d'alkali fixe, puiſqu'elle a précipité en rouge la diſſolution du ſublimé corroſif, comme le fait la Corne de Cerf calcinée au blanc.

Corne de Cerf.

Le bois de Cerf traité comme les Os de Bœuf & au même poids d'une livre, a donné un bouillon clair qui a formé une gelée auſſi-tôt qu'il a été refroidi. Il a laiſſé après l'évaporation une matiére gommeuſe qui, après avoir été ſéchée, peſoit 4 onces 2 gros 63 grains.

Une once 45 grains de cette matiére, analyſée au feu de réverbere, a produit ſeulement 2 gros de ſel volatil en ramifications, & 3 gros 30 grains d'eſprit volatil de couleur citrine, mêlé d'un peu d'huile fétide d'un rouge foncé. Le *caput mortuum* peſoit 2 gros 36 grains : ſon infuſion a précipité la diſſolution de Mercure & la ſolution du ſublimé corroſif en couleur d'un blanc griſâtre.

La maſſe reſtée après les ébullitions répétées, ne peſoit bien ſéche, que 9 onces 3 gros 36 grains. Quatre onces de cette matiére, analyſées, m'ont fourni 1 gros 18 grains de

ſel volatil de la même figure que celui du bouillon de Bœuf, & comme lui, chargé d'huile & de flegme, qui ſéparé autant qu'il a été poſſible, peſoit environ un gros. Le *caput mortuum* de cette matiére peſant 3 gros 24 grains, a donné par ſa leſſive toutes les preuves de ſel marin. Puis dépouillé par la calcination de ce qui pouvoit y être reſté d'huile volatile, il a précipité en rouge la diſſolution du ſublimé corroſif.

J'ai fait les mêmes opérations ſur l'Yvoire, ayant crû qu'il convenoit d'en comparer les produits avec ceux des autres matiéres oſſeuſes, puiſqu'on l'employe aſſés ſouvent dans les tiſannes, dans les bouillons, & dans la gelée des malades.

Une livre de rapure d'Yvoire a donné un bouillon limpide, qui s'eſt coagulé en refroidiſſant; mais dans l'évaporation il a dépoſé inſenſiblement une terre blanche très-fine; chargée d'une portion de ſel eſſentiel, ce qui m'a obligé de refiltrer la liqueur. La partie gommeuſe qui eſt reſtée après l'évaporation de ce bouillon filtré pour la ſeconde fois, eſt devenuë plus ſéche, plus dure & plus ſolide que celle des os de Bœuf, mais moins unie & moins liée que celle du bois de Cerf. Cette matiére gommeuſe peſoit 4 onces 7 gros 1 grain. Analyſée, elle a donné d'abord un peu de flegme, puis un eſprit de couleur orangée, enſuite un ſel volatil blanc en ramifications qui a peſé un gros 48 grains. L'huile épaiſſe & noire qui eſt venuë la derniére, peſoit avec l'eſprit 3 gros 36 grains. Yvoire.

La leſſive du charbon, lequel peſoit 3 gros 12 grains, a précipité en blanc la diſſolution de Mercure, & n'a que légerement troublé celle du ſublimé corroſif.

La pâte blanche reſtée après la filtration du bouillon n'a point fourni de ſel volatil concret dans la diſtillation. Elle n'a donné qu'une huile citrine & un eſprit volatil tirant un peu ſur le bleu. Le tout enſemble peſoit 4 gros 36 grains.

La leſſive de la tête-morte a troublé un peu la ſolution du ſublimé corroſif, & à la longue elle l'a précipitée en blanc, mais elle n'a rien fait ſur la diſſolution du Mercure.

Ces trois analyſes fourniſſent une obſervation remarquable.

Il ſembleroit qu'on devroit avoir plus de peine à ſéparer le ſel volatil des matiéres ſolides, par la cuiſſon, que des matiéres tendres : cependant elles dépoſent dans l'eau, en bouillant, & plûtôt & plus abondamment leurs principes, & leurs ſels volatils, que les chairs des animaux ; puiſque dans mes premiéres analyſes de l'année précédente, quoyqu'on eût enlevé, pour ainſi dire, à ces chairs tous leurs principes, par l'ébullition, leurs fibres ſéchées ne laiſſoient pas que de fournir encore une aſſés bonne quantité de ſel volatil. M. Dodard l'avoit annoncé, l'expérience l'a confirmé. En comparant les analyſes de la chair du Bœuf, avec l'analyſe de ſes os, on trouvera que 6 gros 36 grains de fibres deſſéchées reſtans de 4 onces de chair ont fourni 2 gros de ſel volatil & d'huile, pendant que 4 onces de la maſſe blanche ſéchée des os bouillis, n'ont donné que 3 gros & demi d'eſprit chargé d'une ſi petite quantité de ſel volatil qu'il n'a pû être peſé, & d'un peu d'huile fetide. Ce ſel qui dans l'analyſe des bouillons des chairs, m'a paru être un ſel eſſentiel, reſte apparemment uni intimement aux os dans leur accroiſſement, puiſque dans l'analyſe des os, il ne ſe produit pas dans le même ordre que ces mêmes ſels ont ſuivi dans l'analyſe des viandes. L'extrait des viandes m'a fourni d'abord un ſel ammoniacal urineux, de figure de parallelepipedes ; leurs fibres, un ſel volatil en ramifications qui doit être plus fixe, puiſqu'il eſt chaſſé par la violence du feu qui l'alkaliſe. Les os de Bœuf, au contraire, ont abandonné dans les bouillons, les ſels volatils ramifiés, contenus dans les lames oſſeuſes, & ces mêmes lames oſſeuſes, après une longue coction dans l'eau, ont donné un ſel ammoniacal urineux, quoiqu'en très-petite quantité, pareil à celui que j'ai tiré de l'extrait des viandes. Ainſi on peut conjecturer que les os ſont plus faciles à pénétrer par l'eau, que les fibres des chairs qui, par leur ſoupleſſe, échappent à l'action de ce liquide.

Le bois de Cerf eſt d'abord une ſubſtance charnuë, comme on l'obſerve dans les andouillers naiſſants de cet animal ; mais à meſure que ce bois ſe nourrit & s'accroît, ce qui étoit

fibre charnuë, & peau épaisse, garnie & parsemée de vaisseaux, tout se desséche jusqu'au point que les sucs n'y pouvant plus passer, ce bois tombe par la muë, chassé par un nouveau bois naissant. Si l'inspection du bois de Cerf ne suffisoit pas pour prouver que c'est une matiere charnuë, l'analyse chimique en donneroit un témoignage presque convaincant, puisque c'est la matiere qui fournit les principes les plus approchants de ceux de la chair des animaux. Son extrait donne assés de sel volatil qui est à la vérité, en ramifications; & son marc donne un gros 18 grains d'un autre sel volatil, de nature urineuse: ce qui est une quantité considérable, qui rapproche plus le bois de Cerf de l'espece des substances charnuës, que de celle des os, puisque les os n'ont presque pas fourni de ce sel.

L'Yvoire est une matiére assés semblable aux os: comme eux, il est formé par lames ou couches. Si on scie l'Yvoire en rouelles minces, qu'on les fasse bouillir dans l'eau, on sépare facilement ces lames, qui se déboîtent les unes de dedans les autres, en conservant leur figure presque circulaire. Il y a apparence que ces dents, ou deffenses de l'Elephant, n'ont pas eû d'abord toute la solidité qu'on leur trouve, qu'elles ont eû leurs vaisseaux correspondants au pivot qui remplissoit le creux conique de la base de ces dents, & qu'enfin, arrivées au dernier degré de leur accroissement, qui se fait par couches en plusieurs années, les vaisseaux qu'on y doit supposer se sont dessechés, & ont disparu. L'analyse de l'Yvoire ne m'a pas fourni d'autres principes que celle des os; c'est-à-dire, tout le sel volatil dans l'extrait, & presque point dans la masse blanche dépouillée de ces sucs. L'Yvoire contient un suc plus abondant que les os, mais dans lequel il y a moins de sel volatil. La raison qu'on en peut donner est que l'Yvoire vient des païs chauds, & que dans le trajet qu'il faut faire pour l'apporter dans les ports d'Afrique, la chaleur du climat a pû dissiper insensiblement les sels volatils.

L'analyse du Poulet confirme ce que j'ai avancé, que plus les os sont jeunes, plus ils approchent de la nature des chairs;

puiſque les os de Poulet au poids de 3 gros 9 grains ont donné 35 grains de ſel urineux ou ammoniacal. L'extrait du bouillon de Poulet n'a fourni ſon ſel volatil qu'au feu le plus fort, & ce ſel étoit de l'eſpéce des ſels urineux, c'eſt-à-dire en parallelepipedes; au lieu que celui des fibres dépouillées de leur ſuc étoit en belles ramifications, & ſous une forme plus ſéche.

Petit-Lait. J'ai auſſi examiné le petit lait. J'ai fait prendre 12. livres peſant de lait recent, & ſans aucun autre mêlange; après l'avoir fait cailler avec 1 gros de preſûre, on l'a mis ſur un feu très-doux, pour en mieux ſéparer le petit lait que j'ai fait filtrer; & j'en ai eû 8 livres: le caillé cependant ne s'eſt trouvé peſer que 2 livres 7 onces. Après avoir évaporé ce petit lait au bain-marie preſque à ſiccité (car le petit lait ne ſe deſſeche point entiérement, au contraire il s'humecte très-vîte pour peu qu'on l'éloigne du feu) ſon poids étoit de 9 onces 24 grains.

Cet extrait analyſé a fourni du flegme, un eſprit acide de couleur de citron, puis de l'huile aſſés épaiſſe. Il s'eſt trouvé en tout 4 onces 6 gros 36 grains de liqueur, ſans aucune apparence de ſel volatil. La tête-morte qui peſoit 3 onces 6 gros, étant expoſée à l'air, s'y eſt humectée, & ſa leſſive a donné des indices de ſel marin. Comme il y en avoit aſſés pour en tirer le ſel, j'ai eû des criſtaux cubiques ſemblables à ceux du ſel gemme, ou au ſel regeneré par l'eſprit de ſel ſur le ſel de tartre: ainſi voilà une preuve du ſel marin, qui ſe trouve même dans les premiéres liqueurs des animaux. Le charbon ſéché & calciné à grand feu, a donné dans la leſſive des preuves d'un ſel alkali: il a précipité en rouge la diſſolution du ſublimé corroſif.

Comme on employe auſſi quelquefois la chair des poiſſons dans les bouillons, j'en ai examiné quelques-uns.

Carpe. Une livre de chair de Carpe, ſans peau ni arrêtes, bouillie dans quatre livres d'eau comme les viandes, & à pluſieurs ébullitions répétées. Le bouillon filtré a précipité, comme celui de Bœuf, à la moitié de l'évaporation: filtré de nouveau, l'extrait ſec a peſé 1 once 8 grains.

Un gros 56 grains de cet extrait, analysé pour le comparer avec le même poids d'extrait de chair de Bœuf, a fourni un demi-gros de sel volatil bien formé en ramifications. Son huile d'un jaune brun mêlée avec l'esprit, pesoit demi-gros, & le charbon de la cornuë 48 grains : ainsi il y a eu 8 grains de perte.

La lessive de ce charbon a précipité en blanc la dissolution de Mercure, preuve de sel marin, & celle du sublimé corrosif, en couleur griseâtre.

La masse des fibres desséchées pesoit une once 6 gros 12 grains.

Six gros & demi de cette masse ont rendu un gros & demi de sel volatil en ramifications. L'huile & l'esprit ont pesé 2 gros 60 grains, & le charbon resté dans la cornuë, un gros 6 grains. Sa lessive a précipité en blanc la solution de sublimé corrosif, & n'a point altéré la dissolution du Mercure.

L'opinion commune est que le poisson étant nourri dans l'eau, ne doit pas contenir tant de suc nourricier que les chairs des animaux qui vivent sur terre. Il sera aisé de s'en assûrer par le rapport suivant.

Le Bœuf n'a d'humidité de moins qu'une once 2 gros 60 grains.

L'extrait de Bœuf a 38 grains de sel volatil de plus que la Carpe, & 2 grains de plus en huile & en esprit.

Les fibres desséchées du Bœuf comparées à celles de la Carpe contiennent 36 grains de plus de sel volatil, & la Carpe a fourni en esprit volatil & en huile fétide 2 gros 24 grains plus que le Bœuf.

Quatre onces de pure chair de Brochet qu'on a fait bouillir comme la Carpe, ont fourni 2 gros 24 grains d'extrait solide. Par l'analyse cet extrait a donné 49 grains d'huile citrine mêlée avec l'esprit. Le sel volatil qui est venu le dernier étoit de nature urineuse, & pesoit 30 grains. Le *caput mortuum* pesoit un gros 11 grains. Sa lessive a précipité la dissolution de Mercure en blanc, & n'a point agi sur la solution du sublimé corrosif. Les fibres desséchées qui ne pesoient que

Brochet.

4 gros 59 grains, ont donné 2 gros 56 grains d'huile & d'esprit jauneâtre, & 16 grains de sel volatil urineux. La lessive du *caput mortuum*, qui pesoit un gros 50 grains, a précipité d'abord la dissolution de Mercure en blanc, puis en jaune, & enfin le tout a noirci. Versée sur la solution du sublimé corrosif, il s'est fait un précipité blanc qui a toûjours resté au même état.

Grenouilles. Deux livres de chair de Grenouilles, dont on n'a pris que les cuisses & la moitié des jambes avec les petits os, ont donné un bouillon blanc, qui a fourni 1 once 1 gros 36 grains, & sans avoir formé de gelée. Un gros 56 grains de cet extrait a donné 36 grains de sel volatil urineux, ensuite 48 grains d'esprit volatil & d'huile un peu épaisse. Le charbon qui a resté dans la cornuë, pesoit 36 grains. Sa lessive n'a point agi sur la dissolution de Mercure, mais elle a précipité en blanc la solution du sublimé corrosif.

Les fibres desséchées avec leurs os pesoient 3 onces 4 gros 36 grains. Six gros 36 grains de ces fibres ont donné 2 gros de sel volatil en ramifications, & très-sec, & un demi-gros d'esprit & d'huile de couleur jaune-foncée : le charbon restant pesoit 2 gros. Sa lessive n'a point précipité la dissolution du Mercure, mais elle a précipité en blanc celle du sublimé corrosif.

Tortuë. Une petite Tortuë de terre, qui pesoit 13 onces 18 grains, ayant été séparée de son écaille, la chair a pesé avec la tête, les pattes & la queuë dépouillées de peau, 8 onces, sans compter les entrailles qui ont été rejettées. Le bouillon qu'elles ont fourni, est devenu un peu gelatineux : filtré & évaporé à siccité, il a formé un extrait qui pesoit 5 gros 6 grains. En le distillant, j'en ai retiré un flegme, puis un esprit volatil rougeâtre, & ensuite une huile assés foncée, le tout ensemble pesant 54 grains. La lessive de la tête-morte, qui pesoit 2 gros 24 grains n'a fait aucun changement à la solution du sublimé corrosif, mais sur le champ elle a précipité en blanc la dissolution de Mercure, puis en gris noirâtre, parce que cette lessive étoit chargée de souffre. Les fibres charnuës,

dépouillées

dépouillées de suc avec les os bien séchés, ont pesé 6 gros 48 grains. En les analysant, ils ont fourni un flegme, un esprit & une huile au poids de 2 gros & 66 grains de sel volatil en ramifications. La masse restante dans la cornuë n'a plus pesé que 3 gros 46 grains. Sa lessive, comme la précédente, a seulement précipité en blanc la dissolution du Mercure.

Quatre onces d'Ecrevisses concassées, après avoir été bien lavées, ont donné un bouillon gélatineux, dont l'extrait bien sec a pesé 2 gros 33 grains. Cet extrait a fourni du flegme, un peu d'esprit volatil, & un peu d'huile avec très-peu de sel volatil urineux, mais qu'on n'a pû rassembler pour le peser; le tout ensemble pesoit 1 gros 20 grains, & le charbon de la cornuë 1 gros. Sa lessive a précipité en blanc la dissolution du Mercure, qui est devenuë ensuite d'un gris-noirâtre : elle n'a point altéré la solution du sublimé corrosif. Le marc dont on avoit tiré l'extrait, étant sec, a pesé 6 gros 39 grains. Il a donné par l'analyse un flegme, un esprit & une huile fétide qui ont pesé 2 gros 4 grains, & il y a eu assés de sel volatil pour en retirer 20 grains en forme séche & en ramifications. La lessive de la tête-morte, qui ne pesoit qu'un gros, a précipité la dissolution de Mercure en blanc qui a tiré sur le jaune, mais elle n'a produit rien de remarquable sur la solution du sublimé corrosif. Ecrevisses.

Comme la Vipere s'employe en bouillons, en poudre & en trochisques, je l'ai examinée avec assés d'attention pour qu'on puisse compter sur le détail que je vais en donner. Viperes.

J'ai fait peser exactement deux Viperes vives : elles se sont trouvées du poids de 3 onces 2 gros 18 grains. On en a séparé les têtes & les queuës qui ont pesé 2 gros & demi. Elles ont fourni 54 grains de sang en les coupant. On les a écorchées pour en séparer les ovaires & les foyes. Les deux peaux & les entrailles ont pesé 4 gros 54 grains. Les deux troncs avec les œufs & les foyes pesoient ensemble 1 once 6 gros 36 grains. Il y a eu de perte ou d'évaporation 36 grains. J'ai pris ensuite une portion d'une autre Vipere pour

achever le poids de deux onces. On a fait un bouillon de ces Viperes coupées par tronçons à la maniére ordinaire. On l'a filtré & évaporé, il s'eſt réduit en un extrait gélatineux qui a peſé, étant ſec, un gros 36 grains.

Les fibres & arrêtes ſéchées après le bouillon, ont peſé 3 gros 66 grains : ainſi il y a eu en deux onces de troncs de Vipere une once 2 gros 42 grains de flegme.

Pour m'aſſûrer encore plus exactement du poids de toutes les parties de la Vipere, je recommençai mes peſées ſur de nouvelles, & j'en pris une des plus groſſes qui peſoit toute vive 3 onces 6 gros $\frac{1}{2}$.

La tête & la queuë coupées peſoient enſemble un gros 6 grains.

Le ſang que la Vipere rendit, 1 gros 8 grains.

La peau, 4 gros 62 grains.

Le Foye, 1 gros 14 grains.

Le cœur, 6 grains.

La veſicule du fiel, 7 grains.

La graiſſe, 3 gros 44 grains.

Les entrailles, 4 gros 60 grains.

Le tronc net, 1 once 3 gros 63 grains.

Ainſi il y a eu en total 1 gros 52 grains de perte d'humidité qui s'eſt diſſipée.

Le tronc ſec a peſé 3 gros 71 grains : ainſi 7 gros 64 grains d'humidité.

Le ſang ſec, 17 grains $\frac{1}{2}$. Humidité, 62 grains $\frac{1}{2}$.

Le cœur ſec, 1 grain $\frac{1}{4}$. Humidité, 4 grains $\frac{3}{4}$.

Le foye ſec, 43 grains $\frac{1}{2}$. Humidité, 42 grains $\frac{1}{2}$.

La veſicule du fiel ſéchée, 1 grain $\frac{1}{2}$. Humidité, 5 grains $\frac{1}{2}$.

La peau ſéche, 1 gros 17 grains. Humidité, 3 gros 45 grains.

La tête & la queuë ſéches, 28 grains $\frac{1}{2}$. Humidité, 49 grains $\frac{1}{2}$.

Un tronc de Vipere écorchée, du poids de 4 gros 54 grains, a fourni par la cuiſſon 30 grains d'extrait gélatineux. La chair deſſéchée & ſéparée des arêtes peſoit 67 grains.

Les arêtes desséchées, 36 grains & demi; par conséquent ce tronc de Vipere contenoit 2 gros 64 grains & demi de flegme. On peut être assûré présentement que le bouillon ordinaire de Vipere ne se charge que d'environ 30 grains de substance de la Vipere, lorsqu'elle ne pesera que 4 gros 54 grains, & que lorsqu'on prendra la plus petite dose de poudre de Vipere, qui est de 12 grains & demi, ou trois quarts de grain; le trait de la balance pouvant varier; ce sera comme si on employoit 37 grains & demi de chair de Vipere récente. On sçaura aussi par ce même calcul ce qu'on doit trouver de parties gélatineuses, lorsqu'on veut les tirer des troncs des Viperes pour être employées dans les trochisques: car supposé qu'on employe 4 onces de troncs de Viperes nouvellement écorchées, on en tirera une once 14 grains & un quart de grain d'extrait de bouillon ou de chair desséchée, & il s'y trouvera en vertebres ou arêtes séches 3 gros 33 grains & 3 quarts de grain, & 2 onces 3 gros 24 grains de flegme & d'humidité.

Un foye de Vipére avec son cœur qui pesoient 61 grains, ont donné par l'évaporation du bouillon 3 grains d'extrait gélatineux. Ce foye & ce cœur sechés après la cuisson n'ont plus pesé que 18 grains & $\frac{1}{2}$.

J'ai pris l'extrait du bouillon de 2 onces de Vipere, y compris les cœurs & les foyes : il pesoit 1 gros 36 grains : il a fourni en huile, esprit & sel volatil de figure ammoniacale, 54 grains. Le charbon resté dans la cornuë pesoit aussi 54 grains, & sa lessive a donné des marques de sel marin. Les fibres séches & les arêtes qui pesoient 3 gros 66 grains, ont donné en esprit, en huile, & en sel volatil ammoniacal, 1 gros 54 grains. Le charbon qui ne pesoit que 2 gros 6 grains, a précipité par sa lessive la dissolution du Mercure en blanc.

Analyse de l'extrait du Bouillon de Vipere.

Pour avoir l'analyse complette, j'ai pris des vertébres & des arêtes de Viperes, qui par la cuisson avoient été dépouillées de tout leur suc, & ensuite de toutes leurs fibres, en les lavant à grande eau avec beaucoup de soin pour les

bien nettoyer. Deux onces de ces os bien ſecs ont donné par l'analyſe 2 gros 44 grains d'eſprit volatil & d'huile. Le ſel volatil qui s'étoit attaché en forme ſéche au parois du balon, & qui étoit criſtalliſé comme le ſel volatil d'urine, s'eſt trouvé peſer 70 grains. En pouſſant le feu encore pendant cinq heures, il y a eu 12 grains de ſel volatil en ramifications, ſemblable à celui que l'on tire de la corne de cerf. J'ai eû 82 grains de ſel volatil en forme ſéche, de 2 onces d'os de Viperes qu'on auroit dû croire être dénués de tous principes, & cette abondance de ſel volatil eſt égale preſque à celle qu'on tire du bois de cerf. La leſſive du *caput-mortuum* de ces os n'a point altéré la ſolution du ſublimé corroſif, mais elle a donné ſeulement quelques indices de ſoufre.

Cette analyſe des arêtes des Viperes prouve que les anciens ont eû raiſon de faire cuire les Viperes, pour en déveloper les principes dans les trochiſques qu'ils deſtinoient à la thériaque, & que les vertebres & les arêtes n'ont rien de nuiſible, ni même d'inutile dans cet antidote, puiſque étant développées & renduës friables par la cuiſſon, elles y fourniſſent une matiére ſemblable à la corne de cerf préparée à l'eau. Mais ce qui détermine à les devoir regarder comme utiles dans cette confection, c'eſt que la précédente analyſe démontre qu'elles contiennent preſque autant de ſel volatil que le bois de cerf.

Pain. Je terminerai ce Mémoire par l'analyſe du Pain, afin de donner une idée de ce que le pain, traité comme les viandes, pourra fournir d'extrait & de parties groſſiéres, par les cuiſſons répétées en pluſieurs eaux, & enſuite de ce qu'il contiendra de principes en l'analyſant par les diſtillations. Mais j'avertis que les opérations ſur le Pain varient ſelon la différence des Pains, ſelon que la farine en eſt plus ou moins fine, & auſſi ſelon que le Pain eſt plus ou moins cuit.

J'ai choiſi pour mes principaux eſſais le Pain de Goneſſe ; parce qu'il m'a paru qu'il y avoit dans ce Pain moins de mêlange de matiéres hétérogénes, & parce qu'il n'y a dedans ni levûre de biére, ni lait, ni ſel. J'ai pris en différents temps,

4 onces de ce Pain, le jour du marché, & par conſéquent cuit de la veille. J'en ai ſéparé la croûte, parce qu'elle peut, auſſi bien que le degré de ſa cuiſſon, accélérer ou retarder l'exſiccation, laquelle ſe fait plus également ſur la mie.

Quatre onces de cette mie bien ſéchée n'ont plus peſé que 2 onces 7 gros 36 grains.

La mie & la croûte taillées en tranches, comme pour le potage, n'ont pas diminué ſi conſidérablement, à cauſe de la croûte qui eſt plus ſéche, & 4 onces de l'une & de l'autre, ſéchées au même feu, & pendant le même temps, peſoient 3 onces 6 grains.

L'extrait en a été fait avec tout le ſoin poſſible, mais on n'en a pû filtrer le bouillon, quoiqu'on eût très-étendu la liqueur. Ainſi j'ai été obligé de le laiſſer dépoſer à chaque ébullition, & de mettre à part ce que j'en retirois de plus clair.

Les bouillons clarifiés de la mie de pain ſe ſont réduits par l'évaporation, en un extrait gommeux, médiocrement tranſparent, qui a peſé 6 gros. Son réſidu après toutes les lotions & coctions ayant été ſéché juſqu'à ſe caſſer, n'a plus peſé qu'une once 7 gros 54 grains, ou 2 onces moins 18 grains.

Le pain qui avoit ſa croûte a fourni, par le même procedé, une once 2 gros 18 grains d'extrait; & la maſſe reſtée après les ébullitions, peſoit une once 4 gros 54 grains.

Les ſix gros de l'extrait cy-deſſus analyſés, ont donné du flegme, de l'eſprit acide, de couleur orangée, & une huile fétide, qui peſoient enſemble 3 gros. Le *caput-mortuum* peſoit 2 gros. Sa leſſive a précipité fort légérement la diſſolution de Mercure dans l'eſprit de Nitre; ce qui indiqueroit un leger urineux ou ammoniac, dans lequel l'acide domineroit, puiſque cette même leſſive n'a rien produit ſur la ſolution du ſublimé corroſif.

La pâte ſéchée, reſtée de l'ébullition, qui peſoit 2 onces moins 18 grains, a produit les mêmes principes que l'extrait, & les liqueurs qu'on en a tirées, peſoient enſemble 7 gros

18 grains. Le charbon resté dans la cornuë, pesoit 6 gros 40 grains. Sa lessive n'a rien produit dans les essais.

Par ces expériences, on peut être assûré que dans une livre de pain de Gonesse, pris le jour du marché, il y aura 3 onces 7 gros 48 grains d'humidité, puisqu'étant séchée, cette livre ne pesera plus que 12 onces 24 grains; qu'elle fournira 5 onces 1 gros d'extrait, qui, selon les apparences, est la matiére que la digestion en sépare pour la nourriture du corps, & 6 onces 3 gros de matiére grossiere.



DISSERTATION

Sur les moyens dont on s'est servi, & dont on se sert presentement pour arrêter les Hemorragies causées par l'ouverture des Veines & des Arteres dans les Playes.

Par M. PETIT le Médecin.

LORSQUE par quelque cause que ce soit, une veine ou une artere un peu grosse est ouverte; le sang coule continuellement jusqu'à ce qu'on ait trouvé le moyen de l'arrêter, sans quoy l'homme est dans un péril évident de perdre la vie avec le sang. Il se trouve dans un danger d'autant plus grand que le vaisseau ouvert est plus gros, & que ce vaisseau est une artere plûtôt qu'une veine. 1 Février 1732.

Il n'y a pas lieu de douter que le premier secours qui s'est presenté d'abord à l'esprit, a été de comprimer la partie avec la main, & de mettre le doigt sur l'embouchûre du vaisseau. Mais comme le sang recommençoit à couler, aussitôt que l'on cessoit de l'y tenir, à moins que le vaisseau ne fût petit, & plûtôt une veine qu'une artere, & même qu'on ne l'y laissât un très-long temps, ce qui est incommode; on s'avisa d'y mettre des compresses de linge, ou des étoupes séches, ou trempées dans l'eau froide, ou même dans le vinaigre, & de les serrer avec un bon bandage; mais ce moyen ne réüssissoit pas, si ce vaisseau étoit un peu considérable. Il a donc fallu chercher d'autres remedes, on s'est servi de plusieurs sortes de terre, & de sel que l'on s'est imaginé pouvoir arrêter le sang. On a reconnu, par expérience, qu'il y en avoit pour cela de plus propres les uns que les autres; soit qu'ils coagulent le sang à l'embouchûre du vaisseau, & qu'ils en bouchent le passage, soit qu'ils donnent occasion aux fibres des parties charnuës, de se resserrer & de se mettre dans une sorte contraction. On a donné le

nom d'aſtringents à ces remedes, tels que ſont le bol d'Armenie, la terre ſigillée, la terre ſimollée, la craye, le plâtre, la chaux éteinte, l'amidon, la toile d'araignée, la pierre hematite, le cachou, le poil de liévre, le cotton grillé, la noix de galle, le chalcitis, le vitriol, qu'ils appelloient *chalchautum*[a], le colcotar, l'alun, & d'autres.

Tous ces remedes reſſerrent très-fort les fibres des chairs & des vaiſſeaux, & par ce moyen ils en diminuent le volume & les cavités. Cela n'arrive, que parce que ces remedes abſorbent facilement l'humidité qui ſe trouve dans les pores des chairs, dans leurs fibres & entre leurs fibres qui par leur reſſort naturel preſſent & pouſſent les parties aqueuſes de proche en proche à meſure qu'elles ſont abſorbées par les aſtringents; & cela joint à un bandage bien ſerré qui comprime les chairs & les vaiſſeaux, aide à reſſerrer d'autant plus leur cavité.

On s'eſt encore ſervi des ſucs & des gommes de plantes. Tels ſont les ſucs d'acacia, d'aloes, les gommes de bdellium, de lentiſc, le ſang-dragon, la gomme ammoniac, la réſine, &c.

J'avois d'abord crû que ces remedes étoient ſeulement emplaſtiques, & qu'ils arrêtoient le ſang en s'appliquant & s'agglutinant ſur l'embouchure des vaiſſeaux, d'où ils empêchoient le ſang de ſortir ; mais j'ai reconnu qu'ils étoient très-abſorbants, comme les expériences que je rapporterai le prouvent.

Hippocrate [b] s'eſt ſervi de la plûpart de ces remedes. Celſe [c] & Galien [d] les ont mis en uſage ; mais comme ces remedes n'arrêtent pas toûjours le ſang, parce que leur action eſt lente, ce qui ne convient guere aux arteres ouvertes un peu conſidérables, & dans un ſang très-coulant & pouſſé avec force, ils ont quelquefois coupé en travers les vaiſſeaux qui ne l'étoient pas, & pour lors les extrémités de ces vaiſſeaux ſe retirent de chaque côté au dedans des chairs par leur reſſort. Ces mêmes chairs comprimées contre les vaiſſeaux

[a] Eo quod fit a ſubſtantia æris, *ſelon Galien, ou* chalcanthus. *Voy. Camparius, 163. 4.*

[b] *Lib. 5. cap. 1. & 18.*

[c] *Lib. 5. cap. 26.*

[d] *Meth. medend. lib. 5. cap. 3.*

par

par des compresses, les obligent de se resserrer & de se boucher eux-mêmes. Si la playe dans laquelle le vaisseau étoit ouvert, étoit faite par un instrument tranchant, ils cousoient les levres de la playe, qui venant à se joindre l'une contre l'autre, bouchoient l'embouchure du vaisseau.

Ils ont fait aussi la ligature des vaisseaux, lorsqu'ils ont pû la faire commodément; mais lorsqu'ils ont trouvé trop de difficulté, ils ont cautérisé l'embouchure de ces vaisseaux avec le cautere actuel. Ils employoient encore le vitriol calciné, & que nous appellons *colcotar,* lorsqu'il est calciné à rougeur, ils le mêloient en poudre avec d'autres astringents qu'ils appliquoient sur la playe. Ils aidoient l'action de ces remedes par l'application des ventouses & des saignées révulsives, pour détourner l'abondance du sang de la partie blessée. Ils ne pansoient les playes que le 3me ou le 4me jour.

Ætius, Paul Æginete, Rhasis, Alsaharavius, Avicenne, Actuarius, Tagaut, enfin presque tous les Médecins qui sont venus depuis Galien jusqu'à présent, se sont servis des mêmes moyens pour arrêter le sang. Il ne paroît pas qu'on ait rien inventé de nouveau à ce sujet. Nous voyons seulement dans Théodoric, dont la Chirurgie a été imprimée en 1490, qu'il s'est servi de sublimé d'arsenic qui arrête, selon lui, subitement le sang. Ce remede fait escarre, mais nous ne voyons pas qu'on ait continué de le mettre en usage pour l'hémorragie; on a mieux aimé se servir du bouton de vitriol. On se sert en Allemagne & en Hollande de la vesse de loup, qu'ils appellent *bouist.*

On a inventé dans ces derniers siécles plusieurs machines pour comprimer les vaisseaux & suspendre la circulation du sang jusqu'à ce que leurs embouchures fussent consolidées, ensorte que le sang n'en puisse plus sortir.

L'on voit dans l'Arcenal de Chirurgie de Jean Scultet une machine inventée pour comprimer l'artere du poignet ouverte par quelque accident que ce soit. La piéce essentielle de cette machine consiste dans une plaque de fer qui est poussée tant que l'on veut, & assujettie sur l'artere, qu'elle

comprime au moyen d'une vis qui passe d'abord à travers une autre plaque immobile qui lui sert de point fixe, le tout monté sur un chassis accommodé à la partie, & telle que la représente Scultet dans les deux figures qu'il en a données. Elle est le fondement & le modelle de plusieurs machines que l'on a imaginées depuis pour suspendre l'hémorragie des arteres. C'est peut-être sur le modelle de cette piéce que l'on a inventé une machine pour comprimer l'artere du bras dans l'aneurisme, on la nomme le *ponton de Bourdelot,* parce qu'elle a servi pour l'aneurisme dont ce sçavant Abbé a été atteint.

La piéce essentielle de cette machine n'est différente de celle de Scultet, qu'en ce que celle du ponton de Bourdelot est enveloppée d'un cuir rembourré en pelote, & attachée à l'extrémité de deux demi-circulaires d'acier réunis en angle par une de leurs extrémités, & recourbés de maniére qu'ils représentent deux cornes de bélier, ce qui ne se trouve point à celle de Scultet.

On a inventé au commencement du siécle présent plusieurs autres machines pour suspendre l'hémorragie, dont les piéces essentielles sont semblables à celles du ponton de Bourdelot, & dont je parlerai dans un autre Mémoire. Je me bornerai dans celui-ci à expliquer l'action des astringents. J'ai dit ci-dessus qu'ils absorbent l'humidité qui se trouve entre les fibres des chairs & des vaisseaux. Je vais rapporter des expériences qui prouvent en quelque maniére que les chairs enveloppées d'astringents diminuent de poids & de volume.

Bol commun. J'ai mis 16 gros de chair de mouton dans une tasse de fayence avec du bol commun. J'ai fait pour cela une couche de bol dans la tasse, j'ai mis le morceau de chair dessus; je l'ai recouvert de bol dont la chair se trouvoit ainsi enveloppée, ce que j'ai executé de même dans toutes les expériences suivantes, dans lesquelles j'ai employé des drogues en poudre. J'ai retiré la chair 24 heures après, je l'ai bien nettoyée de tout le bol qui y étoit adhérent. Cette chair

pesoit 14 gros 32 grains, elle avoit diminué d'un gros 40 grains. Je l'ai remis dans la tasse avec le bol, & au bout de 24 heures elle pesoit 13 gros 21 grains, elle a diminué d'un gros 11 grains. Je l'ai remis dans le même bol pendant 24 heures, elle s'est trouvée diminuée d'un gros 3 grains, elle pesoit 12 gros 18 grains. Je l'ai enfin remis pour la quatriéme fois dans le bol, elle y a diminué de 42 grains, elle pesoit 11 gros 48 grains; elle avoit diminué en tout de 4 gros 24 grains. Cette chair avoit pour lors un peu de mauvais odeur, elle étoit pourtant un peu séche en dehors, brune, mais ferme en dedans, moins séche, & de couleur rouge.

J'ai mis de la même maniére 16 gros de chair de mouton avec de la terre sigillée en poudre, je l'ai pesée toutes les 24 heures. Le 1er jour elle pesoit 14 gros 57 grains, elle avoit diminué d'un gros 15 grains. Le 2d jour elle pesoit 13 gros 45 grains, elle avoit diminué d'un gros 12 grains. Le 3me jour elle avoit diminué d'un gros 14 grains, car elle pesoit 12 gros 31 grains. Enfin le 4me elle pesoit 11 gros 24 grains, elle avoit diminué d'un gros 7 grains, & en tout de 4 gros 48 grains. Elle avoit la même odeur, la même consistence, & la même couleur que la chair mise avec le bol. La chair de cadavre humain m'a donné à peu-près les mêmes changements & les mêmes diminutions. Terre sigillée.

J'ai mis 16 gros de chair de mouton avec du plâtre, de la même maniére pendant quatre fois 24 heures. Le 1er jour elle a diminué d'un gros 12 grains. Le 2d jour d'un gros 15 grains. Le 3me elle a diminué d'un gros 16 grains, & le 4me d'un gros 19 grains; ce qui fait en tout 4 gros 62 grains. Elle avoit la même odeur & la même couleur que la chair des expériences précédentes, mais elle étoit un peu plus séche, aussi-bien que la chair que j'ai mis avec la chaux éteinte. Plâtre.

J'ai mis dans une tasse de fayence 16 gros de chair de mouton avec de la chaux éteinte. Le 1er jour elle a diminué de 58 grains. Le 2d jour elle a diminué de 62 grains. Le 3me jour elle a diminué d'un gros 16 grains, & le 4me Chaux éteinte.

d'un gros 8 grains. Elle a donc diminué de 4 gros en quatre fois 24 heures. Il faut remarquer que la chair a moins diminué avec le plâtre & la chaux les deux premiers jours que les deux derniers, ce qui ne se trouve point dans les expériences précédentes, cela m'a engagé de répéter ces expériences.

J'ai mis la même quantité de chair avec du même plâtre, elle a diminué le 1er jour d'un gros 21 grains, le 2d jour d'un gros 6 grains, le 3me jour d'un gros 5 grains, & le 4me d'un gros 2 grains. Elle a diminué en quatre jours de 4 gros 34 grains, c'est 28 grains de moins que la précédente expérience faite avec le plâtre.

J'ai mis aussi la même quantité de chair avec de pareille chaux éteinte. Elle a diminué le 1er jour d'un gros 8 grains, le 2d jour d'un gros 5 grains, le 3me jour de 61 grains, & le 4me de 65 grains : c'est en tout 3 gros 67 grains, c'est 5 grains de moins que l'expérience précédente faite avec la chaux. On voit par ces expériences qu'il est bon de répéter celles qui semblent être hors de la regle ordinaire.

Yeux d'Ecrevisses.

Les yeux d'écrevisses qui sont astringents, ont causé moins de diminution à la chair, elle n'a contracté aucune mauvaise odeur. J'ai mis 16 gros de chair de mouton dans une tasse de fayence avec des yeux d'écrevisses en poudre pendant quatre fois 24 heures. Le 1er jour la chair a diminué de 2 gros 12 grains, le 2d jour d'un gros 10 grains, le 3me jour de 22 grains, le 4me jour elle a diminué de 35 grains : c'est en tout 4 gros 7 grains dont elle a diminué en quatre fois 24 heures. Cette chair étoit ferme & sans odeur. L'on sçait que les yeux d'écrevisses ne sont pas simplement terreux, ils contiennent des parties salines volatiles. Nous verrons dans la suite de ce Mémoire, que tous les sels & leurs fortes dissolutions préservent les chairs de corruption, c'est-à-dire, qu'ils empêchent les principes qui composent les parties intégrantes des chairs de se développer ; mais pour cela il faut que le sel ne soit point trop embarrassé dans les parties terrestres.

Cotton.

J'ai voulu voir ce que produiroit le cotton, dont on s'est quelquefois servi pour arrêter le sang. J'en ai fait sécher au feu jusqu'à ce qu'il fût un peu grillé. J'en ai mis avec 16 gros de chair de bœuf. Cette chair a diminué le 1er jour de 61 grains, le 2^d jour de 69 grains, le 3me jour elle a diminué de 50 grains, & le 4me de 42 grains, & en tout de 3 gros 6 grains. Elle étoit molle, un peu gluante, brune en dehors, rouge en dedans, avec un peu de mauvaise odeur. Il me sembloit que la toile d'araignée devoit produire le même effet, & que la chair y prendroit de la mauvaise odeur. Mais l'expérience m'a détrompé. J'ai pris de la toile d'araignée dans ma cave, j'en ai ôté tous les corps étrangers qu'elle pouvoit contenir, je l'ai fait sécher, j'en ai mis en poudre, j'y ai mis 16 gros de chair de mouton. Le 1er jour cette chair a diminué de 2 gros 12 grains, le 2^d jour elle a diminué d'un gros 14 grains, le 3me jour de 68 grains, & le 4me elle a diminué [illegible] 58 grains. Elle a diminué de 5 gros 9 grains en quatre fois 24 heures. La chair étoit brune en dehors, rouge en dedans, sans aucune odeur.

Toile d'Araignée.

On ne doutera point que la toile d'araignée ne contienne beaucoup de sel volatil, comme toutes les matiéres animales ; ce sel volatil doit être même assés dégagé, puisqu'il a empêché la chair de se corrompre, ce que n'a pas fait le cotton qui est du genre végétal, où pour l'ordinaire les sels sont plus unis avec les autres principes que dans le genre animal. Cette toile d'araignée a absorbé plus d'humidité de la chair qu'aucune des matiéres terrestres dont j'ai parlé ci-dessus, & plus que les yeux d'écrevisses. Neantmoins les coquilles d'œufs & celles de moules, qui sont des matiéres animales, ont absorbé autant d'humidité que les yeux d'écrevisses ; mais elles n'ont pû garantir la chair de corruption, car le 4me jour cette chair sentoit un peu mauvais, ces matiéres ont sans doute très-peu de parties salines ; la chair a contracté encore une plus mauvaise odeur, lorsque je l'ai mise avec ces mêmes matiéres calcinées.

En général on s'imagine bien que les chairs diminuent

d'autant plus de poids, & acquiérent plus de fermeté en temps égaux & en égale quantité, & qu'elles ont moins d'épaiſſeur: & qu'elles contractent plus ou moins de mauvaiſe odeur, ſelon que les matiéres qu'on employe ſont plus ou moins ſéches. J'ai remarqué que lorſque j'ai coupé ces morceaux par la moitié, la chair intérieure avoit plus de mauvaiſe odeur que l'extérieure. Lorſque cette odeur eſt légere, ſi l'on les laiſſe encore pluſieurs jours avec les matiéres terreuſes, elles perdent leur mauvaiſe odeur & ſe ſéchent, & cela ſe fait d'autant plus facilement, ſi l'on prend le ſoin d'y mettre tous les jours de nouvelles terres ou de nouveaux ſels, ou bien de ſécher tous les jours celles dont on ſe ſert. Les chairs diminuent davantage dans un temps chaud & ſec que dans un temps froid & humide. La plus grande partie des expériences rapportées dans ce Mémoire ont été faites cet été, qui a été fort chaud.

Il faut encore remarquer que dans la plûpart de ces expériences les chairs ont plus diminué les premiers jours que les derniers. Il eſt rare que les diminutions ſoient plus fortes les derniers jours que les premiers, & j'ai quelquefois trouvé le contraire en réitérant ces expériences comme je l'ai fait voir ci-deſſus.

Pierre hématite. La pierre hématite bien pulvériſée, que l'on employe comme un grand aſtringent, a eu quelque choſe de ſingulier, c'eſt qu'elle n'a fait diminuer 16 gros de chair de mouton que de 38 grains en quatre fois 24 heures, & elle a diminué le 1er jour de 30 grains, & a commencé à ſentir mauvais.

Coralline. Il y a peu de plantes aſtringentes qui ayent empêché la chair de prendre une mauvaiſe odeur. J'ai mis 16 gros de chair de mouton avec de la coralline en poudre. Le 1er jour la chair a diminué de 44 grains, le 2^{d} jour de 50 grains, le 3me jour elle a diminué de 60 grains, & le 4me de 62. Elle a diminué ſeulement de 3 gros en quatre fois 24 heures. Cette chair a commencé à avoir un peu de mauvaiſe odeur dès le 2^{d} jour, & ſentoit très-mauvais le 4me.

Sumach. La chair a diminué avec la graine de ſumach de 3 gros

67 grains, & n'a pas contracté une si mauvaise odeur. Elle a diminué le 1er jour de 2 gros 5 grains, le 2d jour d'un gros 12 grains, le 3me jour de 33 grains, & le 4me de 17 grains. Elle a diminué de 4 gros dans une autre expérience.

Les balaustes en poudre ont fait diminuer 16 gros de chair de 5 gros 10 grains. Elle a moins de mauvaise odeur que celle qui a été dans le sumach. La diminution s'est faite à peu-près dans le même ordre que celle du sumach. Balaustes.

La racine de bistorte a produit presque le même effet : la chair y a diminué de 4 gros 67 grains, & a contracté un peu de mauvaise odeur, ce qui n'est point arrivé avec la racine de tormentille, où la chair a diminué de 4 gros 57 grains. Racine de Bistorte. Racine de Tormentille.

On voit par toutes ces expériences que ce n'est pas toûjours la diminution de l'humidité dans les chairs, qui empêche qu'elles ne se gâtent, & ne se pourrissent, quoiqu'en général les chairs se pourrissent d'autant plus facilement qu'il y a plus d'humidité.

De tous les astringents végétaux que j'ai employés, j'en ai peu trouvé qui ait absorbé plus d'humidité que la noix de gale. Seize gros de chair mise avec la noix de gale en poudre y ont diminué de 6 gros 19 grains en quatre fois 24 heures. Il s'est fait dès le 1er jour une diminution de 3 gros, le 2d jour cette chair a diminué d'un gros 50 grains, le 3me jour d'un gros, & le 4me de 41 grains. La chair n'avoit point du tout de mauvaise odeur, la poudre de noix de gale qui touchoit immédiatement à cette chair étoit glutineuse & brune, elle y étoit fort adhérente, & ressembloit par sa consistence à de la glue, ou à de la gomme fonduë. Il paroît par cette expérience, que la noix de gale a quelque chose de gommeux que l'on n'y avoit pas soupçonné. Noix de Galle.

J'avois toûjours crû, comme je l'ai déja dit, que toutes les gommes & les sucs gommeux des plantes que l'on employe dans les emplâtres, ne pouvoient arrêter les hémorragies que parce qu'elles sont capables de s'appliquer sur l'embouchure des vaisseaux : mais les expériences suivantes prouvent que ce sont encore de grands absorbants très-

capables de mettre dans une grande contraction les fibres des vaisseaux.

Sang-dragon. J'ai mis 16 gros de chair avec du sang-dragon en poudre. Cette chair a diminué le 1er jour d'un gros 32 grains, le 2d jour d'un gros 4 grains, elle a diminué d'un gros le 3me jour, & le 4me d'un gros, ensorte qu'elle a diminué de 4 gros 36 grains en quatre fois 24 heures. Le sang-dragon devient humide & très-glutineux, il s'attache à la chair dont il faut le séparer avec patience pour pouvoir le peser. Cette chair avoit un peu de mauvaise odeur.

Suc d'Acacia. La chair mise avec le suc d'acacia-vera au poids de 16 gros, a diminué de 7 gros en quatre fois 24 heures. Elle n'avoit aucune odeur.

Aloes. La chair mise au même poids avec l'aloes, a diminué de 6 gros 36 grains en quatre fois 24 heures, & étoit sans odeur. Je n'ai pû peser tous les jours ces deux derniers à cause de la grande adhérence de ces sucs avec la chair, & c'est avec beaucoup de temps & de peine que je les ai détachés le 4me jour pour peser la chair.

Gomme Oppoponax. J'ai mis 16 gros de chair avec la gomme oppoponax en larmes, la chair a diminué le 1er jour d'un gros 30 grains, le 2d jour d'un gros 12 grains; elle a diminué le 3me jour de 49 grains, & le 4me de 38 grains; ainsi elle a diminué de 3 gros 57 grains en quatre fois 24 heures. La chair avoit l'odeur d'oppoponax seulement, je l'ai laissée encore deux jours dans cette gomme, pendant lesquels elle a encore diminué d'un gros 36 grains.

Poix-Resine. J'ai mis 16 gros de chair dans la poix resine en poudre; elle y a diminué de 5 gros en quatre fois 24 heures, mais moins dans les premiers jours, que dans les deux derniers. Elle a diminué d'un gros le 1er jour, le 2d jour d'un gros 9 grains; elle a diminué le 3me jour d'un gros 30 grains, & d'un gros 33 grains le 4me jour; elle sentoit pour lors fort mauvais.

Storax. La chair mise avec le storax avoit un peu de mauvaise odeur, elle avoit pourtant diminué de 5 gros en quatre fois

24

24 heures; néantmoins la même quantité de chair miſe avec du benjoin, n'a contracté aucune mauvaiſe odeur, quoiqu'elle n'ait diminué que de 3 gros 48 grains, ce qui eſt arrivé de même à la gomme oppoponax : toutes ces chairs étoient fermes & rouges en dedans. Les ſucs d'acacia & d'aloës ont cauſé plus de diminution à la chair, que les gommes & les réſines dont j'ai parlé; la gomme arabique & le ſucre ont produit le même effet.

J'ai mis 16 gros de chair de Mouton avec la gomme arabique en poudre, elle a diminué le 1er jour de 2 gros, le 2d jour de 2 gros 2 grains, le 3me jour de 2 gros 50 grains, & le 4me de 42 grains; elle a diminué de 7 gros 22 grains en quatre fois 24 heures. La gomme s'eſt détachée de cette chair très-difficilement; la chair étoit ſans odeur, & très-ferme, & d'un beau rouge dehors & dedans. Gomme arabique.

La même choſe eſt arrivée à la chair miſe avec du ſucre en poudre; car elle a diminué de 7 gros 10 grains, mais différemment. Le 1er jour elle a diminué de 3 gros 5 grains, le 2d jour de 2 gros 10 grains, le 3me jour d'un gros 2 grains, & le 4me de 65 grains : elle étoit d'un beau rouge & ſans odeur; ainſi l'on peut bien mettre la gomme arabique & le ſucre au nombre des aſtringents. Sucre.

Venons préſentement aux expériences que nous avons faites ſur les ſels. On a employé fort ſouvent les vitriols pour l'hémorragie, & principalement le vitriol verd calciné, & le vitriol bleu : c'eſt par eux que je vais commencer.

J'ai pris 16 gros de chair que j'ai mis dans une taſſe de fayence avec du vitriol verd calciné à blancheur tirant ſur le jaune. Je l'ai laiſſé 24 heures, au bout deſquelles j'ai retiré la chair; je l'ai bien eſſuiée avec un linge pour en ôter tout le vitriol & toute l'humidité, elle peſoit 13 gros; elle eſt donc diminuée de 3 gros en 24 heures. Je l'ai remiſe dans la taſſe avec le même vitriol, & l'aiant retirée au bout de 24 heures, & bien eſſuiée, elle s'eſt trouvée diminuée d'un gros 51 grains; la chair étoit ferme au dehors, molle au dedans, & ſans odeur. Je l'ai remiſe dans le vitriol, & au bout Vitriol verd calciné.

de 24 heures elle étoit diminuée d'un gros 8 grains. Le vitriol étoit humide, j'y ai remis la chair pour la quatriéme fois, elle y a diminué de 62 grains en 24 heures; elle a diminué en tout de 6 gros 19 grains en quatre fois 24 heures; la chair étoit sans odeur, séche en dehors, quoique le vitriol fût très-humide, elle étoit molle en dedans, & d'un beau rouge foncé. J'ai suivi le même procédé dans toutes les expériences sur les sels.

Vitriol verd qui n'est point calciné.

J'ai fait cette expérience avec du vitriol verd en poudre, qui n'étoit point calciné, il s'en est fallu presque le tiers que la diminution de la chair ait été aussi forte. Seize gros de chair de mouton ont diminué le 1[er] jour de 2 gros 68 grains, le 2[d] jour de 61 grains, le vitriol étoit humecté, il y avoit même un peu de liquide; la diminution a été le 3[me] de 37 grains, & le 4[me] jour elle a été de 35 grains; elle a diminué de 4 gros 57 grains en quatre fois 24 heures. J'avois mis avec le mouton 16 gros de bœuf, la diminution a été de 4 gros 67 grains, qui est 10 grains de plus, ce qui m'avoit donné lieu de croire que le bœuf diminuë plus que le mouton. Mais j'ai trouvé la même chose avec le mouton, lorsque j'en ai mis plusieurs morceaux, comme nous le verrons dans quelques expériences suivantes.

Pour revenir à nôtre expérience, ces chairs étoient fermes au dehors, molles en dedans, & tant soit peu vertes, tirant sur le rouge, sans aucune odeur.

Vitriol bleu.

J'ai mis 16 gros de chair de mouton avec du vitriol bleu en poudre. Le 1[er] jour cette chair a diminué de 2 gros 10 grains, le 2[d] jour de 64 grains, elle a diminué le 3[me] jour d'un gros 35 grains, & le 4[me] de 35 grains: elle a donc diminué de 5 gros en quatre fois 24 heures. Cette chair étoit sans odeur, bleuë en dehors & en dedans, le vitriol étoit humide. J'ai laissé encore quatre jours la chair avec le vitriol, elle s'est trouvée diminuée toutes les 24 heures, en sorte que la chair ne pesoit plus que 10 gros. Cette expérience réitérée a donné à peu-près le même poids.

Vitriol blanc.

Quoiqu'on ne se serve pas de vitriol blanc dans les hé-

morragies, j'ai voulu néantmoins voir l'effet qu'il produiroit. J'ai donc mis 16 gros de chair de mouton avec du vitriol blanc en poudre. Le premier jour elle a diminué de 2 gros 45 grains, & le 2me jour d'un gros; elle a diminué le 3me jour de 65 grains, & le 4me de 40 grains: elle a donc diminué de 5 gros 6 grains en quatre fois 24 heures. Une autre fois la chair a diminué de 5 gros 20 grains. Elle avoit l'odeur de hareng ſaur, elle étoit très-ferme, jaunâtre en dehors, & rouge en dedans, le vitriol humecté, mais très-peu. J'ai remis dans le même vitriol cette chair pendant ſix jours, elle y a diminué d'un gros 34 grains, & en tout de 6 gros 40 grains, elle ne peſoit que 9 gros 32 grains.

Alun de roche.

J'ai mis 16 gros de chair de mouton avec de l'alun de roche en poudre; elle a diminué le 1er jour de 3 gros 2 grains, & le 2d jour de 2 gros, ainſi elle a diminué de 5 gros 2 grains en deux fois 24 heures, mais le 3me jour elle s'eſt trouvée augmentée d'un gros 2 grains, elle peſoit 12 gros, & elle étoit encore augmentée le 4me jour de 62 grains. Cette chair étoit griſe en dehors, rouge en dedans, très-ferme, & ſans aucune odeur, elle n'eſt donc augmentée en deux jours que d'un gros 64 grains.

Sel commun.

J'ai mis trois morceaux de chair de mouton, peſant chacun 16 gros, dans la même jatte de fayence, avec du ſel commun bien pilé & bien ſec, je les ai peſés tous les 24 heures. Ils étoient diſtingués par des fils. Le premier a diminué le 1er jour de 3 gros 21 grains. Il a diminué le 2d jour de 43 grains ſeulement, il a donc diminué en deux fois 24 heures de 3 gros 64 grains. Le 3me jour il a augmenté de 25 grains, & le 4me de 8 grains. Cette augmentation n'a été que de 33 grains en deux fois 24 heures.

Le ſecond morceau a diminué le 1er jour de 3 gros 12 grains, le 2d jour de 39 grains, c'eſt en tout 3 gros 51 grains, puis il a augmenté le 3me jour de 20 grains, & le 4me de 17 grains, c'eſt 37 grains dont ce morceau a augmenté.

Le 3me morceau a diminué le 1er jour de 2 gros 66 grains, mais le 2d jour il a augmenté de 2 grains, le 3me jour de

7 grains, & le 4me jour de 39 grains, c'eſt 48 grains dont il a augmenté en trois fois 24 heures.

On voit par cette expérience que les chairs ont d'abord diminué de poids, & qu'elles ont enſuite augmenté comme il eſt arrivé à l'alun.

La diminution ne vient certainement que de ce qu'une partie de l'humidité a paſſé dans le ſel, mais en même temps une portion du ſel eſt entrée dans les chairs, & c'eſt ce que l'expérience confirme. Si on coupe un morceau de chair qui a été 24 heures dans le ſel commun, on trouve que la couleur de la chair a changé intérieurement, & qu'aulieu d'être rouge, elle ſe trouve griſe de l'épaiſſeur d'une ligne, de deux lignes, & quelquefois plus; que le 2^d^ jour le ſel a pénétré davantage, & a continué de pénétrer encore plus les jours ſuivants. Si l'on goûte cette chair intérieure le 1er jour, elle eſt ſalée, ſi la chair a été dans le ſel commun : mais celle qui a été dans l'alun, a le goût d'alun, & eſt d'un brun rouge; celle qui a été dans le vitriol-verd eſt verdâtre, & a le goût de vitriol-verd; elle eſt bleuë dans celle qui a été dans le vitriol bleu. Ces ſels ne peuvent pénétrer les chairs qu'ils n'y ſoient portés par un véhicule, *ſalia non agunt, niſi diſſoluta.* Ce véhicule eſt l'humidité qui ſort des chairs, & diſſout le ſel, au moyen de laquelle il pénétre les pores des chairs; ſans cela on trouveroit une plus grande diminution à la chair, mais toute l'humidité ne pénétre pas, il en reſte la plus grande partie dans les ſels. Plus les ſels ſont capables de ſe charger d'abord de cette humidité, plus il en rentre dans les chairs, ce qui doit augmenter d'autant plus le poids des chairs; ainſi il doit être entré une plus grande quantité de ſel dans la chair le 3me & le 4me jour, qu'il n'en eſt ſorti de parties aqueuſes, & le ſel qui s'y introduit doit être en plus grande quantité que la liqueur qui lui ſert de véhicule: mais en quelque petite quantité que ſoit cette liqueur, elle y eſt pourtant néceſſaire pour l'augmentation du poids. Si l'on prend la précaution de ſécher tous les jours le ſel, ou bien ſi on en met de nouveau à la place de celui qui eſt humecté, la chair diminuë toûjours de poids.

J'ai mis 16 gros de chair de mouton avec du ſel marin bien ſec, je l'ai changée tous les jours en y mettant de nouveau ſel. Le 1er jour la chair s'eſt trouvée diminuée de 4 gros 2 grains, le 2^{d} jour elle a diminué de 32 grains, le 3me jour de 36 grains, & le 4me de 30 grains, elle a donc diminué de 5 gros 28 grains en quatre jours. Sel marin.

J'ai fait la même expérience avec l'alun renouvellé tous les jours. Le 1er jour la chair a diminué de 3 gros, le 2^{d} jour de 2 gros 4 grains, le 3me jour de 40 grains, & le 4me de 24 grains. Elle a diminué de 5 gros 68 grains en quatre jours. Alun.

Quoique les vitriols ſe ſoient chargés d'humidité, ils n'ont point augmenté le poids de la chair le 3me ni le 4me jour, mais il faut prendre garde qu'ils ſe ſont ſimplement humectés, & qu'ils ne ſe ſont pas liquefiés, il n'y a que le vitriol verd qui n'a point été calciné, qui s'eſt très-peu liquefié, ce qui eſt cauſe qu'il a beaucoup moins diminué la chair que le même vitriol calciné. Voici encore une preuve que c'eſt l'humidité chargée de ſel qui rentre dans la chair qui en augmente le poids.

J'ai pris de la diſſolution de vitriol verd très-forte, elle contenoit cinq parties de vitriol ſur huit parties d'eau, c'eſt ce qu'elle en peut tenir en diſſolution à froid. J'y ai mis 16 gros de chair de bœuf, cette chair a diminué le 1er jour de 84 grains, & le 2me jour de 44 grains, elle a donc diminué d'un gros 56 grains en 48 heures. Le 3me jour elle a augmenté de 4 grains, & le 4me jour de 16 grains. Dans d'autres expériences faites avec la même diſſolution, la chair a quelquefois augmenté le 1er jour, & diminué le 2^{d} jour, puis elle a augmenté le 3me jour & le 4me. Diſſolution de Vitriol, très-forte.

J'ai mis 16 gros de chair dans une forte diſſolution de ſel marin, c'eſt-à-dire, qui contenoit une partie de ſel marin ſur trois parties d'eau. La chair a diminué le 1er jour de 22 grains, mais elle a augmenté le 2^{d} jour de 26 grains, le 3me jour de 53; elle a augmenté le 4me jour de 16 grains. Diſſolution de Sel marin, forte.

Dans une autre expérience je n'ai mis qu'une partie de ſel ſur ſept parties d'eau. La chair a augmenté dès le 1er jour Diſſolution de Sel marin, foible.

de 44 grains, le 2^d jour de 46 grains, le 3me jour de 31 grains, & le 4me de 5 grains, ce qui fait en tout un gros 54 grains dont elle a augmenté. Ces expériences prouvent bien que la quantité de liqueur jointe au ſel, produit l'augmentation du poids de la chair.

Diſſolution d'Alun.

La diſſolution d'alun qui ne contenoit qu'une partie d'alun ſur ſept parties d'eau, qui eſt tout ce qu'elle en peut tenir en diſſolution à froid, a fait diminuer 16 gros de chair, le 1er jour, de 22 grains, mais le 2^d jour elle a augmenté d'un gros, le 3me jour de 52 grains, & le 4me de 6 grains ſeulement.

Dans d'autres expériences que j'ai faites avec la même diſſolution, les chairs ont augmenté de poids les deux premiers jours, puis elles ont diminué les deux derniers ; j'ai même une expérience où la chair n'a ni diminué ni augmenté le 4me jour.

Diſſolution de Vitriol bleu.

La forte diſſolution de vitriol bleu qui contenoit une partie de ce vitriol ſur deux parties d'eau, a fait une diminution plus forte le 1er jour que la diſſolution des autres vitriols, du ſel marin & de l'alun. J'ai mis 16 gros de chair de mouton dans cette diſſolution de vitriol bleu, la chair a diminué le 1er jour de 3 gros 11 grains, & de 61 grains le 2^d jour, enſorte qu'en deux jours elle a diminué de 4 gros; elle a augmenté le 3me jour de 19 grains, & le 4me de 32 grains.

Mais dans d'autres expériences faites avec la même diſſolution, la chair a moins diminué le 1er & le 2^d jour, & a plus augmenté le 3me & le 4me jour.

Diſſolution de Vitriol blanc.

La diſſolution forte de vitriol blanc, qui contenoit deux parties de vitriol ſur trois parties d'eau, a diminué 16 gros de mouton pendant les trois premiers jours de 2 gros 44 grains; le 1er elle a diminué d'un gros 63 grains, le 2^d jour de 18 grains, le 3me jour de 35 grains, c'eſt 2 gros 44 grains en trois jours : elle a augmenté le 4me jour de 20 grains. Dans une autre expérience la chair a diminué le 1er jour d'un gros 30 grains, le 2^d de 26 grains, & le 3me de 10 grains ; elle

a diminué en tout de 2 gros 66 grains; elle a augmenté de 18 grains le 4me jour.

Je pourrois rapporter bien d'autres expériences faites sur différents sels, pour prouver que l'augmentation de poids dans les chairs ne vient que du sel qui s'y introduit par le moyen de l'eau qui lui sert de vehicule, mais je crois que celles que je viens d'exposer suffisent.

Après avoir donné les expériences que j'ai faites sur les terres, les gommes & les sels, je vais donner celles que j'ai faites sur les esprits volatils, tant acides que sulfureux. Pour ce qui regarde les esprits acides, on ne peut les employer purs, à moins qu'ils ne soient très-foibles, comme sont quelques esprits de vitriol qui ne sont point rectifiés. Les esprits de nitre & de sels purs, aussi bien que l'huile de vitriol, cuisent la chair de maniére qu'ils la reduisent, pour ainsi dire, en pâte.

Il a donc fallu affoiblir ces esprits avec de l'eau à proportion de leur force.

J'ai mêlé 4 onces de bon esprit de sel avec 2 onces d'eau commune, que j'ai mises dans un poudrier de verre avec trois morceaux de chair de mouton, pesant chacun 16 gros : je les ai distingués par des fils que j'y ai attachés. Je les ai pesés tous les 24 heures pendant quatre jours. Le premier morceau est diminué le 1er jour d'un gros 40 grains, le 2^{d} jour de 22 grains, le 3me jour de 63 grains, & le 4me jour de 6 grains : il a diminué de 2 gros 56 grains en quatre jours. Esprit de Sel.

Le second morceau est diminué le 1er jour d'un gros 40 grains, le 2^{d} jour de 36 grains, le 3me jour de 10 grains, & le 4me jour de 21 grains : il a diminué de 2 gros 35 grains en quatre jours.

Le troisiéme morceau est diminué le 1er jour d'un gros 47 grains, le 2^{d} jour de 6 grains, le 3me jour de 21 grains, & le 4me jour de 27 grains : il a diminué en tout de 2 gros 29 grains en quatre jours. Ces morceaux de chair avoient l'odeur de la viande cuite; ils étoient fermes, & de couleur cendrée.

Voilà trois morceaux qui ont diminué chacun d'une maniére différente les uns des autres, quoiqu'ils eussent été coupés tous trois de la même piéce, & qu'ils ayent trempé en même temps dans la même liqueur. Nous avons vû ci-dessus la même chose dans trois morceaux de chair que nous avons mis avec le sel commun; ce qui me paroît dépendre de ce que dans chacun de ces trois morceaux, il y a de la chair de differents muscles dont le tissu des fibres est plus serré dans certains muscles que dans d'autres : cela est encore occasionné parce qu'il y a plus de parties tendineuses dans les uns que dans les autres, & les tendons contiennent moins d'humidité que les parties charnuës; ainsi il ne faut pas s'attendre de voir précisément les mêmes diminutions que j'ai trouvées, quoiqu'on prenne la même quantité de chair, & les mêmes matiéres dont je me suis servi. Les expériences faites dans des temps chauds doivent estre un peu différentes de celles qui sont faites dans des temps froids; mais toutes ces différences sont peu considérables.

Esprit de Nitre.

Le mêlange de bon esprit de nitre avec égale partie d'eau, n'a pas produit une plus grande diminution que l'esprit de sel; mais la chair a diminué davantage avec le mêlange d'huile de vitriol & d'eau, quoiqu'il y eût trois fois autant d'eau que dans le mêlange d'esprit de nitre, & six fois autant que dans l'esprit de sel.

Huile de Vitriol.

J'ai mêlé une once d'huile de vitriol distillée clair, bien concentrée & très-pesante, elle est à l'eau comme 28 à 15, avec 3 onces d'eau. Je l'ai mise dans un poudrier de verre avec 16 gros de chair de bœuf, elle étoit diminuée 24 heures après d'un gros 60 grains, le 2^{d} jour elle étoit diminuée de 24 grains, le 3me jour de 31 grains, & le 4me de 28 grains; elle a donc diminué de 3 gros 11 grains en quatre fois 24 heures : la chair étoit ferme, pâle dedans & dehors. Si l'on ne met qu'une once & demie d'eau avec une once de cette huile de vitriol, la chair se cuit en deux ou trois jours, en sorte qu'elle se brise & s'étend sous les doigts comme

de

de la cire molle. Tous ces esprits acides ne prennent aucune teinture avec les chairs.

L'esprit de vin a fait à peu près la même diminution. J'y ai mis 16 gros de chair de mouton, elle s'est trouvée diminuée au bout de 24 heures de 2 gros 10 grains, le 2^d jour elle a diminué de 35 grains, le 3me de 24 grains, & le 4me de 55 grains; elle a diminué en quatre jours de 3 gros 52 grains : la chair étoit ferme, pâle, & n'a donné aucune teinture à l'esprit de vin. J'ai trouvé dans une seconde expérience, que la chair n'a diminué que de 3 gros 19 grains. Esprit de Vin.

J'ai mis la même quantité de chair dans l'esprit de vin tartarisé, elle a diminué en quatre jours de 4 gros 8 grains. Esprit de Vin tartarisé.

L'esprit de vin camphré a produit la même diminution; elle a diminué en tout de 4 gros 3 grains. La chair s'est trouvée de même consistence & de même couleur dans l'esprit de vin tartarisé, & l'esprit de vin camphré, que dans le simple esprit de vin, & tous ces esprits n'ont pris aucune couleur. Ces expériences varient comme la précédente, non-seulement par rapport aux chairs, comme nous l'avons dit, mais encore par rapport à la force des esprits, & de leur impregnation de sel, de camphre, &c. Esprit de Vin camphré.

De toutes les expériences rapportées dans ce Mémoire, on peut établir en général deux especes d'astringents. Les premiers absorbent simplement l'humidité, & ne laissent échapper aucunes parties salines ou autres qui puissent s'introduire dans les chairs, & les empêcher de contracter une mauvaise odeur. C'est ce que nous avons remarqué dans toutes les matiéres terreuses, dans la plûpart des plantes astringentes, dans quelques gommes & résines, & dans quelques matiéres animales dont nous avons parlé.

Les astringents de la seconde espece absorbent l'humidité, mais leurs parties salines & sulfureuses se dégagent, pénétrent la substance des chairs, & les préservent de corruption, c'est ce que nous avons vû dans les chairs mises avec des plantes astringentes, des gommes & des parties animales, ce qui a été prouvé par les expériences faites avec les sels & les esprits

acides & sulfureux, que nous avons rapportées, mais encore avec beaucoup d'autres plantes & sels.

Mais dans toutes les expériences que j'ai rapportées sur les sels; les vitriols & l'alun qui sont reconnus pour les sels les plus astringents, ont absorbé le plus d'humidité; & quoique ces sels s'introduisent dans les chairs, & doivent par conséquent en augmenter le poids, les chairs deviennent constamment plus legéres dans le même temps qu'il s'y introduit des parties salines; il faut donc qu'il s'échappe plus d'humidité des chairs, qu'il n'y entre de parties salines accompagnées de parties aqueuses. Nous avons remarqué que la chair augmente de poids dans l'alun & le sel commun le 3[me] & le 4[me] jour, nous en avons donné les raisons ci-dessus *.

* p. 44.

J'aurois pû abbreger plusieurs de ces expériences, en marquant seulement la quantité dont ces chairs ont diminué & augmenté en quatre jours, mais ces diminutions & ces augmentations ont été bien différentes les unes des autres dans les différentes expériences; j'ai crû qu'on pourroit en tirer des conséquences particuliéres, lorsque l'on en recherchera les causes, ce qui m'a obligé de ne point négliger le détail des diminutions & des augmentations qui sont arrivées chaque jour.

Tous ces astringents doivent absorber plus d'humidité, & agir plus efficacement sur les parties d'un corps vivant, qui sont chaudes, & toûjours prêtes à se mettre en contraction par les esprits animaux qui y coulent incessamment.

Ces expériences pourront engager les praticiens qui seront obligés de se servir des astringents, à choisir ceux dans lesquels la chair n'a contracté aucune mauvaise odeur, ou du moins ceux dans lesquels elle en a le moins contracté principalement en Eté.



SUR LA PARALLAXE DE LA LUNE.

Par M. GODIN.

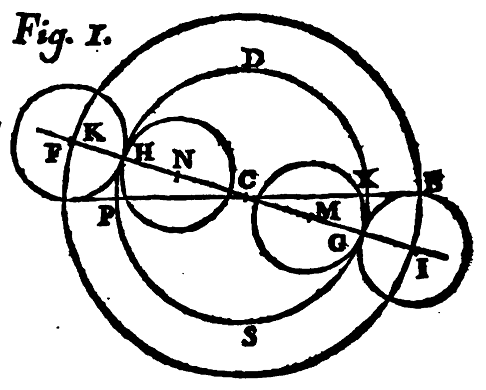
LA Parallaxe d'un Aſtre eſt l'angle ſous lequel le demi-diametre de la Terre ſeroit vû du centre de cet Aſtre; elle varie ſuivant les diſtances de l'Aſtre à la Terre & ſuivant ſes différentes hauteurs ſur l'horiſon ; à même diſtance de la Terre, la parallaxe horiſontale eſt la plus grande de toutes, & étant une fois connuë, on en déduit aiſément celles qui à la même diſtance de la Terre conviennent à tous les degrés de hauteur ſur l'horiſon. 6 Janvier 1732.

Il eſt important de connoître la parallaxe horiſontale de la Lune; c'eſt ſur cet élément qu'eſt fondé le calcul des Eclipſes, & elle ſert outre cela à trouver la diſtance de la Lune à la Terre. Voici quelques méthodes pour la déterminer immédiatement par les obſervations, avec une grande facilité & toute l'exactitude qu'on peut eſperer.

La Parallaxe horiſontale de la Lune pour un temps donné, ou pour un point quelconque de ſon orbite, eſt égale à la ſomme du demi-diametre de l'ombre de la Terre, vû dans l'orbe de la Lune, & du demi-diametre apparent du Soleil dans le même temps diminué de ſa parallaxe horiſontale. Cette Regle, qui eſt de l'invention de Képler, eſt démontrée en pluſieurs endroits. Je ſuppoſe néantmoins ici pour plus de facilité que le Soleil n'a point de parallaxe ſenſible, & que ſon demi-diametre vû de la Terre ou de la Lune ne differe pas ſenſiblement ; il ſera aiſé, ſi l'on veut, d'avoir égard à la différence que cette ſuppoſition pourroit cauſer dans la parallaxe horiſontale de la Lune. Je ſuppoſe encore que l'ombre dans laquelle la Lune eſt plongée dans le temps de l'Eclipſe, & dont les bords apperçûs ſur ceux de la Lune

indiquent le commencement ou la fin de l'Eclipse, est la véritable ombre du Globe de la Terre, quoique je sçache bien qu'elle est en effet l'ombre formée par le Globe de la Terre environné d'une Atmosphere, & qu'il faudroit par cette raison diminuer le diametre de l'ombre que je trouverai par les méthodes suivantes, ou la parallaxe horisontale de la Lune que j'en déduirai, de la quantité dont l'ombre observée est augmentée à cause de l'Atmosphere terrestre; mais comme cette quantité est encore inconnuë, j'ai mieux aimé la négliger dans des méthodes qui sont générales, sauf à faire cette correction lorsqu'on aura pû la déterminer par des observations, & qu'on voudra construire effectivement une Table des Parallaxes de la Lune.

Première Méthode.



Soit *SDPG* l'ombre de la Terre dans l'orbe de la Lune, *BP* l'Ecliptique, & *IF* l'orbite de la Lune, dont le nœud se trouve au centre *C* de l'ombre dans le temps d'une opposition; en ce cas, l'Eclipse de Lune sera centrale; soit aussi *BX* égale au demi-diametre du Soleil au temps de cette opposition, *CB* en négligeant la parallaxe du Soleil sera la parallaxe horisontale de la Lune pour le point de son orbite où elle est au temps de cette opposition. Dans ce cas d'une Eclipse centrale, il est fort aisé de trouver la valeur de cette parallaxe *CB;* car puisque *IF* est l'orbite de la Lune, lorsque l'Eclipse commencera au point *G,* le centre de la Lune sera en *I,* & de même ce centre sera en *F,* lorsque l'Eclipse finira au point *H.* De plus ce centre sera en *M* au moment de l'immersion totale, & en *N* au moment de l'émersion: mais

par l'obſervation de ces quatre phaſes on aura en temps les valeurs de IF & de MN. Pour les connoître en parties de cercle, on ſe ſervira du mouvement horaire de la Lune au Soleil au temps de cette Eclipſe, que l'on peut avoir immédiatement & indépendemment de ce que l'on cherche ici: & l'on fera cette régle

Comme 3600'' d'heure = 1^h

ſont au mouvement horaire de la Lune au Soleil réduit en ſecondes,

Ainſi IF ou MN en ſecondes d'heure

eſt à IF ou MN en ſecondes de degré.

On aura donc IC & MC leurs moitiés en ſecondes de degré; mais ajoûtant à MC le demi-diametre horiſontal de la Lune connu en ſecondes de degré, on aura CG demi-diametre de l'ombre, & de CI ôtant ce même demi-diametre IG, on aura encore CG ou CX, à quoi ajoûtant XB, on aura la parallaxe horiſontale de la Lune.

Dans cette recherche les obſervations de l'immerſion & de l'émerſion doivent être préférées à celles du commencement & de la fin, à cauſe de la difficulté de diſtinguer préciſément celles-ci.

On peut encore employer deux phaſes égales obſervées en doigts vers le commencement & vers la fin de l'Eclipſe; ſi les phaſes ſont de ſix doigts, la moitié de la différence entre les deux inſtants de l'obſervation, étant convertie en ſecondes de degré, eſt elle-même le demi-diametre de l'ombre, parce que dans la phaſe de 6 doigts le centre de la Lune eſt au bord de l'ombre: ſi les phaſes ſont de moins que 6 doigts, ayant converti en ſecondes de degré la différence entre les moments des obſervations, on ôtera de la moitié de cette différence le ſupplément à 6 doigts de la phaſe obſervée, lequel ſupplément on réduira auparavant en ſecondes de degré par le moyen du diametre de la Lune qu'on connoît par obſervation. Si au contraire les phaſes ſont de plus de 6 doigts, on ajoûtera à cette moitié de l'intervalle en temps réduit en parties de cercle, la différence de la phaſe obſervée à 6 doigts

réduite comme je viens de dire. Dans ces deux cas la différence ou la somme sera le demi-diametre de l'ombre, d'où on déduira la parallaxe horisontale de la Lune.

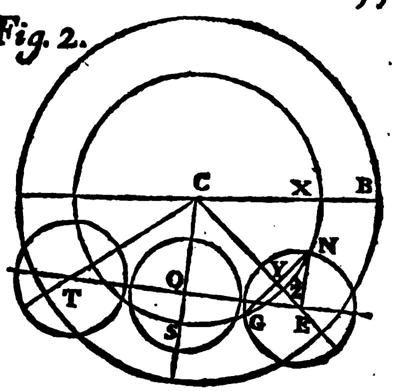
Mais comme il est presque impossible qu'il y ait une Eclipse absolument centrale, & que la Lune a toûjours quelque latitude dans ses oppositions avec le Soleil, on pourroit employer quelques corrections à la méthode précédente suivant les différentes distances du nœud au point *C* de l'opposition, ou, ce qui est la même chose, suivant les différentes latitudes de la Lune, & aussi suivant les différentes phases que l'on observeroit; mais il faudroit pour employer ces corrections avec précision, être sûr de la latitude de la Lune dans son opposition, ce qui n'est pas sans difficulté; c'est ce qui fait que quoique j'aye une Table de ces corrections pour les phases de 0, 3, 6, 9 & 12 doigts, & jusqu'à 15′ de latitude de la Lune, je n'en ajoûterai rien davantage à présent, d'autant plus que j'en pourrai déduire dans une autre occasion une méthode *a posteriori*, de déterminer la latitude de la Lune dans ses oppositions écliptiques quelconques.

Seconde Méthode.

On peut trouver la parallaxe horisontale de la Lune par l'observation d'une seule phase, telle qu'elle soit. Si on la prend vers 6 doigts, on aura la parallaxe avec plus de précision.

Figure 2. *La lettre* Y *est commune aux deux points auprès desquels elle est placée.*

Soit une phase *Y* dont on mesure avec le Micrometre le diametre *YZ*, & la distance *GN* entre les cornes de cette phase; on aura donc *YZ* & *GN* ou sa moitié *YN* en secondes de degré. Mais à cause du triangle rectangle *YNE*, si du quarré de *EN* demi-diametre de la Lune, on ôte le quarré de *YN*, il restera le quarré de *EY*, & par conséquent on aura la valeur de *EY*, on aura donc aussi *ZY*; & si l'on fait comme *ZY* à *YN*, ainsi *YN* a un 4.me terme; ajoûtant à ce 4.me terme la grandeur *ZY*, la somme sera le diametre entier de l'ombre, d'où l'on déduira la parallaxe horisontale de la Lune.



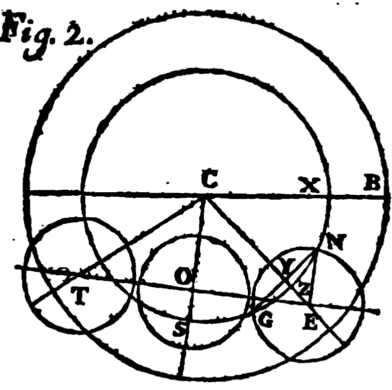
Mais cette méthode, toute simple qu'elle est, ne donnera pas apparemment une grande précision, à cause que *YZ* sera toûjours fort petite par rapport au diametre entier de l'ombre. C'est pourquoi il y a lieu de croire qu'on s'en tiendra aux deux méthodes qui suivent, & qui sont très-faciles dans la pratique : l'une est pour les Eclipses partiales, & l'autre pour les totales. Je n'y employe que les observations qu'on a coûtume de faire dans les Eclipses, & sur-tout je n'y fais aucun usage du commencement ni de la fin, à cause que ces phases sont trop incertaines.

Troisiéme Méthode pour les Eclipses partiales.

Je choisis deux phases égales observées vers le commencement & vers la fin de l'Eclipse, le centre de la Lune étant en *E* dans la premiére phase, & en *T* dans la seconde. Par la distance en temps entre ces deux phases, on trouve la grandeur *ET*, & sa moitié *EO* en temps & en parties de degré comme dans la premiére méthode. Par la phase observée *YZ* comparée au demi-diametre de la Lune *YE*, on a *ZE*, & par la plus grande phase observée en *S*, on trouve *OS*, qui sera toûjours la différence entre la grandeur de l'Eclipse & le demi-diametre de la Lune. Figure 2.

Ces choses étant connuës, on fera une somme du quarré de *EO* & de celui de *SO*; & ôtant de cette somme le quarré de *ZE*, on divisera le reste par la somme de *ZE* & de *SO* dans les Eclipses de plus de 6 doigts, & au contraire par la différence de *ZE* à *SO* dans les Eclipses moindres que 6 doigts ; enfin dans les Eclipses qui seroient exactement de 6 doigts, *SO* deviendroit nulle, & par conséquent il n'y auroit qu'à diviser la différence du quarré de *EO* au quarré de *ZE* par *ZE* seule.

Dans tous ces cas on aura au quotient le diametre entier de l'ombre, dont la moitié ou le demi-diametre servira à trouver la parallaxe horisontale de la Lune comme on a fait ci-devant.



Démonstration. COE est un triangle rectangle. Soit CS ou $CZ (x)$. $EO (a)$. $OS (b)$. $ZE (c)$. CE sera $x+c$. On aura donc $CE^2 - EO^2 = OC^2$, c'est-à-dire, pour les Eclipses de plus de 6 doigts, ou $CO = CS - SO (x - b)$

$$xx + 2cx + cc - aa = xx - 2bx + bb;$$

D'où l'on tire $2x = \frac{aa+bb-cc}{c+b}$.

2.° Pour les Eclipses de moins de 6 doigts, ou $CO = CS + SO (x+b)$

$$xx + 2cx + cc - aa = xx + 2bx + bb;$$

D'où l'on tire $2x = \frac{aa+bb-cc}{c-b}$.

3.° Pour les Eclipses de 6 doigts justes, ou $CO = CS (x)$

$$xx + 2cx + cc - aa = xx;$$

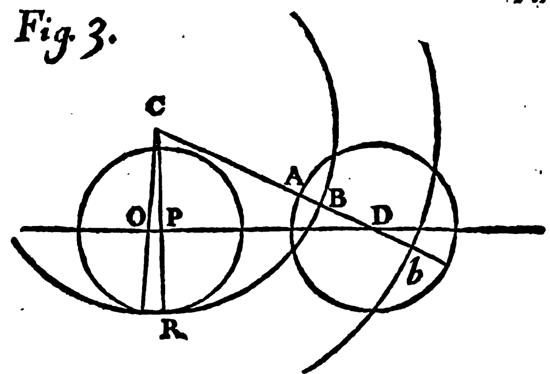
D'où l'on tire $2x = \frac{aa-cc}{c}$.

Quatrième Méthode pour les Eclipses totales.

Figure 3. Soit C le centre de l'ombre, CR ou CB son demi-diametre. Je choisis une phase AB observée vers le commencement de l'Eclipse, le centre de la Lune étant en D sur son orbite DO; & soit une autre phase semblable observée vers la fin de l'Eclipse: Si l'on a observé l'immersion totale, le centre de la Lune étant en P & l'émersion ; par le temps observé entre les deux phases semblables, on aura en secondes de degré la grandeur DO, & par l'immersion & l'émersion la grandeur PO. Cela posé,

Faites

Faites une somme des quarrés de *DO* & de *PR*, qui est le demi-diametre observé de la Lune, ôtés de cette somme les deux quarrés de *PO* & de *DB*; le reste étant divisé par la somme de *PR* & de *DB*, si la phase observée est moindre ou égale à 6 doigts, ou par leur différence, si la phase observée est de plus de 6 doigts, le quotient sera égal au double de *CR* ou *CB*, c'est-à-dire, au diametre entier de l'ombre, d'où l'on tirera le demi-diametre, & par conséquent la parallaxe horisontale de la Lune.



Démonstration de cette Regle.

Soit le demi-diametre de l'ombre *CB* ou *CR* (x). *DO* (a). *PO* (b). *DB* (c). *CD* dans les phases de moins de 6 doigts sera $x+c$, & dans celles de plus de 6 doigts $x-c$. Soit *PR* demi-diametre de la Lune d, *CP* sera $x-d$. A cause des triangles rectangles *CDO*, *CPO*, on aura $CD^2 - DO^2 = CO^2$, & $CP^2 - PO^2 = CO^2$, c'est-à-dire, pour les phases de moins de 6 doigts $xx+2cx+cc-aa = xx-2dx+dd-bb$, d'où l'on tire $2x = \frac{aa+dd-bb-cc}{c+d}$, & dans les phases de plus de 6 doigts $xx-2cx+cc-aa = xx-2dx+dd-bb$, d'où l'on tire $2x = \frac{aa+dd-bb-cc}{d-c}$.

Dans le cas d'une Eclipse totale *sine morâ* *PO* devient nulle, ce qui détruit b dans le calcul précédent.

Si par plusieurs observations correspondantes au commencement & à la fin de l'Eclipse, on avoit déterminé le temps du milieu de l'Eclipse, on pourroit avoir la valeur de *DO*

& de *PO* indépendemment des phases correspondantes aux phases en *D* & en *P*, dont les correspondantes pourroient n'être pas observées ; ce qui suffiroit toûjours pour nôtre regle.

On voit donc qu'il n'y aura pas d'Eclipses, où l'on ne puisse employer ces methodes, & les repeter plusieurs fois dans la même Eclipse, pour en tirer la Parallaxe horisontale de la Lune dans le lieu de son orbite, où elle sera dans le temps de chaque Eclipse.

Lorsque par l'observation d'une Eclipse centrale, ou presque centrale, on a déterminé le milieu, on pourra donc trouver la Parallaxe horisontale de la Lune par le moyen d'une seule phase. Cette phase est plus exactement prise vers 3 ou 9 doigts; mais si l'Eclipse est totale, & que la Lune ait alors une latitude considérable, on employera deux observations de phases ou devant ou après le milieu ; enfin si l'Eclipse est partiale, il ne faudra que l'observation d'une seule phase avec la quantité de l'Eclipse dans son milieu.

Voici maintenant quelques exemples de ces methodes dans des Eclipses observées exactement.

Premier Exemple par la premiére Méthode.

Le 29 Octobre 1678 il y eut une Eclipse presque centrale de Lune, observée exactement par M.rs Cassini, Roemer & de la Hire.

Voy. Mem. de l'Acad. Tom. 10. p. 612.

A $6^h 56' 30''$ du soir l'Eclipse étoit de 3 doigts dans l'Immersion.

7	41	0	Immersion.
9	21	30	Emersion.
10	6	15	3 doigts dans l'Emersion.

Ces phases données, on aura entre les phases de 3 doigts $3^h 9' 45''$, ou 11385'' horaires, mais le mouvement horaire de la Lune au Soleil étoit alors de 1992'' de degré ; c'est pourquoi on fera par la premiére Methode

comme 3600'' horaires
sont à 1992'' de degré ;

ainsi 11385″ horaires
sont à 6300″ de degré,

qui valent 1° 45′ pour la distance entre les centres de la Lune dans les phases de trois doigts tant au commencement qu'à la fin de l'Eclipse. De la moitié de cette distance, qui est 52′ 30″, ôtés la distance entre le centre de la Lune & le bord de l'Ombre, qui est un quart du diametre de la Lune au temps du milieu de l'Eclipse, à cause de la Phase observée de 3 doigts qui valent 8′ 8″, le diametre de la Lune resultant par les autres diametres observés à différentes hauteurs de 32′ 30″, le reste 44′ 22″ sera le demi-diametre de l'Ombre qui peut être regardé comme exact, parce que la Lune n'avoit qu'une minute environ de latitude dans cette Eclipse : enfin si à 44′ 22″ demi-diametre de l'Ombre, on ajoûte le demi-diametre du Soleil de 16′ 13″, la somme 60′ 35″ sera la Parallaxe horisontale de la Lune.

Si nous employons de même l'Immersion & l'Emersion, nous trouverons pour l'intervalle entre ces deux phases 1h 40′ 30″ = 6030″ horaires qui répondent par la regle ci-dessus à 3337″ de degré, ou 55′ 37″, dont la moitié est 27′ 48″ ½. Ayant ajoûté à cette moitié le demi-diametre de la Lune de 16′ 15″, la somme 44′ 3″ ½ sera le demi-diametre de l'ombre, & ajoûtant encore le demi-diametre du Soleil de 16′ 13″, on aura 60′ 17″ pour la parallaxe horisontale de la Lune dans le point de son orbite où elle étoit au temps de cette Eclipse, qui ne differe de la précédente que de 18″.

Second Exemple par la troisiéme Méthode.

Le 15 Mars 1699 M.rs Cassini & de la Hire observerent une Eclipse partiale de Lune qui est rapportée dans les Mémoires. La plus grande phase fut de 8d 20′ pour *S (Fig. 2.)* par conséquent *OS* étoit de 2d 20′ ; & supposant que le diametre de la Lune étoit par l'observation de 31′ 16″, on aura 1 doigt = 2′ 36″ & *OS* = 6′ 4″ = 364″. Je prends pour mon calcul la phase de 3 doigts 10′ observée par M.

Voy. les Mem. 1699. p. 13. & suiv.

de la Hire à $8^h 28' 15''$. Je prends le milieu, tel qu'il a été conclu par plusieurs observations correspondantes, à $7^h 23' 4''$. La différence de la phase de $3^d 10'$ au milieu de l'Eclipse sera donc de $1^h 5' 11'' = 3911''$ horaires pour *EO*, qui réduit en secondes de degré par le moyen du mouvement horaire de la Lune au Soleil, qui étoit alors de $1867''$ de degré, donnera $2028''$ de degré : mais la phase *YZ* étant de $3^d 10'$, on aura *EZ* de $2^d 50' = 443''$.

Faisant donc une somme du quarré de *EO* $2028''$ & de celui de *OS* $364''$, on ôtera de cette somme le quarré de *EZ* $443''$, le reste étant divisé par $EZ + OS$, c'est-à-dire, par $807''$, on aura au quotient $5017''$, dont la moitié $2508 \frac{1}{2}$ ou $41' 48'' \frac{1}{2}$ sera le demi-diametre de l'ombre, à quoi ajoûtant le demi-diametre du Soleil de $16' 8''$, on aura $57' 56'' \frac{1}{2}$ pour la parallaxe horisontale de la Lune dans le point de son orbite où elle étoit alors.

Troisième Exemple par la quatrième Méthode.

Voy. Mem. de 1729. p. 346.

J'observai le 8 Août 1729 une Eclipse totale de Lune, dans laquelle la Lune avoit $7' \frac{1}{4}$ de latitude environ.

Je la déterminai de 6 doigts 30' à	11^h	$51'$	$37''$ dans l'immersf.
L'immersion totale arriva à....	12	19	32
L'émersion à	13	58	55
D'où j'ai conclu le milieu à...	13	9	13

La distance de la phase de 6 doigts 30' au milieu de l'Eclipse est de $1^h 17' 36'' = 4656''$ horaires, & la distance de l'immersion au milieu de l'Eclipse est de $49' 41'' = 2981''$ horaires, mais le mouvement horaire de la Lune au Soleil (déduit des Tables) étoit alors de $1945''$ de degré; donc pour réduire les deux intervalles horaires en secondes de degré

$$3600'' \left| \begin{matrix} 4656'' \\ 2981 \end{matrix} \right| \left| 1945'' \right| \begin{matrix} 2516'' \\ 1611 \end{matrix} \text{ de degré.}$$

Figure 3. Ce qui donne $2516''$ de degré pour *DO*, & 1611 pour *PO*; mais *PR* demi-diametre de la Lune étoit alors de $948''$, &

$Db = \frac{1}{2}$ doigt étoit par conséquent de $79''$. Donc suivant le second cas de la 4.me méthode, à cause que la phase observée est de plus de 6 doigts, on aura $\frac{DO^2 + PR^2 - Db^2 - PO^2}{PR - Db} = 2Cb$; d'où l'on trouve $Cb = 2662'' \frac{1}{2}$ ou $44' \, 22'' \frac{1}{2}$ pour le demi-diametre de l'ombre.

Si l'on choisit dans cette même Eclipse la phase de 4 doigts observée par M. Cassini à $11^h \, 39' \, 10''$, on aura pour DO $2919''$ de degré; PO & PR restent les mêmes, & $DB = 2$ doigts à cause de la phase observée de 4 doigts sera de 316, & parce que l'Eclipse est moindre que 6 doigts, on aura par le premier cas de la 4.me méthode

$$\frac{DO^2 + PR^2 - DB^2 - PO^2}{PR + DB} = 2CB.$$

D'où l'on trouvera $CB = 2659 \frac{5}{6}$ ou $44' \, 20''$ pour le demi-diametre de l'ombre, qui ne differe que de $2'' \frac{1}{2}$ de celui qu'on a trouvé par la phase de $6^d \frac{1}{2}$, ce qui fait voir en même temps que les observations s'accordent très-bien entr'elles.

Si à $44' \, 21''$ que je prends pour demi-diametre de l'ombre, on ajoûte $15' \, 53''$ demi-diametre du Soleil, la somme $60' \, 14''$ sera la parallaxe horisontale de la Lune dans le lieu de son orbite où elle étoit au temps de cette Eclipse.

On a pris dans ces Exemples les diametres de la Lune tels qu'ils ont été observés ou donnés par les Tables au milieu de chaque Eclipse, & l'on a pris aussi l'ombre telle qu'elle a paru dans l'observation. Or ces deux grandeurs augmentent en même proportion, mais plus ou moins, suivant la hauteur de la Lune sur l'horison au temps de l'Eclipse, & de plus l'ombre, comme je l'ai déja remarqué, est l'ombre totale plus grande que celle qui seroit formée par le corps de la Terre seulement, il y a donc quelques corrections à faire aux calculs précédents. Pour ce qui est du diametre de l'ombre, on peut s'en tenir à la correction que M. de la Hire donne dans ses Tables, où il la fait d'une minute, qu'il faut par conséquent retrancher des diametres de l'ombre trouvés dans les exemples précédents. Cette ombre, ainsi corrigée,

doit encore être diminuée de la quantité dont elle a été augmentée à cause de sa hauteur sur l'horison dans le temps de l'Eclipse, ce qui se fait dans le même rapport que le diametre de la Lune augmente par la même raison, ainsi cela ne veut dire autre chose, sinon qu'il faut réduire le diametre de l'ombre au diametre horisontal, & c'est à son demi-diametre ainsi corrigé, qu'il faut ajoûter le demi-diametre du Soleil diminué de sa parallaxe horisontale pour avoir la vraye parallaxe horisontale de la Lune. D'où l'on voit qu'il n'y a point d'autre correction à faire, & que le diametre de la Lune que j'employe tel qu'il est observé dans le temps même de l'Eclipse, est effectivement celui qu'il faut employer dans cette recherche ; car si l'observateur étoit au centre de la Terre, les diametres apparents de l'ombre & de la Lune seroient aussi les véritables, & n'auroient besoin d'aucune correction pour donner la parallaxe, mais ces diametres sont augmentés dans un même rapport pour un point de la superficie de la Terre. Donc pour trouver la grandeur de l'ombre telle qu'elle a paru, & qui est la seule qu'on peut employer dans ces calculs, il faut se servir du diametre de la Lune tel qu'elle a paru aussi ; mais quand on a déterminé la grandeur du diametre de l'ombre qui seroit celle que l'on auroit observée immédiatement, si l'ombre pouvoit être apperçûë indépendamment de la Lune, on doit réduire ce diametre comme j'ai dit, pour en déduire la parallaxe horisontale de la Lune.

A l'égard de l'exactitude & de la précision que l'on peut attendre de ces méthodes, elle sera la même que celle des observations ; il est sûr que s'il y a de l'erreur dans celles-ci, elle rejaillira dans les Parallaxes, ce qui est commun à toutes les méthodes astronomiques. Mais quels sont les autres moyens de trouver ces Parallaxes ? Il n'y en a aucun, que je sçache, qui ne soit fondé ou sur une partie de la théorie de la Lune, ou sur des observations beaucoup plus difficiles & plus compliquées, ou enfin que l'on ne peut faire que dans des occasions fort rares & beaucoup plus en particulier

que ne le sont les Eclipses de Lune. Il est vrai qu'il y a telles méthodes pour d'autres recherches, où l'erreur dans les *données* ne fait presque point ou fait beaucoup moins d'effet dans ce que l'on cherche à découvrir, que d'autres qu'on pourroit employer dans ces mêmes recherches; mais il n'en est pas tout-à-fait de même ici, où il n'y a pas beaucoup à choisir, du moins jusqu'à présent, pour connoître une chose aussi importante en Astronomie que l'est la Parallaxe de la Lune. Je ne négligerai pourtant pas l'examen de l'erreur que peut produire celle des observations, mais cet examen m'a paru ne pas convenir ici, & j'aurai bientôt, comme j'espere, occasion de le publier ailleurs.

Au reste cette même matiére a été traitée avant moi par deux grands Astronomes, M. Halley & M. de la Hire. Le premier donne à la fin de son *Catalogue des Etoiles Australes* quelques moyens *presque géométriques* de trouver la parallaxe de la Lune. Le troisiéme de ces moyens qui est déduit des observations des Eclipses de Lune fournit deux regles, une pour les Eclipses partiales, & l'autre pour les totales, dérivées du même principe que celles que j'ai données, quoiqu'elles soient exprimées en d'autres termes; M. Halley y employe le commencement & la fin, & ne fait point mention des corrections nécessaires du demi-diametre de l'ombre, sans doute parce qu'il a vû qu'il étoit aisé d'y faire attention de soi-même dans l'usage.

Voyés aussi Kepler, Epistolâ ad Maginum in Suplemento Ephemerid. Magini.

M. de la Hire donna en Novembre 1694 à l'Académie, un *Examen du rapport du Diametre de la Lune à celui de la Terre & de sa Parallaxe*. J'ai eu occasion de voir ce Mémoire en travaillant à la nouvelle Edition des anciens Mémoires de l'Académie, & particuliérement à l'Histoire Françoise, dans laquelle j'en ai fait mention, & j'avouë que si je l'eusse vû plûtôt, j'aurois entiérement supprimé le mien, quoiqu'il ne donne que mes deux derniéres méthodes prises d'une autre maniére & exprimées différemment, & dans lesquelles il employe, comme avoit fait M. Halley, le commencement & la fin, qui sont des phases trop incertaines.

T. 2. p. 225.

SUITE DE L'ANATOMIE DE LA POIRE.

TROISIÉME PARTIE.

Par M. DU HAMEL.

Des organes qui appartiennent plus particuliérement au Pepin.

IL y a une connexion si intime entre les Pepins & les autres parties de la Poire, que je crois ne pouvoir me dispenser de rappeller ici une legere idée de ce qui est contenu dans les deux premiéres Parties de ce Mémoire, afin que se ressouvenant bien des organes dont nous avons parlé, on puisse plus aisément concevoir la nature & la situation de ceux qui nous restent à décrire.

J'ai donc commencé le travail que j'avois à faire sur la Poire par l'examen de ses Enveloppes, ou de ses Téguments, comme les parties de ce fruit les plus apparentes.

J'en ai distingué quatre qui le recouvrent dans toute son étenduë.

1.° L'épiderme qui le défend des injures des corps extérieurs. 2.° Un corps mucqueux qui entretient & sert en quelque maniére de châsses aux glandes. 3.° Un tissu glanduleux qui filtre la liqueur de la transpiration. Enfin, la vraye peau, ou un entrelacement fort serré des vaisseaux de la Poire qui peut donner plus de solidité à ce fruit.

Sous ces enveloppes on trouve la partie charnuë de la Poire; & comme cette substance m'a paru presque entiérement formée par un entrelacement prodigieux de vaisseaux, ce sont eux qui m'ont principalement fourni le sujet de la seconde Partie.

Je

Je les y ai diſtingués en trois claſſes; ſçavoir;

Les vagues, qui ſe diſtribuent ſur le champ dans la ſubſtance charnuë de ce fruit, & ne ſervent qu'à la nourriture de cette partie.

Les ſpermatiques, qui d'abord portent la nourriture aux étamines, aux pétales, & à la ſubſtance d'où ils prennent leur origine, & que je crois être glanduleuſe; mais ces vaiſſeaux, dans la ſuite, & quand les fruits ſont fécondés, me paroiſſent deſtinés, comme les vaiſſeaux vagues, à la nourriture de la chair de la Poire.

Enfin, les vaiſſeaux nourriciers qui portent la ſéve à l'amande du Pepin, à ſes enveloppes, aux glandes de la ſubſtance que nous avons appellée *pierreuſe*, & à pluſieurs autres parties dont nous parlerons dans la ſuite.

Pour ce qui eſt des vaiſſeaux vagues & des ſpermatiques, nous n'avons rien à ajoûter à ce que nous en avons dit dans nôtre ſeconde Partie, où nous avons indiqué la place qu'ils occupent dans le fruit, & quelle eſt la diſtribution de leurs principales branches. Nous n'avons pas non plus négligé de marquer le nombre le plus ordinaire de ces vaiſſeaux, & d'indiquer les différentes ſituations où nous les avons obſervés, ſuivant les différentes groſſeurs de ces fruits. Enfin, de toutes ces obſervations nous avons tiré quelques conjectures ſur leur uſage; mais pour ceux de la troiſiéme claſſe, nous nous ſommes contentés de dire en général, & par indication ſeulement, qu'ils étoient deſtinés à porter la nourriture aux Pepins & aux parties voiſines qui ſervent plus particuliérement à leur accroiſſement, réſervant à les examiner d'une maniére plus circonſtanciée dans cette troiſiéme partie de ce Mémoire, dont l'objet eſt non ſeulement le Pepin depuis ſon origine juſqu'à ce qu'il ſoit parvenu à cet état de perfection où il eſt capable de produire un Poirier, mais encore toutes les parties qui paroiſſent contribuer le plus à ſon accroiſſement, vaiſſeaux, glandes, membranes, ſimples fibres, ſubſtance particuliére; tous ces organes feront partie du ſujet dont je me propoſe d'entretenir l'Académie,

pourvû que leurs uſages paroiſſent ſe rapporter immédiatement au Pepin. Mais pour me rendre plus clair, je ſerai obligé de faire des diviſions qui me mettent à portée d'examiner nôtre Pepin dans chacun des principaux états où on le trouve avant que de parvenir à celui de ſa perfection. Or ces diviſions s'offrent d'elles-mêmes dans la comparaiſon que j'ai faite d'après pluſieurs grands Phyſiciens, des graines des plantes avec les œufs des animaux, car les œufs commencent à être formés, enſuite ils ſont fécondés, & enfin leur incubation ſuit : trois états de nôtre Pepin, que je ſépare pour les examiner dans autant d'articles particuliers. Je commence par le premier.

De la formation du Pepin.

Je me ſuis propoſé d'examiner le Pepin dès ſa premiére origine ; mais comme on peut le découvrir, & même d'une maniére fort ſenſible, bien avant la fleur dans le temps que le bouton eſt encore entiérement fermé, je me trouve dans l'obligation d'étendre mes recherches ſur les boutons, même pour fixer le temps auquel j'ai commencé à appercevoir le Pepin, & en même temps j'aurai ſoin d'indiquer celui auquel les étamines, les pétales & les autres parties de la fleur ont commencé à ſe rendre ſenſibles.

Planche I. Fig. 1. Dans le mois de Janvier j'ai diſſéqué un de ces boutons de Poirier qu'on appelle *à fruit*. Ce bouton étoit alors fort obtus, arrondi par la pointe, & ſoûtenu par une groſſe queuë qui eſt d'une tiſſure particuliére, mais que nous réſervons à examiner dans un autre temps. Ce bouton eſt compoſé de vingt-cinq à trente écailles figurées en culeron, & qui forment une forte enveloppe aux jeunes fleurs.

Les plus extérieures de ces écailles ſont fermes, dures, calleuſes & brunes comme l'écorce des branches ; elles ſont peu veluës extérieurement, mais intérieurement & dans le fond du culeron elles ont un toupet de poils jaunes, & qui Fig. 2. jettent un reflet couleur d'or quand on les regarde du ſens convenable.

Les écailles intérieures ſont plus grandes & plus tendres que les autres, elles ſont extérieurement hériſſées de quelques poils courts, mais intérieurement elles ſont toutes garnies d'un poil de la même couleur que celui dont je viens de parler.

Enfin ſous ces écailles il y en a encore d'autres qui ſont plus petites, plus molles & toûjours veluës; celles-ci ſont d'un verd blancheâtre, fort différent de celles dont nous avons parlé en premier lieu.

Quand on a levé toutes ces enveloppes, on apperçoit les embryons des fleurs au nombre de huit ou dix, ils ſont arrangés ſur une queuë d'environ un quart de pouce de longueur, & à laquelle ils ſont attachés par des queuës fort courtes, mais qui croiſſent par la ſuite auſſi-bien que la queuë qui leur eſt commune, & deviennent plus ou moins longues ſuivant les eſpeces. Entre les boutons des fleurs qui ſont alors preſque ſphériques, on trouve pluſieurs petites feuilles de différentes figures & veluës qui rempliſſent tous les vuides, & ne contribuent pas peu à garantir les jeunes fleurs des injures de l'hyver, peut-être même pourroient-elles encore ſervir à ranimer les mouvements de la ſéve dans les jeunes productions. Planche I. Fig. 3. Fig. 4.

J'ai examiné quelques-uns de ces embryons de fleurs par le Microſcope, & extérieurement ils reſſembloient aſſés à un bouton de roſe; mais en ayant ouvert quelques-uns au foyer du Microſcope, ils m'ont paru tous velus intérieurement; j'y ai auſſi apperçû pluſieurs étamines dont les ſommets étoient encore tous blancs, & les deux olives qui les forment, confonduës enſemble. Les pétales n'étoient encore gueres apparentes, & je ne pûs découvrir les piſtiles, peut-être les confondois-je avec quelques pédicules des étamines qui avoient perdu leurs ſommets. Fig. 5. Fig. 6.

J'ai examiné de pareils boutons au mois de Mars, & j'y ai trouvé les embryons des fleurs conſidérablement groſſis, cependant ils étoient encore recouverts par les écailles du bouton, car à meſure que les embryons de fleurs groſſiſſent, Fig. 7.

les écailles intérieures du bouton augmentent auſſi de grandeur, & par cette mécanique les embryons croiſſent ſans s'expoſer entiérement aux gelées du printemps.

Ces embryons étoient donc groſſis, & en ayant expoſé quelques-uns au Microſcope, je les apperçûs mieux formés, les ſommets des étamines étoient rouges, & les pétales s'appercevoient clairement; enfin on commençoit auſſi à appercevoir les piſtiles dans le centre. A la fin de Mars les boutons commençoient cette année à s'ouvrir, & pour lors les feuillets qui recouvrent les fleurs étoient beaucoup plus grands que lorſque je les avois obſervés dans le mois de Janvier. Les petits feuillets qui ſont entre les embryons de fleurs étoient auſſi plus grands, & il y en avoit de pluſieurs figures très-différentes, les uns étant longs & pointus, d'autres arrondis, quelques-uns en fleur de lys, & pluſieurs en forme de laniére, ou ſimplement comme des filets.

Planche I. Fig. 8.

Fig. 4.

J'examinai à la Loupe quelques embryons de fleurs, & je remarquai que les parties intérieures de ce bouton n'étoient pas ſeulement recouvertes par les échancrures ou les appendices du calice qui étoient collées enſemble, mais qu'elles l'étoient encore par quelques-uns des petits feuillets dont je viens de parler, qui embraſſoient exactement le calice, & y étoient collés par une gomme fort tenuë.

Fig. 5.

J'ouvris quelques-uns de ces embryons, & j'apperçûs fort diſtinctement les deux petits corps ovales qui forment les ſommets des étamines. Ils étoient ſéparés, & ſe diſtinguoient aiſément les uns des autres.

Les piſtiles étoient fort ſenſibles, & étant coupés tranſverſalement, ils paroiſſoient au Microſcope comme remplis d'une ſubſtance cellulaire, ou plûtôt ils ne me paroiſſoient pas creux.

Les pétales s'appercevoient auſſi fort aiſément, quoiqu'ils fuſſent encore verts & plus courts que les étamines.

Enfin c'eſt alors que je commençai à appercevoir les jeunes Pepins, qui étoient renfermés deux à deux dans un épanouiſſement qui eſt à la baſe des piſtiles dans l'intérieur du fruit.

Fig. 8.

Je ne prétends pas dire qu'on n'eût pû les appercevoir plûtôt ; loin de cela, je suis persuadé qu'ils étoient formés beaucoup auparavant. Mais il n'est pas aisé de démêler des parties si petites, sur-tout étant confonduës avec un nombre d'autres organes qui commencent à se développer ; outre cela il y a une espece de glu qui enduit toutes ces fleurs, & qui empêche de les disséquer avec la propreté qui seroit nécessaire pour découvrir des parties si fines & si délicates.

Quoi qu'il en soit, l'époque de leur existence est fixée, pour cette année qui est fort tardive, tout au plus tard à la fin de Mars, & le lieu de leur formation est déterminé à la base des pistiles, lieu qu'on peut par conséquent appeller à juste titre l'*ovaire de la Poire*, & c'est tout ce que j'ai pû découvrir sur la formation du Pepin, n'ayant pû m'assûrer précisément ni du temps auquel commence cette formation, ni des organes qui y servent.

J'ai cependant commencé quelques expériences pour déterminer au juste le temps où se forment les boutons à fruit. Mais si je suis assés heureux pour en tirer tous les éclaircissements que je souhaite, elles me fourniront le sujet d'une autre dissertation. Au reste les Pepins étoient alors blancs, & de figure à peu-près semblable à ces nymphes qu'on appelle communément des *œufs de Fourmis*, & dès ce temps ils n'étoient pas sensiblement adhérents aux parois intérieurs de la loge que leur fournissoit la base des pistiles, & ils ne paroissoient tirer leur substance que par un vaisseau dont nous parlerons dans la suite.

De la fécondation du Pepin.

Le systeme de la multiplication des Plantes par des Graines qui ont reçû leur perfection du concours de deux sexes, un qui donne l'accroissement, & l'autre la fécondité, me paroît aujourd'hui assés communément reçû pour que je puisse l'adopter dans ce Mémoire ; il me semble même qu'outre plusieurs raisons particuliéres qu'on trouve rapportées dans le discours de Camerarius *de sexu Plantarum*, & dans les

Mémoires de M.[rs] Vaillant & Geoffroy *ſur la ſtructure des Fleurs*, outre encore une certaine analogie générale qui eſt en ſa faveur; il me ſemble, dis-je, que l'anatomie de nôtre fruit peut auſſi fournir quelques preuves capables d'augmenter le préjugé avantageux qu'on a conçû pour ce ſyſteme. Quand en effet on verra les parties que nous jugeons deſtinées à la fécondation, devenir de plus en plus vigoureuſes, & n'acquérir, pour ainſi dire, leur état de maturité & de perfection que dans le temps que l'œuf paroît être fécondé, ſécher & ſe détruire pour toûjours immédiatement après ce temps; ne ſe trouve-t-on pas porté à conclure (non que ce ſoit une démonſtration inconteſtable) mais par un raiſonnement ſimple & naturel; que ces organes ſi artiſtement & ſi uniformément conſtruits, ne pouvant être inutiles, peuvent ſervir beaucoup à l'œuvre de la fécondation.

J'ajoûterai encore qu'il m'a paru que le mauvais état des piſtiles influë ſur les Pepins auſquels ils répondent, & que je n'ai pû découvrir la plûpart des organes que je crois deſtinés à la nutrition du Pepin, quand je les ai cherchés dans des Poires qui avoient tous les Pepins avortés, comme cela arrive ſouvent à une eſpece de *Bon-chrétien* que je conſerve depuis long-temps.

On doit cependant avouer qu'il s'en faut beaucoup que ce ſyſteme ne ſoit à l'abri de toutes difficultés, mais en attendant qu'on ſoit parvenu à le mettre dans une entiére évidence, j'ai crû pouvoir l'adopter dans ce Mémoire, du moins comme une hypotheſe probable, & qui m'a paru aſſés d'accord avec la ſtructure des parties que nous allons décrire.

C'eſt donc ſur cette hypotheſe que nous ſuivrons la diſtinction qui a été établie entre les parties de la Poire, & nous diviſerons en deux claſſes les organes que nous appercevons dans ce fruit. Une qui comprend les organes *femelles*, ou ceux que nous croyons qui produiſent les Pepins, & qui les nourriſſent après leur fécondation juſqu'à ce qu'ils ſoient en état de produire un Poirier, & l'autre renfermera les *mâles*,

ou ceux que nous croyons opérer cette fécondation. Mais pour prendre une idée plus nette de ces parties, il faut examiner chacune de ces classes en particulier. Je commence par celle qui traite des organes que nous croyons destinés à la fécondation.

Des parties mâles de la Poire.

Vers la fin d'Avril, quand les boutons du Poirier sont entiérement épanouis, on apperçoit les embryons des fleurs séparés les uns des autres, & soûtenus par des queuës particuliéres qui vont toutes s'attacher à une queuë qui leur est commune, & qui a environ un pouce de longueur. Planche II. Fig. 1.

Quelque temps après, les cinq échancrures du calice de chacun de ces embryons se détachent les unes des autres, s'écartent, & laissent paroître un égal nombre de pétales blancs qui prennent leur origine de l'angle qui est formé par les échancrures du calice. Planche I. Fig. 9. & 10. Planche II. Fig. 2.

Ces pétales laissent entre eux un espace de quelques lignes de diametre, qui est bordé par environ une vingtaine d'étamines qui sont disposées à peu-près quatre à quatre entre les attaches de chacun des pétales. Planche I. Fig. 9. & 11. Planche II. Fig. 2.

Voilà tout ce qu'on apperçoit extérieurement. Mais par la dissection, on découvre que ces pétales & ces étamines prennent leur origine d'une substance particuliére, & que c'est à cette substance que les dix vaisseaux que nous avons nommés *spermatiques*, vont rendre & porter la nourriture. Mais avant que de chercher l'usage de ces parties, il faut les examiner chacune en particulier pour en bien connoître l'organisation.

Nous avons amplement parlé des Vaisseaux spermatiques dans nôtre seconde Partie; ainsi nous nous contenterons de rappeller ici que ce sont eux qui quittent le faisceau de l'axe un peu au dessous de la substance pierreuse, & qui vont circulairement rampant entre cette substance & les téguments dans les jeunes fruits, ou entre la substance charnuë dans les gros fruits, se rendre à la roche. Or la roche n'a pas toûjours Planche II. Fig. 2. Planche I. Fig. 11.

été dure & pierreuſe ; loin de-là, dans les jeunes fruits elle eſt fort tendre, & c'eſt cette ſubſtance que nous avons à décrire.

Planche I. Fig. 11. Planche II. Fig. 2.

Dans le temps de la fleur elle occupe un eſpace conſidérable dans cette partie du calice qui doit devenir le fruit, elle en recouvre tout le diſque ou la partie ſupérieure, elle ſe prolonge dans les échancrures du calice, elle forme au milieu une petite éminence, & eſt percée en cet endroit pour laiſſer paſſer les piſtiles auſquels elle n'eſt point adhérente : on la diſtingue aſſés bien, du reſte, de ce jeune fruit, tant par ſa couleur qui eſt blancheâtre, au lieu que le reſte eſt d'un verd foncé, que parce qu'elle eſt fort humectée, & paroît comme diviſée par petits lobes ou pelotons. Enfin, c'eſt de cette ſubſtance que les pétales & les étamines prennent leur origine.

Planche I. Fig. 12.

Les étamines ſont compoſées d'un pédicule blanc & d'un ſommet auſſi blanc, mais qui eſt marqué de beaucoup de taches rouges, ce qui le fait paroître entiérement de cette couleur. Ce ſommet eſt compoſé de deux capſules qui ſont figurées comme deux olives qui ſeroient fenduës ſuivant leur longueur, ou, pour mieux dire, comme deux noyaux de dattes attachés enſemble par le pédicule qui eſt entre deux.

Fig. 13.

Quelque temps après que la fleur eſt épanouie, ces capſules s'ouvrent par la fente ou raînure dont j'ai parlé, & alors elles repréſentent deux boucliers ou écuſſons attachés l'un à l'autre.

Fig. 14.

Ces écuſſons ſont chargés d'une pouſſiére jaune, qui étant examinée au Microſcope, reſſemble à des petites veſſies ovales qui ſont attachées aux écuſſons par des petits pédicules blancs d'une fineſſe extrême ; & comme les ſommets s'ouvrent ordinairement au lever du Soleil par une ſecouſſe, il rejaillit dans cet inſtant un petit tourbillon de cette pouſſiére qui s'attache à toutes les parties de la fleur, ce qu'on peut voir au foyer du Microſcope, en échauffant quelques-unes de ces étamines avec un Verre ardent, pourvû que ces étamines approchent de leur maturité ſans être encore ouvertes.

Les

Les pétales enfin ſont des feuilles blanches, minces, preſque rondes, qui garniſſent la circonférence du diſque de la fleur à laquelle elles ſont attachées par un pédicule très-délié. Planche I. Fig. 15.

Pour obſerver leurs tiſſures, il faut les mettre tremper quelques jours dans de l'eau claire, & on apperçoit diſtinctement les gros vaiſſeaux qui partent de l'endroit de l'attache, ils vont ſe diſtribuer en éventail d'un côté & d'autre ſur cette feuille, & ils jettent de temps en temps des branches latérales qui s'anaſtomoſent enſemble. Enfin lorſque ces vaiſſeaux ſont parvenus aux extrémités des pétales, ils ſe recourbent & s'anaſtomoſent encore les uns aux autres. Fig. 15.

Maintenant que nous connoiſſons bien la ſtructure de ces parties, il ne nous ſera pas difficile de former des conjectures ſur leur uſage, car les vaiſſeaux ſpermatiques pourront porter la ſéve aux glandes où elle recevra une préparation. La partie qui ſera propre à la fécondation ſera portée par les pédicules des étamines aux ſommets que nous pouvons regarder comme les veſſicules ſeminales, pendant que l'autre paſſera dans la partie charnuë de la Poire par des vaiſſeaux qu'on trouve en grande quantité autour de la roche. Mais il eſt bon d'obſerver que la pouſſiére que nous regardons comme capable de féconder le Pepin, pourroit bien n'être que de petites veſſies qui renfermeroient une liqueur fécondante ; car en ayant examiné à un Microſcope à liqueur, elle m'a paru plus claire au milieu que vers les bords, & en ayant écraſé pluſieurs, j'en ai vû ſortir un peu de liqueur ; mais peut-être cette liqueur étoit-elle le ſuc propre de cette pouſſiére, c'eſt ce qu'il n'eſt pas aiſé de décider. Planche II. Fig. 2.

Enfin, je crois que les pétales ne ſervent pas ſeulement d'enveloppe à la fleur, ou à opérer quelques ſécrétions, mais encore qu'elles déterminent puiſſamment la ſéve à paſſer par les glandes qui ſont à la baſe des étamines, comme je l'ai expliqué dans la ſeconde partie de ce Mémoire ; & cette idée me paroît aſſés conforme aux ſentiments de quelques Phyſiciens qui cherchent auſſi la cauſe principale du mouvement

de la séve dans la raréfaction & la condensation de l'air & des liqueurs.

Des parties femelles de la Poire.

Les organes que nous avons à décrire dans cet article sont en bien plus grand nombre & bien plus compliqués que ceux dont nous venons de parler; & en cela la comparaison en sera plus complette avec ceux des animaux de même sexe; mais aussi faut-il les examiner avec plus de méthode & d'exactitude; cependant avant que de nous engager dans une discussion plus exacte, il est bon de jetter un coup d'œil sur les pistiles de nôtre fruit, tels qu'ils paroissent dans le temps de la fleur.

Planche I. Fig. 19. 16. & 11. Quand les fleurs de Poirier sont bien conditionnées, l'on apperçoit dans leur centre cinq filets qui sont autant de pistiles qui répondent chacun à une capsule de Pepins, & par conséquent à deux Pepins, car chaque capsule en renferme deux.

Ces pistiles se terminent par une de leurs extrémités en maniére de trompe, & cette trompe est un peu frangée par les bords, ensuite ils descendent, conservant une grosseur à peu-près uniforme, jusqu'à la partie supérieure de cette substance qui donne naissance aux étamines; mais en cet endroit ils diminuent un peu de grosseur pour traverser cette substance par une ouverture que nous avons remarquée qui étoit dans son milieu; & après l'avoir ainsi traversée, sans pour cela contracter aucune adhérence avec elle, ils s'élargissent pour former les capsules des Pepins. Une bonne partie du pistile paroît cependant suivre sa route selon l'axe de la Poire jusqu'à la base des Pepins, & cette portion du pistile se sépare aisément en deux suivant sa longueur, de sorte que chacune de ces parties répond à chacun des Pepins.

Fig. 19. Fig. 16.

Je pourrois m'étendre davantage sur cet organe, mais ayant encore à en parler dans l'examen où je vais entrer de chaque partie en particulier, je m'en tiendrai à ces notions

générales, qui suffisent pour faire entendre ce que j'ai à dire dans la suite.

Quand on coupe une Poire suivant sa longueur, on apperçoit du côté de sa queuë un gros faisceau de vaisseaux qui se prolonge suivant son axe dans la gaîne pierreuse, renfermant dans son milieu une substance fine & délicate, qui va rendre, aussi-bien que le faisceau, à un nœud ou une substance particuliére qui est immédiatement à la base des Pepins. Cette substance que j'ai crû pouvoir appeller le *placenta*, pour les raisons qu'on verra dans la suite, est assés aisée à distinguer dans quelques especes de Poires; elle est d'un tissu plus serré que le reste de la substance charnuë de la Poire, & se termine par un gros mammelon, ou comme une petite houppe, dans une cavité qui est entre les loges des Pepins, & que j'appellerai *sinus central*. Les côtés de ce sinus sont donc formés par les loges des Pepins. Son extrémité qui est du côté de la queuë, l'est par le placenta; celle qui répond à l'ombilic est ouverte, & ses parois intérieurs sont ordinairement relevés de cinq arêtes principales qui s'étendent suivant sa longueur, se terminant par une extrémité aux pistiles dont elles sont une continuation, & par l'autre à ce que j'ai appellé le placenta.

Planche I. Fig. 11. Planche III. Fig. 1.

Planche I. Fig. 11. & 16.

Il y a cinq capsules de Pepins dans chaque Poire, & chaque capsule renferme deux Pepins qui sont situés, le gros bout du côté de l'ombilic, & la pointe du côté de la queuë.

Fig. 11. 16. & 19. Planche III. Fig. 2. & Pl. IV. Fig. 1.

L'intérieur de chaque capsule est tapissé d'une membrane qui est d'un tissu très-serré, elle est fort polie intérieurement, & comme elle ressemble assés bien à du parchemin, je lui conserverai ce nom par lequel on a coûtume de la connoître; cependant on ne laisse pas d'appercevoir que les fibres qui composent cette membrane, ont une direction oblique. Mais il faut observer premiérement une espece de petite faux de la même étoffe qui sépare l'un de l'autre ces deux Pepins, par leur gros bout seulement; & en second lieu, que les Pepins ne sont point ordinairement adhérents à cette membrane; je dis ordinairement, car j'ai trouvé quelquefois qu'ils

Planche IV. Fig. 1. & 2.

Planche IV. Fig. 3. tenoient enſemble par quelques endroits, mais ce n'eſt pas l'ordinaire, ainſi les Pepins ſont iſolés dans leur capſule, & ne peuvent recevoir de nourriture que chacun par un petit vaiſſeau, que je nomme, après pluſieurs Auteurs, le *vaiſſeau ombilical.* Ce vaiſſeau prènd ſa naiſſance dans une ſubſtance un peu compacte qui eſt formée de la réunion des vaiſſeaux du piſtile, & de ceux d'un plexus dont nous parlerons dans la ſuite. Ces trois eſpeces de vaiſſeaux confondus enſemble, forment comme un appendice du placenta, & le vaiſſeau ombilical après s'en être dégagé, traverſe le parchemin & l'enveloppe noire des Pepins pour ſe rendre à l'amande, comme nous l'expliquerons dans la ſuite.

(Planche III. Fig. 2. Planche IV. Fig. 4.)

Les capſules des Pepins laiſſent ordinairement entr'elles un eſpace plus ou moins grand, qui eſt rempli par une ſubſtance particuliére que j'appellerai, après M. Grew, la *ſubſtance acidule.* Cette ſubſtance eſt blanche, d'un tiſſu fin & ſerré, d'un goût relevé & ordinairement aigre. Enfin elle me paroît ſemblable à celle qui ſe trouve entre toutes les glandes, tant du tiſſu de la peau que de la ſubſtance pierreuſe, ce qui me fait ſoupçonner qu'elle eſt un aſſemblage prodigieux de vaiſſeaux excrétoires d'une fineſſe extrême.

(Fig. 5.)

Planche III. Fig. 1. Planche IV. Fig. 2. & 6. Entre cette ſubſtance & le parchemin de la capſule ſe trouve le plexus dont nous avons parlé; mais pour en avoir une juſte idée, il faut bien comprendre la figure des capſules des Pepins.

Ces capſules ſe terminent d'un côté par une eſpece de tranchant à peu-près comme le quartier d'une Pomme, & du côté oppoſé qui eſt plus large, elles ſont arrondies. Or ces capſules ſont bordées tant du côté arrondi que ſur leur tranchant, par deux faiſceaux de vaiſſeaux qui s'étendent, de l'extrémité de chacun des piſtiles, au placenta; & pour diſtinguer ces deux faiſceaux, j'en appellerai un la *portion interne* du piſtile, & l'autre ſa *portion externe.* Il y a cependant cette différence entre ces deux portions, que l'une va tout droit du placenta au bout d'un piſtile, au lieu que la portion externe fait un demi-cercle autour des Pepins, & après avoir

jetté plusieurs branches dans la substance pierreuse, elle va comme s'anastomoser avec la portion interne. Toutes ces choses sont essentielles à remarquer, mais je reviens à la situation du plexus en question, ce qui sera maintenant fort aisé à établir.

Car c'est sur le parchemin qui forme les côtes de chaque capsule, & entre les deux portions dont je viens de parler, que se trouve ce plexus.

Il prend son origine par trois ou quatre troncs qui partent d'une substance compacte, dont j'ai déja parlé, & qu'on peut regarder comme des appendices ou allongements du placenta; après s'être divisés en beaucoup de branches & s'être anastomosés plusieurs fois ensemble, ils vont enfin se perdre à la partie supérieure de la capsule, n'y ayant, à ce qui m'a paru, que quelques branches qui s'anastomosent avec la portion externe du pistile; mais il ne faut pas omettre que ce plexus jette quantité de branches dans la substance acidule. Planche III. Fig. 1.

Il ne me reste plus à décrire que quelques vaisseaux qui partent aussi du placenta, & qui vont sur le champ s'épanouir dans la substance pierreuse, qui, comme nous l'avons dit dans nôtre premiére partie, est une espece de boëte glanduleuse & elliptique, qui renferme tous les organes dont je viens de parler. Le détail que nous venons de faire des organes qui environnent les Pepins, aura, à ce que je crois, fait naître la curiosité d'en approfondir les usages; c'est cependant sur quoi il n'est pas aisé de satisfaire pleinement, on ne peut qu'hasarder des conjectures, mais heureusement, connoissant une fois la structure des parties, chacun pourra leur attribuer tels usages qu'il jugera à propos.

Je conviendrai donc que ce qui suit est purement conjectural; mais ces conjectures m'ont paru assés d'accord avec la structure des parties, & d'ailleurs quand elles ne serviroient qu'à faire naître des idées, elles ne seroient pas entiérement inutiles.

Ainsi tous les organes que je viens de décrire peuvent bien être destinés à deux usages principaux, l'un à préparer

les liqueurs qui doivent ſervir à nourrir les Pepins, & l'autre à leur tranſmettre la pouſſiére ou la liqueur fécondante des étamines. Mais comme ces deux fonctions paroiſſent s'opérer principalement par des vaiſſeaux, il eſt bon, je crois, de préſenter ſous un même coup d'œil la ſituation de ces vaiſſeaux. Pour cela, il faut ſe ſouvenir que c'eſt à cet endroit, que nous avons appellé le placenta, que vont ordinairement aboutir les vaiſſeaux nourriciers, & que c'eſt du placenta que partent, ou que viennent aboutir (car c'eſt juſqu'à préſent la même choſe) les vaiſſeaux de la ſubſtance pierreuſe, ceux du plexus, ceux des portions externe & interne du piſtile, & enfin les vaiſſeaux ombilicaux. Or cette diſpoſition de vaiſſeaux une fois bien connuë, voici comment pourroit ſe faire la préparation des liqueurs qui doivent être portées à l'amande.

D'abord les vaiſſeaux nourriciers porteront la ſéve au placenta; de-là cette ſéve ſera conduite aux glandes de la ſubſtance pierreuſe par les vaiſſeaux qui s'épanouiſſent ſur le champ dans cette ſubſtance : quelquefois même pluſieurs vaiſſeaux nourriciers traverſent ce que j'ai appellé le placenta, ſans y contracter aucune adhérence, & vont tout d'un coup s'épanouir dans la ſubſtance pierreuſe. Nous avons auſſi remarqué qu'il y a quelques branches des vaiſſeaux ſpermatiques qui ſe jettent dans cette même ſubſtance. Quoi qu'il en ſoit, je crois qu'après que cette ſéve a reçû différentes altérations dans les glandes & dans la ſubſtance acidule, elle peut être repompée tant par les vaiſſeaux du plexus que par ceux que la portion externe du piſtile jette dans cette ſubſtance pour être portée aux appendices du placenta, mais avec cette différence que le plexus peut la décharger tout d'un coup en cet endroit, au lieu que ce qui paſſe par la portion externe du piſtile circule peut-être autour des capſules des Pepins, pour être reporté par la portion interne du piſtile aux mêmes appendices du placenta qui eſt l'endroit où l'on commence à appercevoir le vaiſſeau ombilical. On pourroit bien encore étendre ces conjectures, & faire

remarquer comment par les anaſtomoſes de ces vaiſſeaux, différentes liqueurs peuvent ſe mêler enſemble; mais comme nous n'avons rien de poſitif ſur tout cela, nous ne nous y arrêterons pas davantage.

Je n'entreprendrai point non plus d'expliquer comment les Pepins ſont fécondés par les étamines, ce ſeroit prétendre approfondir un myſtere qui nous eſt encore inconnu, même à l'égard des animaux, quoique cette recherche ait mérité l'attention de pluſieurs grands Phyſiciens; je me contenterai ſeulement de faire remarquer que dans la ſuppoſition que les Pepins ſont fécondés par la pouſſiére des étamines, ou par une liqueur contenuë dans cette pouſſiére, la diſpoſition de la portion externe du piſtile par rapport à la portion interne me paroît très-favorable à l'introduction de la matiére fécondante.

J'ajoûterai, en finiſſant cet article, qu'il y a quelques Poires qui ont le ſinus central fort grand, comme cette eſpece de *Bergamotte* qu'on appelle de *Hollande*, & qu'on peut y remarquer, outre les cinq nervures dont j'ai parlé, cinq autres qui ſont entre deux, & qui répondent à la ſubſtance acidule qui eſt fort abondante dans ces eſpeces de Poires. Planche III. Fig. 2.

On peut encore remarquer quelques gros paquets de vaiſſeaux qui ſe trouvent quelquefois dans la ſubſtance acidule, & même qui vont quelquefois ſe terminer à la roche.

Au reſte c'eſt-là une partie de ces petites variétés qui ſe rencontrent, & entre les Poires de différentes eſpeces, & même entre les différentes Poires de la même eſpece, & dans leſquelles nous ne pouvons point entrer, puiſque nous n'avons point entrepris de donner l'anatomie de chaque Poire en particulier.

*De l'incubation * du Pepin.*

Les œufs des animaux ne ſont pas toûjours fécondés dans

* Il faut remarquer que je me ſers ici du terme d'*incubation* par comparaiſon à ce qui arrive à l'œuf de la Poule, lorſqu'il eſt couvé, c'eſt-à-dire, pour expliquer ce changement qui arrive dans l'œuf, lorſque le fœtus commence à y paroître.

le ſein de leurs meres. Ceux des poiſſons, par exemple, ne le ſont qu'après qu'ils ont été déposés; il en eſt de même de l'incubation, les uns comme les vivipares, le ſont dans le ſein même de leurs meres, & les autres comme les ovipares, ne le ſont qu'après avoir été pondus dans un endroit où un certain degré de chaleur peut favoriſer la formation & l'accroiſſement du fœtus.

Or nous avons vû dans les articles précédents, que le Pepin a d'abord été formé, & enſuite fécondé dans le ſein de la Poire, & nous allons voir que c'eſt dans cet endroit auſſi qu'il acquiert ſon incubation; mais pour conſidérer cette choſe dans ſon vrai point de vûë, il faut ſuivre un peu plus loin le progrès des œufs tant des ovipares que des vivipares pour faire uſage de leur comparaiſon, car elle peut ici nous être de quelque utilité.

Dans la plûpart des animaux vivipares, il eſt probable que l'œuf eſt fécondé dans l'ovaire, de-là il paſſe par les trompes à l'uterus avec lequel il contracte une union intime par le moyen du placenta, & dès-lors on croit ordinairement qu'il ſe commence une circulation du fœtus au placenta, & du placenta au fœtus. Mais outre cette circulation ſuppoſée, le fœtus reçoit continuellement des ſecours de ſa mere par le moyen du placenta qui ſert comme d'entrepôt; ainſi dans les vivipares, pendant la formation du fœtus, ou l'incubation de l'œuf, ce qui eſt la même choſe, le fœtus reçoit toûjours des ſecours de ſa mere.

Mais dans les ovipares la choſe ſe paſſe bien différemment. Dans les oiſeaux, par exemple, l'œuf qui a été formé dans l'ovaire augmente de volume, en parcourant un canal aſſés long, qu'on appelle l'*oviductus*, & il en ſort contenant une proviſion d'aliments ſuffiſante pour nourrir le fœtus juſqu'à ce qu'il ſoit tout formé, & qu'il écloſe, de ſorte que l'incubation ne commence qu'après que l'œuf a été pondu, & le fœtus ſe forme ſans recevoir d'aliments de ſa mere.

Pour nôtre Pepin, il tient en quelque maniére le milieu entre les vivipares & les ovipares, car il s'incube dans le lieu

lieu de sa formation dans le centre de la Poire, & cependant il y a tout lieu de croire que son amande se forme sans presque tirer de secours de la Poire, & seulement par les liqueurs qui étoient contenuës dans le Pepin avant que l'incubation commençât. Et comment pourroit-il en recevoir de la Poire, puisque quand l'incubation commence, il paroît que les sécrétions sont presque interceptées par l'endurcissement des glandes?

Mais la chose est bien plus sensible dans les Amandes, les Prunes, les Pêches, & les autres fruits à noyau, car l'incubation ne commence que quand l'enveloppe ligneuse est endurcie, ainsi l'Amande ne pourroit recevoir de nourriture qu'au travers d'une cloison des plus dures & des plus solides; aussi le vaisseau ombilical dans les fruits à noyau est-il alors tout-à-fait desséché, & quoiqu'il ne le soit pas entiérement dans la Poire, il ne paroît pas lui être d'un grand usage.

J'ajoûterai encore que si les Pepins recevoient alors de si grands secours de leurs fruits, il leur seroit inutile d'avoir une provision d'aliments pareille à celle qu'on remarque dans les œufs des ovipares, & que tout le monde connoît dans ceux des oiseaux sous le nom du *jaune* ou *moyeu*, & du *blanc*. De plus, j'ai plusieurs fois cueilli un grand nombre de Noix, lorsque le cerneau ne faisoit que commencer à se former, & dans le temps qu'elles ne renfermoient presque que des glaires, & les ayant fait mettre en tas à la cave, le cerneau s'est formé presque aussi-bien que s'il étoit resté sur l'arbre.

J'ai remarqué qu'il falloit les mettre à la cave ou dans un lieu frais, sans quoi l'amande ne laisseroit pas de se former, mais plus petite qu'elle n'auroit été sur l'arbre, à cause sans doute de l'évaporation de l'humidité, c'est ce que j'ai plusieurs fois observé sur les Amandes.

Mais avant que de suivre plus long-temps ces notions générales, il faut connoître les situations de nôtre Pepin suivant ses différents âges; & pour tirer des secours de tout ce qui peut nous en fournir, m'étant assûré que l'incubation se fait de même dans les Amandes, les Prunes & les Pêches que

dans les Poires, ces fruits me serviront ici d'exemple. Cependant je n'en parlerai qu'incidemment & par occasion, ou plûtôt autant que j'en aurai besoin pour faire entendre ce que j'ai à dire sur la Poire, qui est toûjours mon principal objet.

Pour prendre la chose dès son principe, j'ai cherché le germe dans les Pepins immédiatement après que les Poires ont été nouées. Mais je ne sçais positivement si je l'ai vû, car j'ai bien quelquefois apperçû dès ce temps-là un petit corps blanc qui étoit dans les liqueurs du Pepin; mais comme ce corps n'avoit point la figure que la jeune Amande a dans la suite, quand on l'apperçoit clairement, je n'oserois assûrer que c'étoit le germe de l'Amande. Quoi qu'il en soit, c'est dans ce temps que les Pepins croissent le plus sensiblement, & en peu de temps ils parviennent à peu-près à la grosseur à laquelle ils doivent toûjours rester, de sorte que les Pepins de plusieurs Poiriers sont en cet état à peu-près à la fin de Juin. Quant aux Amandes & aux Abricots, l'incubation y est alors presque achevée, & elle est plus d'à moitié faite dans les Prunes & les Pêches. Ainsi à l'égard principalement de la formation de l'Amande, les fruits à noyau sont plus hâtifs que ceux à pepin.

J'ai examiné bien des Pepins* dans toutes sortes de temps, avant qu'ils eussent acquis la grosseur à laquelle ils doivent rester, mais je ne m'arrêterai point à des circonstances qui n'ont rien d'intéressant. Quand les pepins ou les noyaux sont presque parvenus à leur grosseur, on apperçoit en les fendant par moitié, d'abord & immédiatement sous les tégu-ments, une liqueur limpide, transparente & glaireuse qui est renfermée dans une membrane propre, &, à ce que je crois, entrecoupée par des productions de cette membrane qui est d'ailleurs fort adhérente à l'enveloppe commune du pepin. Du côté de son extrémité qui se termine en pointe, on apperçoit un petit point blanc qui d'abord est rond à peu-près comme une lentille, ayant seulement une petite éminence à cette partie de sa circonférence qui est du côté

Planche V. Fig. 2. & 3.

Fig. 4.

* On peut consulter M. Malpighi sur la formation du Pepin.

de la pointe du pepin, & par son autre extrémité il est enchâssé dans une autre petite vessie oblongue qui se termine en pointe par l'autre bout. Cette petite vessie renferme une liqueur glaireuse comme la précédente, mais qui est plus claire & un peu blancheâtre. Les membranes qui renferment cette liqueur que je compare au jaune ou moyeu de l'œuf, n'ont de communication avec la liqueur dont j'ai parlé en premier lieu, & que j'appellerai le *blanc*, seulement que par un vaisseau qui est à son extrémité qui se termine en pointe.

Je n'ai pas remarqué de communication bien sensible du germe avec le moyeu, j'ai seulement quelquefois apperçû une espece de vaisseau qui passant entre les deux lobes, me paroissoit aller jusqu'au germe. Mais soit que ce fût réellement un vaisseau, ou non, il est toûjours nécessaire qu'il y ait communication du germe au moyeu, puisqu'il se nourrit à ses dépens, de même que le moyeu aux dépens du blanc, de sorte que d'abord le moyeu augmentant toûjours de volume, consomme tout le blanc dont les membranes desséchées forment une seconde enveloppe au germe, qui continuant toûjours à succer le moyeu qui ne peut plus se réparer par le blanc, le détruit à son tour, & les membranes de ce que j'appelle le moyeu, restent desséchées au gros bout du pepin où elles forment une calotte qui dans la plûpart des Poires est brune & fort aisée à appercevoir. Planche V. Fig. 5. & 6.

Ainsi le blanc est d'abord formé par les liqueurs qui lui sont apportées par le vaisseau ombilical; ensuite le jaune se forme aux dépens du blanc par le moyen du vaisseau de communication, & le germe se nourrit du jaune ou moyeu, sans que nous ayons pû appercevoir bien clairement par le moyen de quel vaisseau. Il me paroît même assés inutile de chercher cette communication du germe au jaune, puisque la radicule de M. Grew peut ici faire l'office de racines, tant pour transmettre la nourriture à toutes les parties de l'amande, que pour se nourrir elle-même, & acquérir assés d'étenduë pour remplir tout l'espace qui est dans l'enveloppe noire du pepin, que je regarde comme la coquille de l'œuf.

Enfin ces deux liqueurs ſe conſomment peu à peu, & l'amande augmentant de volume, parvient à remplir toutes les enveloppes du pepin, & alors l'incubation eſt achevée.

Quelqu'un s'imaginera peut-être devoir trouver alors dans le pepin un Poirier tout formé comme on trouve dans un œuf couvé un petit Poulet, auſſi le petit Poirier eſt-il exiſtant, mais c'eſt lui qui occupe le moins d'eſpace dans ce pepin, il eſt ſitué dans un petit corps à moitié oval qui eſt à l'extrémité la plus étroite de deux gros corps blancs qu'on appelle les *lobes.*

Planche VI. Fig. 1. & 4.

Pour concevoir l'uſage de toutes ces parties, il faut faire attention que la nature a eu ſoin de fournir aux jeunes animaux qui viennent de naître ou d'éclorre, certains aliments qui par leur délicateſſe & leur légereté puſſent les nourrir ſans trop charger leur eſtomac, alors foible & délicat ; la plûpart des vivipares, par exemple, tetent leurs meres, & une bonne partie du jaune des œufs entre dans le corps des jeunes oiſeaux, & ſuffit pour les nourrir pendant quelques jours. Cependant leurs meres ont encore le ſoin de ne les accoûtumer que peu à peu aux nourritures ſolides. Les Pigeons, par exemple, nourriſſent d'abord leurs petits d'une bouillie claire à demi digérée. Les premiers aliments que les Perdrix donnent à leurs petits ne ſont que des œufs de Fourmis, ou d'autres petits inſectes fort délicats ; enfin l'on ſçait les différentes pâtées qu'il faut faire dans les baſſe-cours pour élever les volailles.

La nature paroît avoir eu la même précaution pour les végétaux, & ces deux lobes que tout le monde ſçait qui ne ſont joints l'un à l'autre que par les vaiſſeaux qui communiquent à la jeune plante par un mucilage qui les colle légerement l'un à l'autre, & enfin par quelques attaches que j'ai quelquefois apperçûës ſur les bords avec l'aide du Microſcope. Ces lobes, dis-je, paroiſſoient être les mamelles de la jeune plante ; ce ſont eux qui renferment la nourriture délicate qui la doit faire ſubſiſter juſqu'à ce qu'elle ait pouſſé aſſés de racines pour ſe nourrir par leur moyen : ainſi quand on

Fig. 4.

plante un pepin, il s'imbibe d'abord de l'humidité de la terre à la maniére des éponges, cette humidité dissout la matiére de nos émulsions, & fait un véritable lait qui nourrit nôtre jeune plante par la radicule de M. Grew, jusqu'à ce qu'elle soit en état de subsister par les racines qu'elle aura jettées en terre.

Il est bon de remarquer, en terminant cette troisiéme partie de l'anatomie de la Poire,

1.° Que si je n'ai point cité les auteurs qui ont traité avant moi de l'anatomie de la Poire, ce n'a été ni pour m'attribuer leurs découvertes, ni pour feindre qu'ils ne m'ayent été d'aucun secours, mais seulement pour ne pas rendre ces Mémoires beaucoup plus longs, ce qui auroit été inévitable.

2.° Si j'ai toûjours appellé des *vaisseaux* les filets qui sont dans nôtre fruit, & des *glandes* les pierres qui s'y trouvent, ce n'est pas que je regarde ces choses comme incontestables & entiérement décidées, mais seulement comme probables, pour les raisons que j'ai rapportées dans la 1re & la 2de partie de cette anatomie; je me propose même de faire de nouveaux efforts pour éclaircir ces questions, en faisant l'anatomie des fruits à Noyau, à laquelle je travaille maintenant.

3.° On jugera peut-être que j'aurois dû examiner le Pepin avec plus de soin & d'exactitude, mais j'ai crû devoir réserver ce travail pour l'anatomie des fruits à Noyau, qui paroissent plus favorables à ces observations, à cause de la grosseur de leur Amande.

EXPLICATION DES FIGURES.

PLANCHE I.

Figure 1. UN bouton de Poirier à fruit, recouvert de ses écailles.

Fig. 2. Une des écailles en culleron, qui recouvre le bouton du Poirier.

Fig. 3. Le même bouton dépouillé de ses écailles, où l'on

apperçoit les jeunes embryons avec des petits feuillets qui sont entre deux.

Fig. 4. Les différentes figures des petits feuillets dont nous venons de parler. Ils sont vûs à la Loupe dans cette Figure, & un petit insecte vû au Microscope; je l'ai trouvé dans le mois de Janvier, qui étoit enfermé dans un bouton de Poirier.

Fig. 5. Un des embryons dont nous venons de parler, grossi au Microscope.

Fig. 6. Cet embyron ouvert, il paroît velu intérieurement, & l'on n'y voit encore que les étamines, point de pistiles ni de petales.

Fig. 7. Un pareil bouton que celui de la Figure 3, mais dans un âge plus avancé.

Fig. 8. La coupe d'un embryon plus avancé, & dans lequel on commence à découvrir, outre les étamines, les pistiles, les pepins & les pétales.

Fig. 9. Une fleur de Poirier épanouie où l'on voit les pétales, les pistiles & les étamines dans leur grosseur naturelle.

Fig. 10. Le calice de la fleur qui doit devenir le fruit. Il est dans sa grosseur naturelle.

Fig. 11. La coupe d'une fleur de Poirier, lorsque le fruit est prêt à nouer.

a, la queuë.

b, la partie du calice qui doit devenir la Poire.

c, les échancrures du calice.

d, Un pétale qui indique la situation des quatre autres dans les échancrures du calice.

e, les étamines qui sont quatre à quatre entre chaque échancrure du calice.

f, les pistiles qui sont au nombre de cinq qui répondent chacune à une capsule des pepins ou à deux pepins, car chaque capsule en renferme deux.

g, Un pepin dans sa capsule.

h, Une substance verte vers les bords, & qui blanchit en approchant du centre ; c'est ce qui forme, lorsque le fruit est gros, ce qu'on appelle vulgairement le *trognon*.

i, Un faisceau de vaisseaux qui se prolonge de la queuë.

l, Ce que j'ai crû pouvoir appeller le *placenta*.

mm, les vaisseaux spermatiques.

n, substance blancheâtre & comme glanduleuse où vont aboutir les vaisseaux spermatiques, & d'où partent les pétales & les étamines ; c'est cette substance qui, lorsqu'elle est endurcie, forme la roche.

Fig. 12. Une étamine vûë au Microscope.

a, le pédicule.

b, les sommets.

c, la raînure par où ils s'ouvrent.

Fig. 13. La même étamine, lorsque les sommets en sont ouverts, où l'on peut remarquer comme les écussons sont chargés de poussiére, & comme cette poussiére se répand par tout sur le pédicule.

Fig. 14. Un grain de poussiére examiné seul au Microscope, où l'on peut remarquer le petit pédicule par lequel il étoit attaché à l'écusson. Il faut remarquer qu'on se sert du terme d'*écusson* après quelques auteurs, à cause de la ressemblance avec les écussons d'armoiries.

Fig. 15. Un pétale détaché & examiné seul à la Loupe. On y voit la route des principaux vaisseaux, & comme ils s'anastomosent ensemble.

Fig. 16. Les pistiles avec leurs dépendances, détachés du reste du calice.

a, la trompe des pistiles.

b, l'endroit où ils se retrécissent pour traverser la roche.

c, leur élargissement pour loger les pepins.

d, une portion du piſtile qui fait une arête éminente dans l'intérieur du fruit, nous l'avons nommé le *faiſceau interieur*.

e, Une portion de ce que nous avons appellé le *placenta*.

Fig. 17. Un jeune pepin auſſi groſſi au Microſcope.

Fig. 18. Une Poire parvenuë à ſa groſſeur.

PLANCHE II.

Fig. 1. Un bouquet de fleurs de Poirier épanoui, ou ce que produit un ſeul bouton de Poirier.

Fig. 2. Les parties mâles de la Poire ſéparées des autres, & beaucoup groſſies. Il eſt bon de remarquer qu'on n'en voit que la moitié.

a, le faiſceau de vaiſſeaux qui vient de la queuë.

b b b b b, cinq des vaiſſeaux ſpermatiques, ou de ces vaiſſeaux qui ſont deſtinés à porter la ſéve aux glandes qui doivent préparer la liqueur fécondante.

c c c c c, les branches qui ſe recourbent, & vont porter la nourriture à la partie pointuë de la Poire ou du côté de la queuë.

d d d, les branches qui vont s'épanouir dans la ſubſtance charnuë de la Poire.

e e, les glandes que nous croyons deſtinées à préparer la liqueur fécondante.

f, les pédicules des étamines par où doit paſſer la liqueur fécondante pour être portée aux ſommets qui en ſont les réſervoirs.

g g, les ſommets des étamines, ou les réſervoirs de la liqueur fécondante.

h h, les échancrures du calice, ou ſes appendices.

i, un pétale.

l, le canal par où paſſent les piſtiles.

m m, des vaiſſeaux peut-être excrétoires, ou par leſquels s'échappe ce qui n'eſt pas propre à former la ſemence.

PLANCHE

PLANCHE III.

Fig. 1. Les organes femelles ou que nous croyons être destinées à la formation du pepin & à sa nutrition après qu'il a été fécondé, le tout séparé des organes mâles, & grossi.

a, le faisceau de l'axe, ou qui est continu à la queuë.

b, la coupe d'un vaisseau spermatique.

ccc, la substance pierreuse que nous croyons être dans le jeune fruit un amas de glandes destinées à la préparation des liqueurs qui doivent former le pepin.

d, une substance un peu plus serrée que le reste de la Poire, laquelle se trouve au dessous des pepins, & est garnie d'une petite éminence en maniére de houppe qui s'éleve dans une cavité qu'on trouve entre les loges des pepins ; c'est cette partie que nous avons crû pouvoir appeller le *placenta*. Il faut remarquer que presque tous les vaisseaux de la queuë se terminent en cet endroit, & que c'est de cet endroit que partent ou que viennent aboutir presque tous les vaisseaux que nous allons décrire ; je dis presque tous, car il y en a quelques-uns qui traversent le placenta, & qu'on peut suivre jusqu'au de-là, comme on le voit en *e*.

e, un vaisseau, ou un faisceau de vaisseaux qu'on peut suivre au travers du placenta.

f, un des vaisseaux que j'ai appellé *nourricier*, & qui va s'épanouir dans la substance pierreuse.

g, une substance fine qui se distingue ordinairement bien du reste de la Poire, tant par sa couleur qui est plus blanche, que par son goût qui est plus aigre, ce qui me la fait appeller la *substance acidule*.

h, le pistile.

i, la portion interne du pistile.

l, l'autre portion du pistile que j'ai appellé la *portion externe*.

m, un raiſeau ou plexus de vaiſſeaux, qui recouvre les loges des pepins, & dont pluſieurs branches ſe perdent dans la ſubſtance acidule dont nous parlerons dans les Planches ſuivantes.

Fig. 2. La coupe d'une Bergamotte de Hollande, où l'on peut remarquer que la roche *a* eſt fort renfoncée, & qu'il n'y a point de canal pierreux.

b, le ſinus central, ou une cavité qui eſt entre les pepins; elle eſt très-grande dans cette eſpece de Poire, & eſt fort petite dans d'autres. On peut remarquer dans ce ſinus les arêtes formées par la portion interne des piſtiles.

c, le placenta. Il faut remarquer que la houppe paroît plus dans les jeunes Poires que dans les autres.

d, un pepin un peu tiré de ſa loge, pour faire voir comme le vaiſſeau ombilical *e* va s'implanter dans le placenta où il ſe perd.

f, la ſubſtance acidule que nous jugeons qui peuvent être des vaiſſeaux excréteurs des glandes de la ſubſtance pierreuſe.

g, la ſubſtance pierreuſe.

Fig. 3. Une capſule de pepin ouverte, & le pepin en ſituation.

aaa, une moitié de la portion externe du piſtile qui borde la capſule.

bbb, l'autre moitié de la même portion qui borde auſſi la capſule.

ccc, la portion interne du piſtile qui s'étend à peu-près ſuivant l'axe de la Poire. On peut remarquer qu'elle ſe ſépare aiſément en deux ſuivant ſa longueur.

d, le pepin qui a la pointe en bas dans ſa capſule, & n'y eſt point adhérent.

e, le vaiſſeau ombilical qui s'enfonce & va ſe perdre dans la réunion de la portion interne & de la portion externe des piſtiles, qui dans cet endroit font une

ſubſtance fort ſerrée que nous avons regardée comme une appendice du placenta.

PLANCHE IV.

Fig. 1. Les deux pepins dans leur capſule ouverte.

Fig. 2. La moitié d'une capſule où l'on a détaché le plexus du parchemin.

Fig. 3. Où l'on voit 1.° comme quelquefois il y a des adhérences de la capſule du pepin avec les enveloppes de ce pepin, 2.° le vaiſſeau ombilical, & 3.° les vaiſſeaux qui vont du placenta à la capſule, car quelquefois le placenta eſt un peu éloigné des loges des pepins.

Fig. 4. Un pepin avec le vaiſſeau ombilical qui va ſe perdre dans l'appendice du placenta dont nous avons parlé.

Fig. 5. Un quartier de la ſubſtance acidule qui dans quelques Poires eſt conſidérable, & dans d'autres eſt peu de choſe, & qui dans quelques eſpeces a une arête dans le ſinus central comme les loges des pepins, mais moins conſidérable, & qui ne ſe termine pas aux piſtiles.

Fig. 6. Une loge de pepins.
a, la portion interne des piſtiles.
b, la portion externe.
c, le plexus.

Fig. 7. Toutes les capſules réunies enſemble.
a, les piſtiles.
b, les portions externes des piſtiles.
ccc, les plexus.
d, le lieu de la réunion des piſtiles.

PLANCHE V.

Fig. 1. Le pepin dans ſes enveloppes avec le vaiſſeau ombilical.

Fig. 2. Les premiéres enveloppes du pepin levées pour faire voir comme le vaiſſeau ombilical va ſous les téguments ſe rendre au gros bout du pepin.

Fig. 3. L'amande coupée ſuivant ſa longueur, où le tout paroît d'une ſubſtance uniforme & glaireuſe.

Fig. 4. Le germe qui eſt enchâſſé dans le moyeu qui communique au blanc par un vaiſſeau, & l'inſertion du vaiſſeau ombilical dans le blanc ; à côté eſt le germe & le moyeu détachés du blanc.

Fig. 5. Le germe beaucoup groſſi, avec le moyeu qui l'eſt encore plus à proportion.

Fig. 6. Le germe qui commence à remplir la totalité.

Fig. 7. Le germe & le moyeu ſortis du blanc pour faire voir à peu-près, 1.° le vaiſſeau de communication du moyeu au blanc, & 2.° comme le blanc forme une enveloppe au jaune & au germe.

Fig. 8. L'amande formée en entier, & pour lors les membranes qui contenoient le blanc font une enveloppe qui recouvre toute l'amande, & celles qui enfermoient le moyeu forment une calotte ordinairement brune, & qui reſte au gros bout du Pepin.

Fig. 9. La calotte formée par les membranes du moyeu.

Fig. 10. L'enveloppe formée par les membranes du blanc.

Fig. 11. Les différents états du pepin d'une Poire dans ſes différents âges, & à peu-près dans ſa groſſeur naturelle.

PLANCHE VI.

Fig. 1. L'amande formée & dégagée de ſes enveloppes, vûë de côté pour faire voir les deux lobes un peu ſéparés l'un de l'autre, & une pointe en haut qu'on appelle communément le *germe*.

Fig. 2. La même amande vûë ſur ſon plat.

Fig. 3. Un des lobes ſéparé pour faire voir comme le germe s'enfonce entre deux. On voit ſur les bords des attaches extrêmement fines qui joignent enſemble les deux lobes, & que j'ai apperçûës aſſés clairement.

Fig. 4. Le germe & un des lobes coupé par moitié. Dans le germe on y apperçoit les rudiments de la jeune plante, mais d'une maniére bien confuſe, & dans le corps de l'amande j'ai vû une fois bien clairement, & fait voir à pluſieurs perſonnes une diſtribution de vaiſſeaux comme elle eſt dans la Figure. Si cette organiſation eſt conſtamment telle, c'eſt la radicule de M. Grew; mais ſi l'on veut de plus petits détails ſur l'organiſation de l'amande, on peut, en attendant ce que nous eſperons donner dans la ſuite ſur les fruits à noyau, conſulter M. Leuvenhoek.

Fig. 5. Un morceau de l'écorce noire du pepin, vû au Microſcope.

Fig. 6. Un morceau d'une autre enveloppe plus fine qui ſe trouve deſſous, auſſi vû au Microſcope.

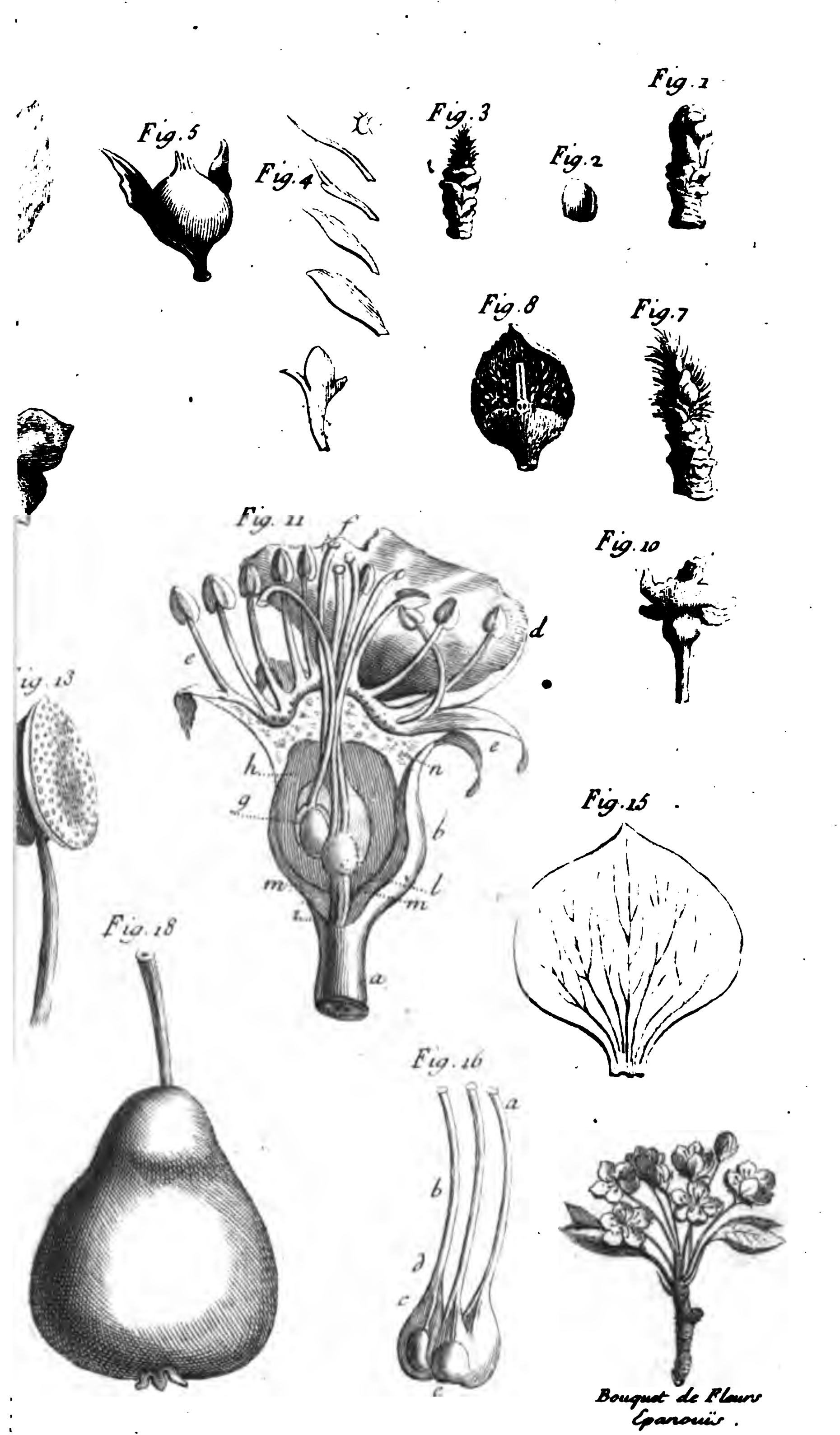
Il eſt bon de remarquer, en faveur de ceux qui voudroient s'amuſer à diſſéquer des Poires, que m'étant propoſé au commencement de mon travail ſur la Poire, d'en diſſéquer quelques-unes à la maniére de M. Ruiſch, ce qui fait voir

un prodigieux épanouiſſement de vaiſſeaux, j'ai eu beaucoup de peine à y réuſſir.

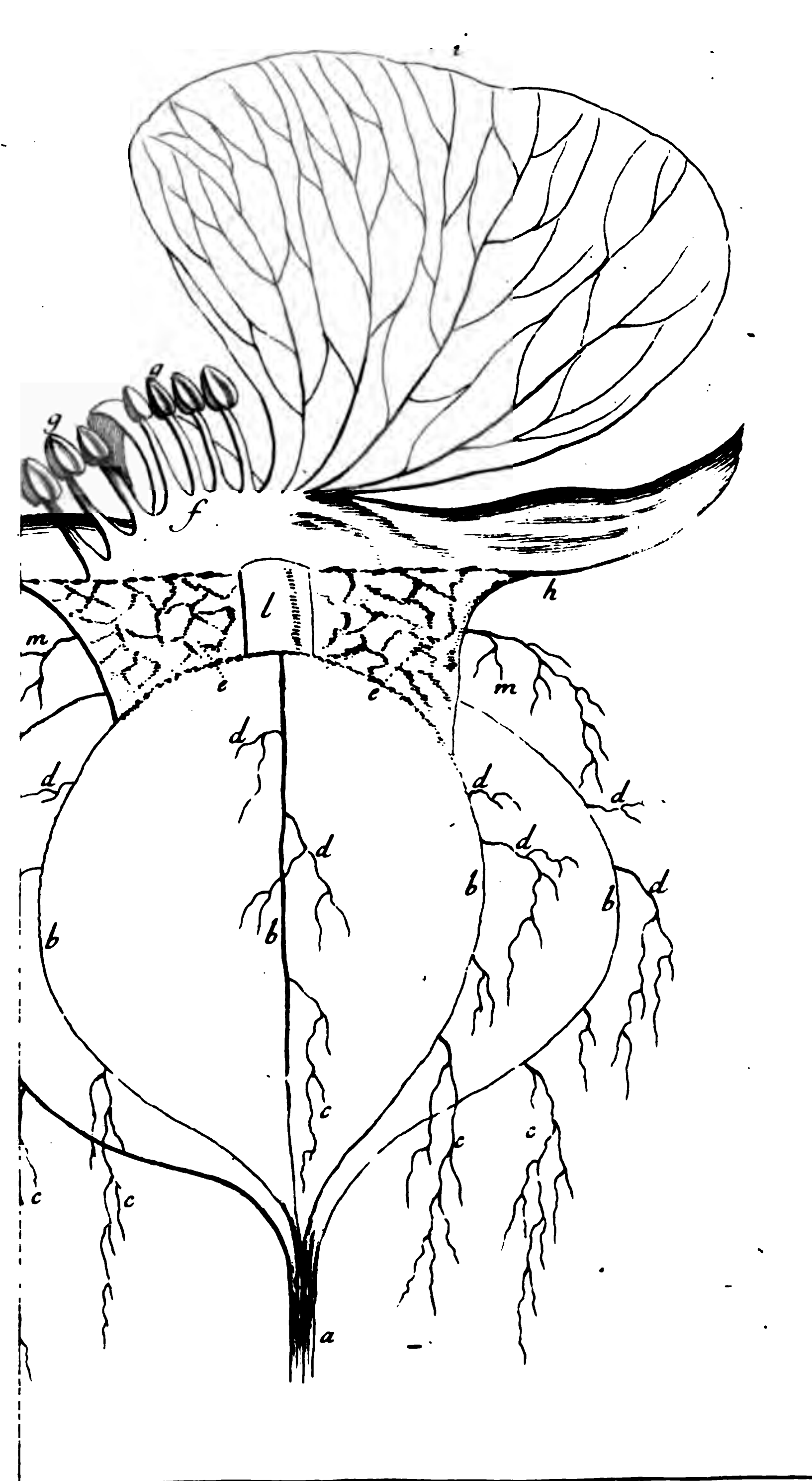
1.° Parce qu'il eſt eſſentiel de détruire l'entrelacement de vaiſſeaux qui eſt ſous les téguments auſſi-bien que l'attache des vaiſſeaux ſpermatiques à la roche.

2.° Parce que je m'étois perſuadé qu'on n'y pouvoit parvenir qu'en employant de longues macérations, & effectivement elles ſont très-avantageuſes, mais il ne faut mettre les fruits en macération que quand ils ſont mols ou du moins prêts à mollir, & choiſir par préférence les Poires fondantes, ce qui abrege & facilite prodigieuſement le travail. Encore un moyen bien commode pour appercevoir une partie des organes de la Poire, c'eſt de couper en différents ſens des Poires confites au ſucre, & de les mettre enſuite tremper dans de l'eau claire, car les principaux vaiſſeaux blanchiſſent & deviennent fort apparents. Avec ces attentions, il ſera fort aiſé d'appercevoir la plûpart des organes dont nous avons parlé.





Simonneau Sculp.

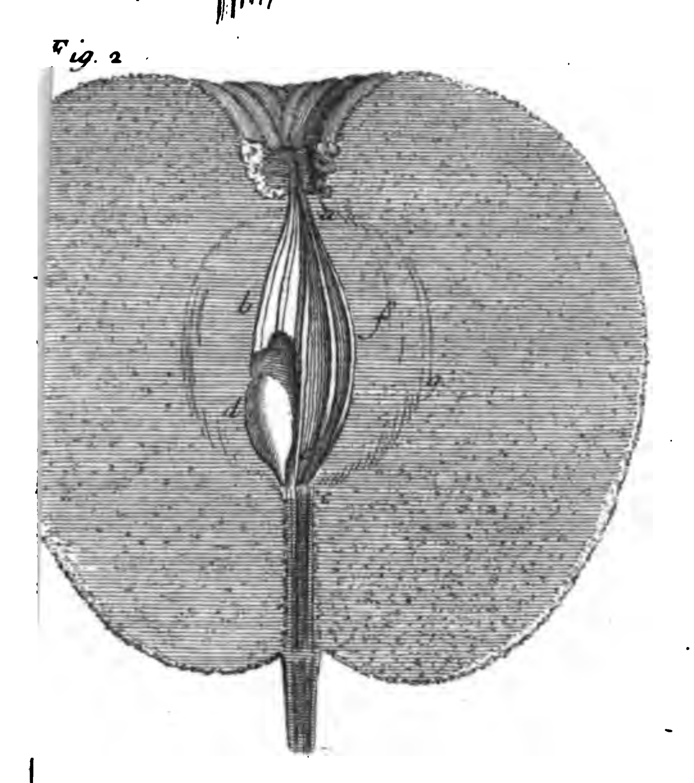


Si. Sc.

Fig. 1

Fig. 3

Fig. 2



Simonneau Sculp.

Fig. 2

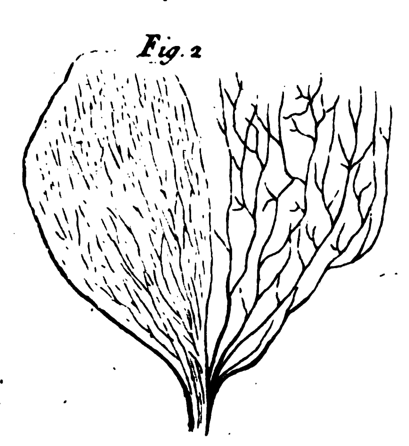


Fig. 1



Fig. 5

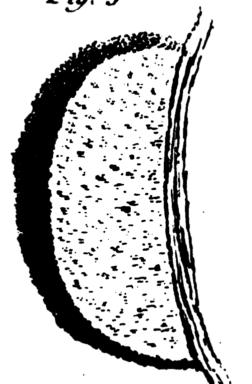
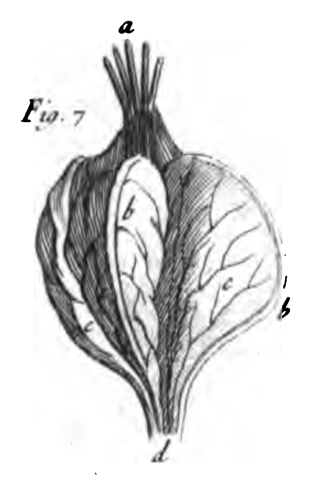


Fig. 4



Fig. 7



Simonneau. Sculp.



Fig. 2

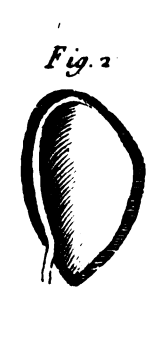


Fig. 1



Fig. 5

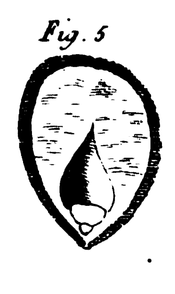


Fig. 4

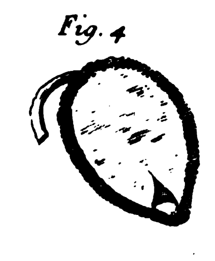


Fig. 8

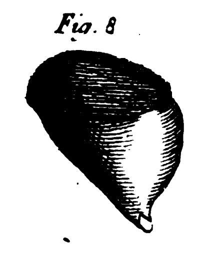


Fig. 7



Fig. 11

Fig. 10



S Sc.


g. 3

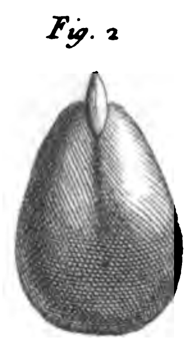
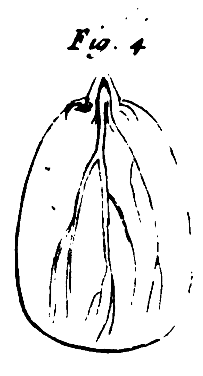
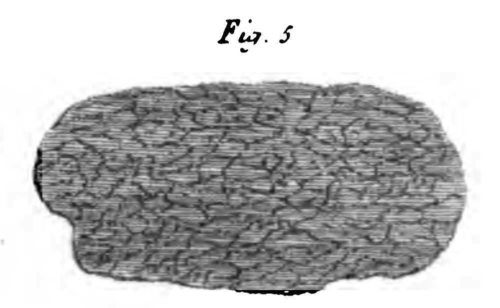

Fig. 2


Fig. 1


Fig. 4


. 6


Fig. 5

DES DEUX INEGALITES DU IV.me SATELLITE DE JUPITER.

Par M. MARALDI.

ON trouve dans les ouvrages de l'Académie les Tables des Satellites de Jupiter. Celles du 1er Satellite y sont construites suivant deux différentes méthodes. On calcule par la seconde les Eclipses de ce Satellite avec plus de facilité & de briéveté que par la premiére. M. Cassini, qui est l'auteur de ces Tables, avouë qu'il n'a point appliqué la seconde méthode aux autres Satellites, parce qu'il ne connoissoit point leurs mouvements avec la même exactitude que ceux du 1er Satellite. Il avoit découvert à celui-ci, outre l'inégalité commune aux quatre Satellites, qui dépend de l'excentricité de Jupiter au Soleil, une autre inégalité qui est nulle, quand la Terre est en conjonction avec Jupiter, ou Jupiter en opposition au Soleil, ce qui revient au même, qui monte à 7′ 5″ environ aux quadratures; d'où il a conjecturé qu'elle devoit être de 14′ 10″ dans les oppositions de la Terre à Jupiter, le double de ce qu'elle étoit aux quadratures, & il a conclu que la période devoit être celle du retour du Soleil ou de la Terre à Jupiter.

8 Mars 1732.

Après l'impression des Tables de l'année 1693 M. Cassini découvrit encore, par de nouvelles observations, que les équations qu'il avoit établies dans la Table de la premiére équation des conjonctions du 1er Satellite, n'étoient pas suffisantes pour représenter l'inégalité du mouvement de ce Satellite, qui a pour période celle de l'anomalie de Jupiter, quoiqu'elles fussent formées sur les équations de l'anomalie de Jupiter prises dans les Tables Rudolphines, dont la plus grande équation monte à 5° 30′, qui étant réduite en temps proportionné au mouvement du Satellite, ne produit que

38′ 56″, pendant que ses nouvelles observations la donnoient entre 40′ & 41′; ce qui le détermina à augmenter les équations de sa Table d'un 30me de leur grandeur chacune pour éviter une nouvelle impression, mais sans donner autre cause de cette augmentation que celle d'accorder ses Tables aux observations mêmes, & par conséquent sans qu'on puisse en conclure si la cause en est commune, ou au moins analogue dans les quatre Satellites, ou si elle est particuliére au premier.

Voilà l'état où M. Cassini a laissé les Tables des Satellites de Jupiter; mon oncle a travaillé depuis à les perfectionner, & y travailloit actuellement, quand la mort a arrêté le cours de ses travaux. Déja par une infinité de calculs, de recueils d'observations tant anciennes que modernes, jointes aux siennes propres, & des comparaisons des unes avec les autres, il avoit crû trouver qu'une partie des inégalités de ces Satellites provenoit du défaut dans les époques de leurs moyens mouvements, que pour cela il avoit corrigées, & réduites à celles qui se voyent dans un avertissement qui est à la tête du 8me volume des Mémoires de l'Académie de l'édition de 1730, à une erreur d'impression près dans l'époque du 2^{d} Satellite pour 1709, qui doit être de $2^s\ 12^\circ\ 28'\ 11''$, au lieu de $2^s\ 22^\circ\ 18'\ 11''$ qui se trouve dans cette impression, & déja sur ces époques il avoit corrigé les Tables du 1er Satellite tant dans l'une que dans l'autre méthode de M. Cassini; & il avoit ébauché les Tables des autres Satellites pour les mettre dans la forme de celle du premier.

C'est en essayant de continuer cet ouvrage, que j'ai eu lieu de faire trois remarques, que je soûmets à l'examen de l'Académie.

La premiére, & qui sera le principal objet de ce Mémoire, est sur une nouvelle inégalité du mouvement du 4me Satellite de Jupiter, dont je donnerai la cause, la quantité, & la méthode pour dresser une Table propre à la représenter.

La seconde est sur une autre inégalité dans la durée des Eclipses de ce même Satellite, dont je donne seulement quelques conjectures.

La

La troisiéme suit de la premiére, & consiste à donner la cause jusqu'ici inconnuë de l'addition que M. Cassini a crû devoir faire aux équations du 1er Satellite provenantes de l'anomalie de Jupiter.

La comparaison des observations du 4me Satellite faite avec le calcul tiré des Tables de M. Cassini, m'a conduit à la premiére remarque. J'ai trouvé que les phases des éclipses du 4me Satellite arrivent toûjours plûtôt que ce calcul ne les représente : la plus grande différence monte à plus de 1h 50'. Elle paroît avoir quelque rapport à la période de Jupiter ; car voici trois observations qui m'ont d'abord frappé, où Jupiter s'étant trouvé au même degré du Zodiaque dans trois périodes consécutives, on a observé les phases du 4me Satellite, & l'excès du temps calculé sur le temps des observations est à peu-près égal.

L'année 1696, le 13 de Mars, on observa l'émersion du 4me Satellite de l'ombre de Jupiter à 7h 18' 40" du soir. On trouve par le calcul le temps de cette observation à 8h 30' 44"; donc la différence est de 1h 12' 4", le lieu de Jupiter vû du Soleil étant au 22° 14' de la Vierge.

L'année 1708, le 30 de Janvier, le Satellite sortit de l'ombre de Jupiter à 11h 16' 40", & suivant le calcul, il n'auroit dû sortir qu'à 12h 25' 16". Donc la différence ou l'inégalité a été de 1h 8' 26", Jupiter étant au 22° 54' de la Vierge.

L'année 1719, le premier de Décembre, le Satellite entra dans l'ombre à 7h 1' 29" du matin, mais par les Tables on trouve cette immersion à 8h 16' 29", donc l'inégalité a été de 1h 15', Jupiter étant au 22° 16' de la Vierge. Ce qui est évidemment périodique, & qui méritoit d'être particuliérement examiné pour trouver la cause de ces différences.

Mais certaines observations en ont rendu la recherche très-difficile, & empêchent d'en avoir la connoissance aussi exacte qu'il seroit à souhaiter. Elles nous découvrent des irrégularités dans la durée des éclipses du 4me Satellite, qui sont contraires en deux choses aux Tables de M. Cassini.

1.° Parce que ce sçavant Astronome a fixé les nœuds des Satellites de Jupiter à 14° 30′ du Lion & du Verseau, & a renfermé les limites écliptiques du 4me Satellite entre le 27me degré des Gémeaux & le 2me degré de la Balance d'un côté du Zodiaque, & entre le 27me degré du Sagittaire & le 2me degré du Bélier de l'autre côté du Zodiaque, & cependant je trouve quatre observations du 4me Satellite, qui donnent des passages dans l'ombre hors de ces termes écliptiques.

En 1687, le 12 Juillet, Jupiter étant à 21° 49′ du Sagittaire, c'est-à-dire, à 5° 11′ hors de ces termes écliptiques, le 4me Satellite demeura 20′ dans l'ombre.

En 1693, le 29 de Janvier, Jupiter étant à 21° 2′ des Gémeaux, c'est-à-dire, à 5° 58′ hors des termes écliptiques, M. Flamsteed observa une émersion.

En 1702, on observa, comme il est rapporté dans les Mémoires de l'Académie de 1712, que Jupiter étant à 52° du nœud, c'est-à-dire, à 4° 30′ hors des termes écliptiques, le 4me Satellite rasa l'ombre.

En 1728, le 7 de Septembre, Jupiter étant à 24° 35′ des Gémeaux, c'est-à-dire, à 2° 25′ hors des termes écliptiques, le 4me Satellite demeura dans l'ombre 1h 50′ 44″.

2.° Les Tables de M. Cassini donnent la demi-demeure du Satellite dans l'ombre, la même aux mêmes distances des termes écliptiques. Mais on trouve trois observations où la demeure est différente, & plus grande que celle que M. Cassini assigne à pareilles distances de ces termes.

En 1705, le 22 Février, Jupiter étant à 27° 30′ des Gémeaux, c'est-à-dire, à 30′ en deçà des termes écliptiques, le Satellite ne devoit, selon la Table, demeurer que 8′ 22″ dans l'ombre, & il y demeura 2h 3′ 14″.

En 1708, le 6 d'Avril, Jupiter étant à 27° 58′ de la Vierge, c'est-à-dire, à 4° 2′ en deçà des termes écliptiques, le Satellite ne devoit, selon la Table, demeurer que 1h 36′ 26″ dans l'ombre, & il demeura 2h 11′ 40″.

En 1711, Jupiter étant à 28° 13′ des Gémeaux, c'est-à-dire, 1° 13′ proche des termes écliptiques, où, selon la

Table, le Satellite ne devoit demeurer que 40′ dans l'ombre, il y demeura 2h 20′.

Et il est à remarquer que nous n'avons que deux observations, sçavoir une en 1718, l'autre en 1730, où la durée de l'éclipse ait été conforme à la Table. Dans toutes les autres observations que j'ai pû trouver sur le 4me Satellite, hors celles que j'ai rapportées ci-dessus, l'entrée & la sortie du Satellite de l'ombre de Jupiter n'ont point été observées; mais seulement ou l'une ou l'autre de ces deux phases, dont une seule ne peut rien déterminer sur la durée des éclipses; ainsi on ne sçauroit déterminer la grandeur de la premiére inégalité, qu'elle ne soit dégagée de l'effet de cette seconde, qui augmentant la durée des éclipses, accélere les immersions, & retarde les émersions, & par-là elle contribuë aux différences que j'ai trouvées entre le temps vrai de ces phases & le temps calculé; il est donc nécessaire d'examiner les causes de cette seconde inégalité, afin de la dégager autant qu'on peut de la premiére.

On sçait que trois causes entre autres peuvent contribuer à la variation de la durée d'une éclipse dans un même point du Zodiaque. 1.° L'excentricité de l'orbite du Satellite par rapport au centre de sa planete principale; 2.° le mouvement des nœuds de son orbite; 3.° la variation de l'inclinaison mutuelle de ces deux orbites l'une à l'égard de l'autre.

Ces causes peuvent concourir soit conjointement soit séparément à la variation de la durée des éclipses des Satellites à semblables positions de Jupiter dans le Zodiaque, & doivent être examinées chacune séparément pour en connoître l'effet.

On comprendra d'abord facilement que l'excentricité de l'orbite du Satellite ne peut concourir à la variation de la durée d'une éclipse, que parce qu'elle éloigne plus ou moins le Satellite de sa Planete principale; mais une excentricité qui ne s'est pas encore renduë assés sensible pour qu'on l'ait pû déterminer dans les digressions de sa Planete principale, se rendra difficilement sensible dans la durée des éclipses. Cependant

comme on pourroit dire que c'eſt le peu d'obſervations que nous avons ſur les digreſſions du 4me Satellite, & la difficulté de faire ces obſervations avec exactitude, qui nous prive de la connoiſſance des différences de ſes plus grandes digreſſions ; après que j'ai eu découvert l'excentricité de ce Satellite par la premiére inégalité dépouillée de la ſeconde, j'ai calculé l'effet que cette excentricité peut produire ſur la durée de ſes éclipſes ; & j'ai trouvé que comparant une éclipſe qui arriveroit au point de l'orbite du Satellite plus éloigné du centre de Jupiter, à celle qui arriveroit au point plus proche de ce centre, la différence de leur durée ne ſeroit pas de 3 minutes ; ce qui eſt bien éloigné de repréſenter les ſept obſervations, où nous avons trouvé de beaucoup plus grandes variations, & dans des points de l'orbite moins excentriques que ces deux-là.

On ne voit pas non plus qu'on puiſſe attribuer cette variation de durée des éclipſes du 4me Satellite au mouvement des nœuds de l'orbite du Satellite ; car outre que M. Caſſini n'a admis l'hypotheſe de la ſtabilité de ces nœuds qu'après bien des moyens pris pour s'en aſſûrer, & que mon oncle depuis lui, par de pareils moyens a reconnu que ceux du ſecond Satellite ſont préciſément au même endroit où M. Caſſini les a fixés ; les obſervations mêmes nous ſont voir que les nœuds du quatriéme Satellite n'ont pas de mouvement régulier, & que ſi on peut lui donner quelque mouvement, il ne ſeroit tout au plus que d'une libration pleine d'irrégularités extrêmes, ce qui ne ſçauroit établir une hypotheſe.

Pour le voir clairement, ſuppoſons qu'au temps des obſervations citées ci-deſſus, dont on a la durée des éclipſes, le nœud du Satellite le plus proche ait eu le mouvement néceſſaire pour ſe trouver placé à la diſtance du lieu de Jupiter, qui, ſelon la Table de la demi-demeure de M. Caſſini, répond à la durée de l'éclipſe trouvée par les obſervations, & nous aurons les diverſes poſitions des nœuds pour les temps des obſervations, comme elles ſe trouvent dans la Table

suivante, ou le signe + marque l'avance des nœuds au de-là des points fixés par M. Cassini, & le signe — marque la rétrogradation des nœuds en arriére de ces mêmes points.

L'Eclipse de l'an	a eu pour sa demi-durée	qui répond à la distance du nœud.	Jupiter étoit alors à	Le nœud plus proche devoit donc se trouver à	Rapport du nœud à la place fixée par M. Cassini.
1687	0h 10′ 0″	46° 28′	21° 49 ♐	8° 17 ♒	— 6° 13′
1702	Le Satel. rasa l'ombre.	47 30	6 30 ♉	19 0 ♒	+ 4 30
1705	1 1 37	41 16	27 30 ♊	8 46 ♌	— 5 44
1708	1 5 50	40 28	27 58 ♍	17 30 ♌	+ 5 0
1717	1 10 0	39 37	28 13 ♊	7 50 ♌	— 6 40
1728	0 55 22	42 24	24 35 ♊	6 59 ♌	— 7 31

Par où on voit qu'au temps de l'Eclipse de 1687 les nœuds auroient rétrogradé de la place que M. Cassini leur assigne, de .... 6° 13′.

Dans les quinze ans suivants, ils auroient avancé en mouvement direct de .... 10 43.

Trois ans après, ils auroient parcouru en mouvement rétrograde .... 10 14.

Dans les trois ans suivants, ils auroient eu un mouvement direct de .... 8 44.

Durant neuf autres années, ils auroient fait en mouvement rétrograde .... 9 40.

Et enfin onze après, ils se seroient trouvés encore plus rétrogradés de .... 0 51.

Ce qui paroît n'avoir aucune regle ni aucune vrai-semblance, sur-tout si on fait attention que les observations de 1718 & de 1730 replaceroient dans cette supposition les nœuds où M. Cassini les a fixés, & que la premiére donneroit à ces nœuds dans un an un mouvement direct de 6° 40′, & la seconde encore un mouvement direct dans deux ans ou environ de 7° 31′, ce qui se contredit manifestement.

Il n'y a donc pas d'apparence d'attribuer au mouvement des nœuds du 4me Satellite la variation de la durée de ses éclipses; & comme on a vû que l'excentricité de son orbite ne suffit pas pour représenter ces variations, il paroît qu'on est obligé de recourir au changement de l'inclinaison de son

orbite à l'égard de celle de Jupiter. On seroit d'autant plus porté pour cette hypothese, que déja on sçait par les Mémoires de l'Académie de 1729, que l'inclinaison du 2^d Satellite est différente de celle que feu M. Cassini avoit déterminée, qu'elle est variable, & que ses variations causent de l'irrégularité dans la durée de ses éclipses, qui monte jusqu'à 21 minutes.

Mais comme les observations de la durée des éclipses du 4me Satellite sont en très-petit nombre, & qu'on ne reconnoît aucun ordre dans ces observations, si ce n'est une certaine analogie entre les observations de 1705 & 1717, & entre celles de 1718 & 1730; qui étant considérées séparément des autres, sembleroient donner une ouverture à une période de 12 années, mais étant examinées conjointement avec les autres, la détruisent, on ne sçauroit rien déterminer sur cette inclinaison. Combien y a-t-il d'autres causes qui peuvent varier la durée de ces éclipses ? les taches qu'on a vûës quelquefois sur ce Satellite, la variation du diametre, l'augmentation & diminution de lumiére qui lui arrivent nécessairement par le différent éloignement au Soleil & à la Terre, le Ciel plus ou moins serein dans une observation que dans une autre, &c. peuvent contribuer aux irrégularités de la durée des éclipses du 4me Satellite. C'est pourquoi, dans la nécessité où je suis de dépouiller de l'effet de la durée variable des éclipses du 4me Satellite, la premiére inégalité qui fait l'objet principal de ce Mémoire, j'ai pris le parti de suivre le sentiment de mon oncle en cette matiére, qui pensoit que jusqu'à des connoissances plus certaines sur cette variation d'inclinaison, il étoit plus sûr & plus approchant du vrai de s'en tenir à l'inclinaison déterminée par M. Cassini de 2° 55', aussi-bien qu'à sa position des noeuds. En effet, ayant apperçû les irrégularités de la durée des éclipses du 4me Satellite, il avoit crû y remédier par la seule augmentation du diametre de la section de l'ombre de Jupiter dans l'orbite de ce Satellite, & sur cette hypothese il a construit une Table nouvelle des demi-demeures dans l'ombre, que

j'ai trouvée à la marge de celle de M. Cassini, imprimée en 1693, par laquelle il a prolongé l'incidence du 4me Satellite dans l'ombre jusqu'à 51 degrés d'éloignement des nœuds. Par cette Table la plus grande demi-demeure est de 2^h 31′ 54″, & elle est encore 24′ 35″ à 51° de distance au nœud.

C'est par cette nouvelle Table que j'ai calculé de nouveau les temps des phases du 4me Satellite, qui m'ont conduit à la premiére remarque, comme je les avois calculés par la Table des demi-demeures de M. Cassini; & je regarde les différences qui résultent de ce second calcul entre le temps observé & le temps calculé, comme dépouillées, autant qu'il se peut sur les connoissances présentes, de l'effet de la seconde inégalité, ou de la variation de la durée des éclipses; car par ce second calcul, j'ai trouvé encore plus d'ordre dans ces différences ainsi dépouillées, que je n'en ai trouvé par le premier, je les ai rangées en forme de Table que j'ai ajoûtée à la fin de ce Mémoire.

L'ordre qu'on apperçoit dans ces différences, répond sensiblement à la révolution de Jupiter autour du Soleil, & m'a fait juger que la période des équations à établir pour représenter la premiére inégalité dont il s'agit principalement dans ce Mémoire, commence à chaque révolution de Jupiter dans le même endroit du Zodiaque, ou à peu-près, en sorte que la plus grande différence doit être éloignée de la plus petite du temps d'une demi-révolution de Jupiter.

En effet, si on veut bien remarquer l'ordre de leurs augmentations & diminutions dans le cours des observations de la Table, on trouvera qu'une de ces périodes a commencé en l'année 1705 entre l'observation du 22 Février & celle du 30 Avril; car par l'observation du 22 Février, l'inégalité étoit de 5′ 40″ additive, qui est une marque que l'inégalité soustractive, qui s'étoit trouvée dans les observations précédentes, avoit cessé, & le 30 d'Avril elle étoit déja de 3′ 20″ soustractive, comme on a continué de le remarquer dans les observations suivantes. Elle a ensuite toûjours été en augmentant jusqu'à l'observation de l'année 1711, dans laquelle

on l'a trouvée de 1h 52', qui a été la plus grande. Après cette observation, elle a commencé à diminuer sensiblement; de sorte qu'après une seule révolution du Satellite elle avoit déja diminué de 18 minutes.

L'année 1713, le premier d'Août, elle étoit réduite à 38'; l'année 1714, le 16 de Janvier, elle n'étoit que de 21' 22"; enfin elle a cessé vers la fin de l'année 1716, ou au commencement de l'année 1717, car le 9 de Janvier de cette année-là elle n'étoit que de 5 secondes, le lieu de Jupiter vû du Soleil étant à 28° 9' des Gémeaux. Il est vrai-semblable que cette inégalité commençoit sa période au temps de cette observation, car par l'observation suivante du 26 de Janvier elle a été observée de 1' 32", & le 10 de Décembre de la même année elle étoit déja de 18' 40", le 4 de Mars de l'année suivante de 22' 15", & elle a continué d'augmenter jusqu'à l'année 1723 qu'on l'a observée de 1h 36' 8", qui est la plus grande qu'on ait remarquée dans cette période, le lieu de Jupiter étant alors au 7me degré 38' du Capricorne, plus avancée de 7d que l'année 1711, où l'inégalité fut observée de 1h 52'.

On pourroit supposer qu'au temps de cette observation elle avoit déja commencé à diminuer, parce que en 1723 on n'a point fait d'observations de ce Satellite, dans le temps que Jupiter étoit au commencement du Capricorne, où on a remarqué la plus grande inégalité en 1711, & que le 4 de Septembre suivant elle étoit moindre de 7 minutes, ayant été observée de 1h 29'.

Elle continua ensuite de diminuer, & elle étoit l'année suivante 1724 le 4 d'Août de 1h 10', l'année 1725 le 27 de Septembre de 38', & le 20 de Décembre de la même année de 22' 20", & il paroît qu'elle avoit cessé l'année 1728 avant le 7 d'Octobre, car ce jour-là elle fut observée de 6' 12" additive, le lieu de Jupiter étant à 24° 35' des Gémeaux, qui est néantmoins éloigné de celui où elle a fini la période précédente de 4 degrés au moins.

Elle a augmenté ensuite, & le 18 de Février de l'année 1729

1729 elle étoit de 6′ 46″, l'année 1730 le 2 de Janvier de 13′, le 14 d'Octobre de 32′, & le 20 de Décembre de la même année, par une observation qui m'a été communiquée par M. Manfredi, elle a été de 40′, le 14 de Mars de l'année 1731 on l'a trouvée de 47′ 7″, & enfin le 20 de Mai elle a été de 54′.

Dans la période qui a précédé les deux dont je viens de parler, cette inégalité est montée le 21 d'Août 1699 à 1ʰ 53′, Jupiter étant à 29° 22′ du Sagittaire, à 40′ près du lieu où il se trouva douze ans après, lorsque le Satellite eut une inégalité à peu-près semblable à celle de 1699.

On voit par les observations que je viens de rapporter, que cette inégalité commence, lorsque Jupiter est aux moyennes distances du Soleil, c'est-à-dire vers la fin des Gémeaux, qui est éloigné de trois Signes de l'aphélie ; qu'elle augmente continuellement jusqu'à ce que Jupiter, après avoir passé par son aphélie, soit arrivé vers la fin du Sagittaire, ou au commencement du Capricorne, où elle est la plus grande, qu'ensuite elle diminuë, Jupiter allant vers son périhélie, & qu'elle cesse à peu-près dans l'endroit où elle avoit commencé.

Ces remarques faites sur l'ordre & la période de ces différences, donnent lieu à trois réfléxions qui conduisent au moyen de représenter cette inégalité, dans la seconde forme des Tables de M. Cassini, par une Table périodique, qui paroît d'autant plus utile, qu'on a lieu de croire que le défaut d'attention à cette inégalité, qui fait que les phases de ce Satellite anticipent toûjours le temps où on les attend par le calcul, a été la cause du peu d'observations que nous avons de ce Satellite.

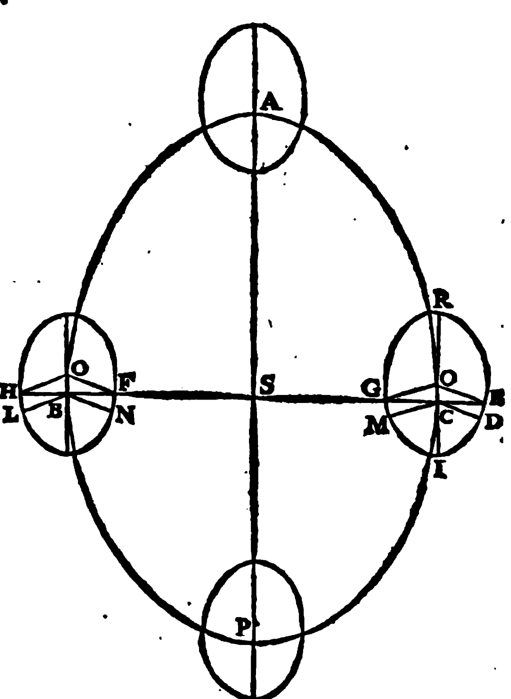
La premiére réfléxion est que puisque ces différences du temps calculé au temps des observations sont telles que le temps calculé excede toûjours le temps des observations (à deux cas près, qui sont si légers, qu'on peut les attribuer à quelque erreur) on peut facilement en conclure qu'ôtant de l'époque des moyennes révolutions la moitié de la plus grande de ces différences, le temps calculé n'excédera plus

le temps des obſervations que durant la moitié environ de chaque période, & pendant l'autre moitié ce ſera au contraire le temps des obſervations qui excédera le calculé, & ainſi pendant une demi-période les équations ſeront ſouſtractives, & pendant l'autre elle ſeront additives. J'ai jugé qu'on pourroit prendre 55' de temps pour la moitié de la plus grande différence; car nous avons vû qu'en 1699 cette différence étoit de 1^{h} 53', & en 1711 elle étoit de 1^{h} 52', dont la moitié eſt de 56'. A l'égard de l'obſervation de 1724, où nous avons trouvé la plus grande inégalité de 1^{h} 36', nous avons remarqué que la période avoit paſſé ſon milieu de près de 7°, & par conſéquent elle devoit être plus petite.

La ſeconde réfléxion eſt que cette ſouſtraction de 55' ainſi faite de l'époque des révolutions moyennes du 4me Satellite, ſe trouvera tout-à-coup avoir ôté la même valeur de 55' à toutes mes différences du temps calculé au temps des obſervations; ainſi l'inégalité ſera de 55' additive dans l'endroit où elle avoit été nulle, qui eſt vers le commencement de l'Ecreviſſe, lieu des moyennes diſtances de Jupiter au Soleil dans le ſecond demi-cercle d'anomalie; elle ſera enſuite nulle, où elle étoit de 55' ſouſtractive, c'eſt-à-dire, à l'aphélie & au périhélie de Jupiter, & enfin elle ſera de 55' ſouſtractive, où elle l'étoit de 1^{h} 50', qui eſt vers le commencement du Capricorne, lieu des moyennes diſtances de Jupiter au Soleil dans le premier demi-cercle d'anomalie, ce qui eſt préciſément le même ordre & période des équations de l'anomalie de Jupiter, qui ſont ſouſtractives dans le premier demi-cercle d'anomalie, & additives dans le ſecond, & où les plus grandes ſont aux diſtances moyennes de Jupiter au Soleil.

La troiſiéme réfléxion, qui ſuit naturellement des deux autres, eſt que l'hypotheſe de l'excentricité de l'orbite du 4me Satellite, par rapport au centre de Jupiter, eſt la plus naturelle pour repréſenter cette inégalité après la ſouſtraction de l'époque, pourvû qu'elle ait deux conditions; la premiére, que ſon grand axe ſoit parallele à la ligne des abſides de Jupiter par rapport au Soleil; la ſeconde, que le point de

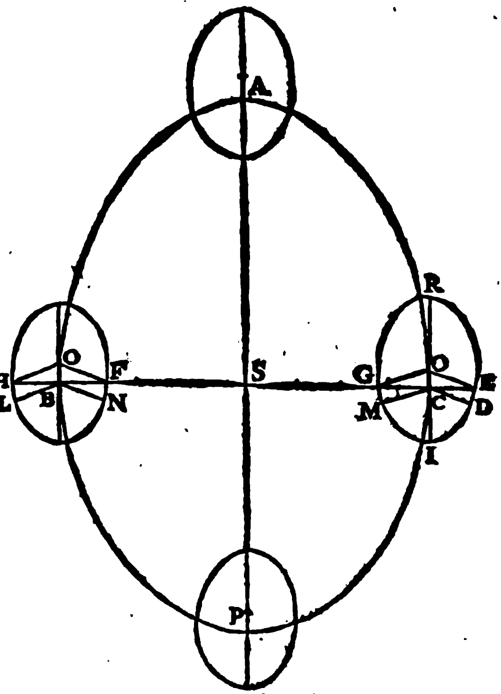
ſon orbite, plus éloigné du centre de Jupiter, réponde à l'aphélie de cette Planete. On en va voir la preuve dans le raiſonnement ſuivant.



Suppoſons que l'orbe du 4me Satellite eſt excentrique de la maniére qu'il eſt repréſenté dans la Figure, où *S* eſt le Soleil, *ABPC* l'orbe de Jupiter, dont le point *A* eſt l'aphélie, & le point *P* eſt le périhélie, *C* & *B* les moyennes diſtances. Soit placé dans ces quatre points l'orbe du 4me Satellite de figure elliptique, de maniére que le point de ſon orbite, plus éloigné du centre de Jupiter, réponde à l'aphélie de cette Planete, ou, pour parler plus exactement, au commencement de la Balance. Soit menée la ligne *SCE*, dont le point *C* marquera le centre de Jupiter, & le foyer du mouvement vrai ou apparent du Satellite; le point *E* marquera le lieu de l'oppoſition véritable du Satellite. Soit pris enſuite le point *O*, foyer du moyen mouvement, & ſoit tirée la ligne *OE* du moyen mouvement & la parallele *CD*, le point *D* marquera le lieu de l'oppoſition moyenne du Satellite.

Il eſt donc conſtant que lorſque Jupiter ſera, par exemple en *C*, le Satellite qui fait ſa révolution d'Occident en Orient de *I* en *R*, arrivera en *D*, lieu de l'oppoſition moyenne avec le Soleil plûtôt qu'en *E*, lieu de ſon oppoſition véritable, qui eſt déterminé par la ligne *SCE*, qui paſſe par le centre

du Soleil & celui de Jupiter, & qu'ainsi le calcul anticipera l'observation de la quantité de l'arc *DE*, que l'on suppose tel que le Satellite employe à le décrire 55 minutes.



Lorsque Jupiter sera dans son aphélie en *A*, la ligne de l'opposition moyenne du Satellite concourt avec la ligne de l'opposition véritable, ainsi l'inégalité sera nulle.

Lorsque Jupiter sera en *B*, si l'on mene la ligne *OH* du moyen mouvement du Satellite & la parallele *LB*, il est certain que ce Satellite arrivera plûtôt en *H*, lieu de son opposition véritable, que en *L*, lieu de l'opposition moyenne, & qu'ainsi l'observation anticipera le calcul de la même quantité de 55 minutes, au lieu que Jupiter étant en *C*, le calcul a dû anticiper l'observation d'une même quantité, de sorte que d'une observation à l'autre il y aura $1^h\ 50'$, qui est la plus grande inégalité qu'on trouve au 4me Satellite.

Enfin Jupiter étant en *P*, la ligne de l'opposition véritable concôurra avec la ligne de l'opposition moyenne, & par conséquent il n'y aura point d'inégalité.

Tout ce que je viens de dire ne regarde que la partie supérieure de l'orbe du Satellite. Il est évident, par la seule inspection de la Figure, que dans la partie inférieure il doit arriver le contraire de ce qui arrive dans la partie supérieure aux points *E* & *H*; car Jupiter étant en *C*, si la ligne *SE*

étoit visible dans l'orbe du Satellite, on le verroit arriver plûtôt en *G*, lieu de la conjonction véritable qu'en *M*, lieu de la conjonction moyenne, & Jupiter étant en *B*, le Satellite arriveroit plûtôt en *N*, lieu de la conjonction moyenne, qu'en *F*, lieu de la conjonction véritable.

Il suit aussi de cette hypothese, que les digressions du Satellite doivent être inégales, c'est-à-dire, plus grandes en *R*, & moindres en *I*, ce qu'il nous est très-difficile de distinguer.

Pour trouver la quantité de l'excentricité, on fera comme 16j 18h 5' 7", révolution moyenne du 4me Satellite, sont à 55', ainsi 360° degrés sont à 50' environ qui mesurent l'arc *ED* ou l'angle *ECD*, qui est égal à l'angle *OEC* de la plus grande équation, & on fera comme le sinus total est au rayon *OE*, ainsi le sinus de l'arc de 50' est à *GO* qu'on trouvera de 1454 parties dont le rayon est 100 mille.

Cette excentricité du 4me Satellite est un peu plus petite que celle du Soleil dans son orbe qui est comme 17 à 1000.

Puisque par l'hypothese que nous donnons ici pour représenter l'inégalité du 4me Satellite, qui fait le fonds de ce Mémoire, les équations gardent le même ordre que celles de l'anomalie de Jupiter, il paroît inutile de construire deux Tables pour représenter séparément ces deux inégalités : une seule suffira, pourvû que chaque équation répondante à chaque point d'anomalie de Jupiter par rapport au Soleil, soit augmentée de la quantité de celle qui doit représenter dans cette même position d'anomalie l'inégalité provenante de l'excentricité du Satellite même par rapport au centre de Jupiter.

Ainsi la plus grande équation d'anomalie de Jupiter selon les Tables Rudolphines étant de 5° 30', & ayant été remarqué dans les Mémoires de l'Académie de 1727, que les observations les plus exactes y ajoûtent encore 5 minutes, nous la supposerons de 5° 35'. Nous avons trouvé que la plus grande équation en ce même point d'anomalie de Jupiter propre à représenter la plus grande inégalité provenante de l'excentricité du Satellite même, est de 50'; donc si nous les joignons ensemble, nous aurons la plus grande équation

provenante des deux excentricités de Jupiter, & du Satellite de 6° 25', qu'on réduira en temps, en faiſant comme 360° : à 16j 18h 5' 7", de même 6° 25' : à 7h 10', qui ſera la plus grande équation des conjonctions du 4me Satellite, qui répond aux moyennes diſtances de Jupiter au Soleil.

De tout ce que je viens de dire, on peut appercevoir la troiſiéme remarque; car ne voit-on pas d'abord que l'addition d'un trentiéme que M. Caſſini a crû devoir faire à la premiére équation du 1er Satellite après l'impreſſion des Tables de l'année 1693, n'eſt autre choſe que l'addition de l'équation, qui repréſente les inégalités du 1er Satellite cauſées par une excentricité de ſon orbe pareille à celle du 4me, que nous venons d'expliquer ; il n'a fixé cette équation à un trentiéme de celles qui étoient déja imprimées, que pour éviter une nouvelle impreſſion, & faciliter aux calculateurs cette addition.

Qu'y a-t-il de plus vrai-ſemblable que cette hypotheſe; ſur-tout ſi on fait attention qu'il n'eſt pas naturel de penſer que la même cauſe, qui fait mouvoir les Planetes excentriquement autour du Soleil dans un grand tourbillon, ne faſſe pas le même ou ſemblable effet ſur les Satellites dans leur petit tourbillon autour de la Planete principale, d'autant mieux que nous en voyons l'exemple dans la Lune, qui eſt un Satellite de la Terre?

COMPARAISON DES OBSERVATIONS
DU QUATRIEME SATELLITE DE JUPITER,

Avec le calcul fait par les Tables de feu M. Cassini, dont la Table de la demi-demeure du Satellite dans l'ombre a été corrigée par feu M. Maraldi.

Temps vrai des Observations.			Temps vrai calculé.	Différence ou inégalité soustractive.	Lieu de Jupiter vû du Soleil.	Distance de Jupiter au nœud des Satellites.
		H. M. S.	H. M. S.	H. M. S.	S. D. M.	
1671	31 Mars	8 29 43	9 26 42 Im.	0 56 59	4 17 21	
1676	30 Septembre	8 8 28	9 6 14 Im.	0 57 46	9 24 32	
1677	25 Juin	15 27 30	16 15 38 Em.	0 48 8	10 7 53	
	17 Septembre	10 28 12	11 18 17 Em.	0 50 5	10 25 22	
	23 Novembre	7 7 20	7 28 31 Im.	0 21 11	11 1 24	
1678	10 Novembre	9 1 57	9 32 37 Em	0 30 40	0 3 23	
1682	4 Octobre	17 53 36	18 40 12 Em.	0 46 36	4 7 24	
1684	9 Avril	9 18 54	11 7 54 Em.	1 49 0	5 20 16	
1687	12 Juillet	11 6 25			8 21 49	52° 41′
1688	17 Août	11 36 40	12 57 2 Im.	1 20 22	9 25 16	
	3 Septembre	10 25 58	11 45 29 Em.	1 19 31	9 26 44	
	9 Novembre	6 46 5	7 51 23 Im.	1 5 17	10 2 30	
1689	27 Octobre	9 33 15	10 29 6 Em.	0 55 51	11 3 39	
1693	29 Janvier	5 55 35			2 21 2	53 28
1694	7 Mars	9 14 30	9 46 33 Em.	0 32 3	3 24 40	
	26 Avril	11 7 40	11 31 13 Im.	0 23 33	3 28 43	
1696	25 Février	13 23 42	14 47 13 Em.	1 23 31	5 20 56	
	13 Mars	7 18 40	8 42 59 Em.	1 24 19	5 22 13	
1699	21 Août	8 31 56	10 25 26 Im.	1 53 30	8 29 22	
1700	5 Juillet	15 37 45	17 2 0 Im.	1 24 15	9 25 58	
1701	9 Juillet	12 31 10	13 33 52 Em.	1 2 42	10 28 24	
	8 Decembre	4 40 3	5 20 18 Im.	0 40 15	11 12 4	
1702	15 Août	15 50 0	16 13 49	0 23 49	0 4 53	
1705	22 Février	8 54 10 Im.				
		10 57 24 Em.				
	Conjonction	9 55 47	9 50 7 ☌	0 5 40 ad.	2 27 30	47 0
	30 Avril	9 8 14	9 11 34 Im.	0 3 20	3 3 9	
	17 Novembre	13 36 30	13 53 0 Em.	0 16 30	3 19 53	
1706	31 Mars	9 8 1	9 27 45 Im.	0 19 44	4 0 46	
1707	7 Mai	8 57 22	9 43 56 Im.	0 46 34	5 2 24	
1708	6 Avril	8 31 20 Im.				
		10 43 15 Em.				
	Conjonction	9 37 8	11 6 51 ☌	1 29 43	5 27 58	43 28
	12 Juin	10 21 44	11 45 32 Em.	1 23 48	6 2 58	

	Temps vrai des Observations.				Temps vrai calculé.			Différence ou inégalité soustractive.			Lieu de Jupiter vû du Soleil.			Distance de Jupiter au nœud des Satellites.
		H.	M.	S.	H.	M.	S.	H.	M.	S.	S.	D.	M.	
1711	9 Juillet	12	32	10	14	24	17 Im.	1	52	7	9	0	2	
	26 Juillet	9	15	14	10	51	13 Em.	1	35	59	9	1	25	
1713	1 Août	13	8	30	13	46	43 Im.	0	38	13	11	5	7	
	24 Octobre	8	57	45	9	29	0 Im.	0	31	15	11	12	42	
1714	16 Janvier	7	33	37	7	54	59 Em.	0	21	22	11	20	21	
1716	20 Novembre	8	55	32							2	23	57	50° 33′
1717	9 Janvier	12	47	9 Im.										
		15	7	17 Em.										
	Conjonction	13	57	13	13	57	18 ☌	0	0	5	2	28	9	46 39
	26 Janvier	6	39	30 Im.										
		9	16	44 Em.										
	Conjonction	7	58	7	7	59	39 ☌	0	1	32	2	29	36	
	10 Décembre	17	56	0	18	14	40	0	18	40	3	26	2	
1718	4 Mars	7	9	17 Im.										
		11	45	18 Em.										
	Conjonction	9	27	17	9	49	31 ☌	0	22	15	4	2	49	
1719	10 Avril	11	20	0	12	15	40 Em.	0	55	40	5	4	23	
	30 Novembre	19	1	29	20	1	14 Im.	0	59	45	5	22	16	
1723	18 Août	10	46	20	12	22	28 Im.	1	36	8	9	7	38	
	4 Septembre	8	20	25	9	49	36 Em.	1	29	11	9	9	3	
1724	4 Août	11	41	il est sorti	13	1	40 Em.	1	20	40	10	7	36	
	10 Octobre	7	58	30	8	58	58 Im.	1	0	28	10	13	28	
1725	7 Septembre	7	15	30	7	53	16 Im.	0	37	46	11	14	59	
	20 Décembre	5	52	26	6	14	46 Em.	0	22	20	11	22	38	
1728	7 Octobre	11	9	26 Im.										
		13	0	10										
	Conjonction	12	4	48	11	58	36 ☌	0	6	12 ad.	2	24	35	49 55
1729	18 Février	10	53	50	11	0	36 Im.	0	6	46	3	5	59	
1730	2 Janvier	17	19	36	17	32	36 Im.	0	13	0	4	2	8	
	19 Janvier	11	12	51	11	26	52 Im.	0	14	1	4	3	30	
	27 Mars	11	25	28	11	37	56 Im.	0	12	28	4	8	52	
	13 Avril	10	11	51	10	42	14 Em.	0	30	32	4	10	13	
	14 Octobre	16	22	43	16	55	5 Em.	0	32	22	4	24	41	
	20 Décembre	11	12	53 Im.										
		15	44	48 Em.										
	Conjonction	13	28	50	14	9	3 ☌	0	40	13	4	29	53	
1731	14 Mars	9	5	20	9	53	27 Em.	0	47	7	5	6	22	
	20 Mai	9	5	30	9	59	34 Em.	0	54	4	5	11	30	

RECHERCHES SUR LE MOUVEMENT DES EAUX.

Par M. COUPLET.

LES loix du mouvement des eaux ont été l'objet des recherches de plusieurs habiles Mathématiciens *; mais la plûpart de leurs expériences ayant été faites sur des conduites très-courtes, ou sur des conduites terminées par des ajutages, dans lesquelles conduites l'eau n'a pas, à beaucoup près, les mêmes frottements que celle qui sort à gueule bée, les eaux qui couloient dans leurs conduites, ne trouvoient point d'empêchements suffisants pour faire remarquer des différences considérables entre les quantités véritables d'eau que ces conduites fournissoient dans leurs expériences, & les quantités d'eaux qu'ils estimoient que ces conduites devoient fournir, suivant leurs regles : & aussi M. Mariotte dit-il, folio *276*, imprimé en *1686*, qu'il y a quelquefois des causes qui empêchent l'exactitude de ces regles, de maniére que fort souvent les grandes ouvertures donnent un peu plus à proportion que les plus petites, & quelquefois un peu moins, & de même que les plus grandes hauteurs donnent quelquefois un peu plus que selon la raison soudoublée, & quelquefois elles donnent un peu moins. Aussi le fruit que nous avons de toutes leurs recherches se réduit seulement à quelques regles sur les propriétés du mouvement des eaux, comme sur la hauteur des jets, leur dépense, & tous les mouvements où les eaux ne peuvent point être ralenties par des frottements & autres obstacles qu'elles trouvent toûjours dans de longues conduites.

22 Mars 1732.

* M.rs Heron, Majettus, Guillelmini, Castelli, Borelli, Toricelli, Picard, Mariotte, Varignon, Carré, &c.

Nous verrons dans la ſuite de nos expériences, qu'une conduite qui, ſuivant les regles, auroit dû fournir 61 pouces d'eau & $\frac{11}{25}$, n'a fourni que 2 pouces 63 lignes, parce qu'elle étoit extrêmement longue, & qu'elle verſoit ſes eaux à gueule bée, comme l'on voit dans la conduite de fer de 4 pouces, Figure premiére.

Si l'on s'étoit ſervi des regles que nous avons ſur le mouvement des eaux, pour déterminer quel devoit être le diametre de cette conduite pour fournir 2 pouces 63 lignes d'eau, l'on auroit fait le diametre de cette conduite preſque cinq fois plus petit qu'il n'eſt, & l'on n'auroit eu par cette conduite qu'environ la 25me partie des 2 pouces 63 lignes d'eau que l'on demandoit : ce qui fait voir que l'on eſt encore bien éloigné des connoiſſances néceſſaires, pour que l'on en puiſſe déduire des regles ſuffiſantes pour la détermination des vrais diametres qui conviennent aux conduites ou aqueducs qui doivent mener à une diſtance marquée, & ſelon les diverſes circonſtances qui ſe peuvent préſenter par la diſpoſition du terrain, une quantité d'eau donnée quelconque qui ſe préſenteroit à l'embouchure d'une conduite qui doit la rendre à gueule bée par ſon bout oppoſé, c'eſt-à-dire, ayant ce bout de ſortie de même ouverture que ſon embouchure, ſans être retréci comme l'on fait pour avoir un jet.

C'eſt une queſtion qui, toute importante qu'elle eſt, n'a point encore été éclaircie, & dont il paroît que la ſolution dépend de la connoiſſance du frottement des eaux dans leurs conduites par rapport à différents diametres & longueurs différentes, & par rapport à leurs différentes viteſſes.

Il eſt rare qu'en phyſique on s'éclairciſſe parfaitement ſur l'objet que l'on y conſidere, que l'on ne ſoit guidé par des expériences fondamentales ; & comme l'on ne peut avoir ces connoiſſances que par un grand nombre d'expériences, & que Verſailles eſt le lieu le plus propre pour les faire, j'y en ai fait pluſieurs avec mon pere & M. Villiard, qui en avoient déja fait avec M. Picard & M. Roëmer, & nos expériences, comparées avec celles que l'on pourra faire dans la ſuite,

pourront du moins contribuer à établir quelques regles à ce sujet.

Voici les descriptions & les profils des conduites sur lesquelles nous avons fait nos expériences.

FIGURE I.

La premiére Figure est le profil d'une conduite de fer de 4 pouces de diametre, qui menoit autrefois l'eau du Réservoir de la Place Dauphine, dit le *Réservoir des bonnes Eaux*, dans celui des petites Ecuries de Versailles.

ABC est le Réservoir de la Place Dauphine, qui est en forme de prisme droit, dont la base est un quarré d'environ 2 pieds de côté, & sa hauteur est de 2 pieds 8 pouces. Il est situé dans la ruë Dauphine, en une maison du Roy, communément dite la *Maison des bonnes Eaux*. Il tire ses eaux du Regard quarré près St Antoine; ce Regard les reçoit de Bailly & du Chesnay, qui sont deux Villages à droite & à gauche de Roquancour sur le chemin de Marly.

A est une soupape placée au fond du Réservoir de la Place Dauphine, elle est de 6 pouces de diametre; à cette soupape s'abouche un tuyau descendant de plomb & du même diametre de 6 pouces dans la longueur seulement d'environ 6 pieds, au bout duquel s'abouchoit un second tuyau descendant aussi de plomb, mais de 4 pouces seulement de diametre comme tout le reste de la conduite.

Ces deux tuyaux descendants formoient ensemble une longueur verticale de 23 pieds 4 pouces, faisant en *D* un coude tel que le marque le profil, d'où la conduite continuoit en remontant une pente *DF* de 133 toises 5 pieds 9 pouces de long sur une hauteur verticale *ED* de 16 pieds 6 pouces 3 lignes. D'où l'on voit que la longueur horisontale *EF* étoit d'environ 133 toises 5 pieds 7 pouces, qui ne differe de la ligne même de conduite que d'environ 2 pouces.

Du point *F* elle continuë de monter jusqu'en *H*, mais par une pente plus douce *FH* de 59 toises de long sur une verticale *FI* de 1 pied 1 pouce; d'où l'on voit que la longueur

horiſontale *IH* n'étoit que d'environ 1 pouce moindre que la ligne de conduite *FH*.

Du point *H* elle deſcendoit en *x* par une pente *Hx* de 34 toiſes 1 pied, faiſant en chemin au point *M* un petit coude inſenſible, & ayant pour hauteur verticale *xR* 4 pieds 1 pouce 3 lignes. D'où l'on voit que la longueur horiſontale *HR* n'étoit que de quelques lignes moindre que la ligne de conduite *HMx*.

Enſuite du point *x* elle remonte au point *N* par une pente *xN* de 14 toiſes 5 pieds, faiſant ſur ſa longueur au point *R* un petit coude, & ayant pour hauteur verticale *xV* 2 pieds 10 pouces. D'où l'on voit que la longueur horiſontale *VN* étoit de très-peu moindre que la ligne même de conduite *xrN*.

Enfin du point *N* où elle étoit arrondie, elle s'élevoit par une conduite de plomb *NO* du même diametre de 4 pouces, allant verticalement en *O* au fond du Réſervoir des petites Ecuries, ayant pour cette hauteur verticale *NO* 6 pieds 3 pouces, & par l'extrémité *O* de ce tuyau montant l'eau ſortoit à gueule bée, & c'eſt à cette ſortie que nous avons fait nos premiéres expériences.

L'on voit que les différences qui ſont entre les lignes de niveau & les lignes de conduite, ſont aſſés petites pour être négligées par rapport au frottement, puiſque cette ligne totale *LO* ne ſe trouve que de 4 à 5 pouces ſeulement plus courte que la ligne totale de conduite *DFHxN*, qui eſt de 291 toiſes 5 pieds 9 pouces.

Il eſt bon de remarquer que dans le profil les ſinuoſités horiſontales que cette conduite trace ſur le terrain n'y ſont point marquées, cependant elle ne ſe rendoit point d'un lieu à un autre, ſuivant une ligne abſolument droite, elle faiſoit pluſieurs coudes que l'on avoit arrondis pour adoucir le choc de l'eau contre ſes parois, mais toute la longueur de la conduite eſt exprimée dans le profil.

Le tuyau deſcendant *DA* eſt de 23 pieds 4 pouces.

Le développement *DFHMxRN* de la conduite de fer eſt de 291 toiſes 5 pieds 9 pouces.

Et le tuyau montant *NO* eſt de 6 pieds 3 pouces, enſorte que la conduite entiére eſt de 296 toiſes 5 pieds 4 pouces; ſans y comprendre la hauteur *ABC* du Réſervoir de 2 pieds 8 pouces.

Au deſſus des Réſervoirs différents de la Place Dauphine qui ſont de plomb, il y a un chaîneau ou réſervoir de diſtribution auſſi de plomb, dans lequel les eaux qui viennent du Regard quarré près St Antoine, entrent par le fond au moyen d'un tuyau montant qui les y répand.

A ce chaîneau ou réſervoir de diſtribution ſont ſoudés pluſieurs robinets qui répandent leurs eaux dans autant de réſervoirs particuliers, enſorte que par ce moyen l'on fournit auquel deſdits réſervoirs l'on veut tant & ſi peu d'eau que l'on ſouhaite, en ouvrant plus ou moins les robinets qui leur ſont deſtinés.

FIGURE II.

La ſeconde Figure eſt le profil d'une conduite de fer de 6 pouces de diametre qui a été miſe en la place de la conduite de fer de 4 pouces que nous venons de rapporter dans le premier profil, premiére Figure, & qui mene actuellement l'eau du Réſervoir de la Place Dauphine aux petites Ecuries de Verſailles.

ZA eſt le Réſervoir de la Place Dauphine, & le même que dans le profil précédent; qui en ſon fond a ſa ſoupape *A* de 6 pouces de diametre, à laquelle s'abouche un tuyau deſcendant *AD* de plomb & de même diametre de 6 pouces, & ſitué verticalement dans la longueur de 23 pieds 4 pouces, qui eſt la même que dans le profil précédent, Figure I.

Ce tuyau *AD* fait un coude en *D*, où il s'arrondit en s'abouchant avec ladite conduite, qui s'éleve par une pente *DF* de 87 toiſes 5 pieds 9 pouces de longueur ſur une hauteur verticale *ED* de 10 pieds 10 pouces.

Du point *F* elle continuë de monter juſqu'en *N* par une pente plus douce *FN* de 192 toiſes 6 pouces ſur une hauteur verticale *FH* de 5 pieds 5 pouces.

Enfin du point *N* elle s'arrondit & s'éleve par un tuyau vertical *NOR* de plomb, de 9 pieds 2 pouces 6 lignes de longueur montant au réservoir desdites petites Ecuries dans lequel il entre par son fond.

Nous avons donc cette conduite de fer *DFN* de 280 toises 3 pouces, à laquelle si l'on ajoûte le tuyau descendant *AD* de 23 pieds 4 pouces, plus le tuyau montant *NOR* de 9 pieds 2 pouces 6 lignes, l'on aura pour longueur totale de la ligne de conduite *ADFNOR* la quantité de 285 toises 2 pieds 9 pouces 6 lignes.

FIGURE III.

La troisiéme Figure est le profil d'une conduite, partie grès & partie plomb, de 5 pouces de diametre, qui apporte les eaux du Regard quarré près St Antoine dans le Réservoir de distribution de la Place Dauphine.

BCAFH est le Regard quarré près St Antoine. Il reçoit ses eaux de Bailly & du Chesnay; sçavoir, celles de Bailly par l'ouverture de tuyau *B*, & celles du Chesnay par l'ouverture de tuyau marquée *C*.

A est une décharge du fond du Regard quarré, & *H* est une décharge de la superficie de ce Regard, laquelle décharge est de 10 pouces 9 lignes au dessous de la tablette ou du bord supérieur dudit Regard.

Du dessus de cette tablette l'on a mené le niveau ou la ligne horisontale *xy* jusqu'au bord supérieur du Réservoir de la Place Dauphine, & cette tablette s'est trouvée de 3 pieds 11 pouces plus élevée que le bord supérieur dudit Réservoir de distribution, dans lequel les eaux entrent par le fond, ou, ce qui est le même, de 3 pieds 6 pouces plus élevée que la partie supérieure *l* du tuyau montant au chaîneau de la Place Dauphine, lequel bord supérieur *l* du tuyau montant par où l'eau sort à gueule bée, étant de 5 pouces inférieur au bord supérieur dudit chaîneau ou réservoir de distribution de la Place Dauphine, le tuyau *B* se trouve au Regard quarré de 1 pied 6 pouces 6 lignes au dessous de la tablette de ce réservoir,

& le tuyau *C* se trouve de 2 pieds 7 pouces 9 lignes au dessous de cette même tablette. Ces distances sont prises depuis le bord supérieur de cette tablette jusqu'à la partie inférieure de l'ouverture dudit tuyau, qui a sa coupe verticale en cet endroit où il s'abouche en *B* avec le réservoir.

Au point *F* est l'embouchure du tuyau de conduite qui reçoit les eaux dudit Regard quarré pour les porter au Réservoir de la Place Dauphine, & cette embouchure prise du dessus de la tablette de ce Réservoir quarré jusqu'à la partie inférieure du tuyau de conduite, est de 23 pieds au dessous de cette tablette.

Ensorte que le Regard quarré étant plein jusqu'au point *H* de décharge de superficie, alors le point *F* du tuyau de conduite est chargé de toute la hauteur d'eau *FH*, qui dans ce cas est de 2 pieds 1 pouce 3 lignes.

Cette conduite est de grès dans son commencement dans la longueur *FE* d'environ 50 toises, & tout le reste est de plomb. Cette conduite descend du Regard quarré par une pente *FEI* de 163 toises 4 pieds, faisant dans ce trajet deux petits coudes presque insensibles, & ayant pour sa hauteur verticale *IL* 31 pieds 6 pouces.

Du point *I* elle continuë de descendre par une pente *IM* de 192 toises 3 pieds, faisant dans cette longueur *IM* plusieurs coudes peu considérables, & ayant sa hauteur verticale *MN* de 22 pieds 3 pouces.

Puis du point *M* elle continuë de descendre par une pente plus douce *MD* de 80 toises, ayant sa hauteur verticale *DG* de 3 pieds 3 pouces.

Ensuite du point *D* elle monte par une pente *DG* de 131 toises 4 pieds, faisant dans toute cette longueur une courbe concave, & dont la hauteur verticale *DP* est de 26 pieds.

Du point *O* elle continuë de monter, mais par une pente plus douce *OQ* de 74 toises, ayant sa hauteur verticale *OR* de 6 pieds 9 pouces.

Puis du point *Q* elle redescend par une pente *QS* de 71

toiſes, ayant ſa hauteur verticale *ST* de 11 pieds 3 pouces.

Du point *S* elle continuë de deſcendre par une pente plus douce *SV* de 90 toiſes 3 pieds, ayant ſa hauteur verticale *Vu* de 2 pieds. D'où l'on voit que ce point *V* eſt d'environ 6 toiſes 3 pieds plus bas que le point *F* de l'embouchure de conduite.

Enſuite du point *V* elle remonte par une pente *VZK* de 169 toiſes 4 pieds ſur une hauteur verticale *Vq* de 1 pied 3 pouces.

Du point *K* elle continuë de monter par une pente *Kp* de 79 toiſes ſur une hauteur verticale *Kr* de 10 pieds 2 pouces.

Du point *P* elle continuë dans une ligne horiſontale *pm* de 112 toiſes.

Enfin du point *m* elle s'éleve en s'arrondiſſant & formant le tuyau montant & vertical *mnl* de 25 pieds 7 pouces, & par le point *l* qui eſt le bout du tuyau de conduite coupé horiſontalement, l'eau ſort à gueule bée ou à plein tuyau dans le Réſervoir de diſtribution de la Place Dauphine.

Nous avons donc la longueur totale de la ligne de conduite *FEIMDOQSVZKpmnl* de 1170 toiſes 1 pied 7 pouces, & la longueur horiſontale exprimée par *xy* de 1163 à 1164 toiſes environ.

De tous ces niveaux nous concluons que la tablette, ou, ce qui eſt le même, le bord ſupérieur du Regard quarré qui eſt de 3 pieds au deſſus de la partie inférieure *F* de l'embouchure de conduite, eſt de 3 pieds 6 pouces plus haute que le point *l* de ſortie de la même conduite au chaîneau ou Réſervoir de diſtribution de la Place Dauphine.

Et comme le bord ſupérieur de ce Réſervoir de diſtribution de la Place Dauphine eſt de 5 pouces plus bas que le bout *l* de ſortie dudit tuyau *mnl*, il s'enſuit que la tablette du Regard quarré ſera auſſi plus haute que le bord dudit Réſervoir de diſtribution de la Place Dauphine, de 3 pieds 11 pouces.

Ce niveau a été confirmé par l'eau même que nous avons miſe

mise en équilibre dans le Regard quarré & dans le Réservoir de la Place Dauphine, au moyen d'un tuyau que l'on a ajusté sur celui *mnl* au point *l*, & du même diametre de 5 pouces.

Après quoi ayant entretenu dans le Regard quarré la superficie d'eau à 8 pouces 7 lignes au dessous de la partie supérieure de la tablette, nous avons remarqué qu'alors l'eau est montée au Réservoir de la Place Dauphine de 2 pieds 9 pouces 5 lignes au dessus du point *l*, dans le tuyau montant que l'on y avoit ajoûté pour cet effet.

D'où l'on voit que cette hauteur de 2 pieds 9 pouces 5 lignes avec les 8 pouces 7 lignes dont la superficie d'eau étoit au Regard quarré au dessous de sa tablette, nous donnent comme ci-devant 3 pieds 6 pouces, dont la tablette du Regard quarré est plus haute que le bout *l* du tuyau montant au Réservoir de distribution de la Place Dauphine.

Ou bien l'on aura 3 pieds 11 pouces, dont cette même tablette du Regard quarré est plus haute que le bord supérieur du Réservoir de distribution ou chaîneau de la Place Dauphine, comme nous l'avons déja trouvé ci-devant.

FIGURE IV.

La quatriéme Figure est le profil du terrain des cinq conduites de fer, dont deux sont de 18 pouces de diametre, & les trois autres sont d'un pied, lesquelles toutes cinq reçoivent les eaux du quarré des deux Réservoirs de la butte de Montboron, située au dessus de Versailles, & sur la gauche du chemin de Versailles à Paris, & les portent au Réservoir du Château d'Eau situé dans la ruë des bons Enfants contre le Corps-de-garde Suisse.

Comme toutes ces conduites ont même profil & même charge, nous nous contenterons du profil de celle de 18 pouces (Figure IV.) dans laquelle la hauteur du quarré des Réservoirs est marquée par la longueur *ABC*.

Au fond *C* de ce Réservoir est une soupape de 2 pieds de diametre à laquelle s'abouche la conduite de 18 pouces.

Cette conduite defcend fuivant la longueur *CDEF*, de 197 toifes, faifant dans cette longueur deux petits coudes arrondis & peu confidérables en *D* & en *E*, & ayant fa hauteur verticale *FG* terminée par la ligne horifontale *CG* & le point *F*, pris fur le deffus de la conduite même, de 65 pieds.

Du point *F* elle continuë de defcendre, mais par une pente beaucoup plus douce, fuivant la ligne *FH* de 297 toifes, ayant fa hauteur verticale *HI* de 7 pieds 9 pouces.

Enfuite du point *H* elle remonte par une pente *HL* de 149 toifes, ayant fa hauteur verticale *HM* de 18 pieds 9 pouces.

Enfin du point *L*, où cette conduite s'arrondit, elle monte verticalement jufqu'en *N*, pour fe décharger dans le Réfervoir du Château d'Eau. Le tuyau montant *LN* eft de plomb en cet endroit feulement, & eft de 53 pieds 10 pouces 9 lignes de hauteur, & par conféquent ce point *N*, par où la conduite fe décharge à gueule bée, eft de 1 pouce 3 lignes au deffous du point *C*, qui eft l'arrafement du deffus de la foupape, ou le fond du quarré de la butte de Montboron.

Nous avons donc cette conduite totale *CDEFHLN* d'environ 600 toifes de longueur, qui a fon embouchure *C* élevée au deffus de fa fortie *N* de 1 pouce 3 lignes feulement; ce qui s'eft fait, afin de conferver au Réfervoir du Château d'Eau le plus de hauteur qu'il étoit poffible, & auffi c'eft ce Réfervoir qui fournit aux plus beaux jets d'eau de Verfailles.

FIGURE V.

La cinquiéme Figure eft le profil d'une conduite de fer de 18 pouces de diametre, qui conduit l'eau du quarré des Réfervoirs du Parc aux Cerfs à celui du bout de l'aîle, & enfuite de la conduite auffi de fer d'un pied de diametre, qui la mene au Réfervoir de Roquencour.

A eft une foupape de 2 pieds de diametre, fituée au fond

du quarré qui reçoit l'eau des Réservoirs du Parc aux Cerfs; à cette soupape s'abouche une conduite de fer *ABDFHL* de 18 pouces.

Sur cette conduite au point *L* s'abouche un tuyau *LN* de plomb, & du même diametre de 18 pouces, qui monte & conduit l'eau dans le Réservoir du bout de l'aîle dans lequel il se décharge à gueule bée.

Depuis la soupape *A*, cette conduite *ABDFHLxN* a plusieurs pentes & sinuosités, dont la premiére est exprimée par *AB* de 41 toises 5 pieds 9 pouces, qui avec la hauteur verticale *Aa* de 7 pieds 9 pouces 6 lignes, donne pour la ligne *aAB* 42 toises 2 pieds 3 pouces 3 lignes, ayant sa hauteur verticale *BCb*, comme il est marqué sur le profil, de 21 pieds 6 pouces, comprise entre le point inférieur *B* & la ligne de niveau *abdfhlrqum*, qui est de 7 pieds 9 pouces 6 lignes au dessus de la soupape *A*.

Du point *B* cette conduite continuë de descendre par une pente plus douce *BD* de 165 toises 5 pieds 6 pouces, qui avec *aAB* de 42 toises 2 pieds 3 pouces 3 lignes, donne la longueur totale *aABD* de 208 toises 1 pied 9 pouces 3 lignes, ayant sa hauteur verticale *DEd* de 29 pieds 5 pouces 6 lignes.

Du point *D* elle continuë de descendre par une pente *DF* de 317 toises 4 pieds, qui avec la longueur *aABD* de 208 toises 1 pied 9 pouces 3 lignes, donne la longueur totale *aABDF* de 525 toises 5 pieds 9 pouces 3 lignes, ayant sa hauteur verticale *FGIf* de 46 pieds 2 pouces 9 lignes.

Puis du point *F* elle remonte par une pente *FH* de 186 toises 3 pieds, qui avec la longueur précédente de 525 toises 5 pieds 9 pouces 3 lignes, donne la ligne totale *aABDFH* de 712 toises 2 pieds 9 pouces 3 lignes, ayant sa hauteur verticale *Hh* de 25 pieds 3 pouces.

Ensuite du point *H* elle redescend par une pente *HI* de 65 toises, qui avec la longueur précédente de 712 toises 2 pieds 9 pouces 3 lignes, donne la ligne totale *aABDFHI*

de 777 toises 2 pieds 9 pouces 3 lignes, ayant sa hauteur verticale *LMl* de 38 pieds 4 pouces.

Enfin du point *L* où elle s'arrondit, elle s'éleve par le tuyau montant *LxN* de plomb de 31 pieds 6 pouces, qui étant retranché de la verticale *LMl* de 38 pieds 4 pouces, donne pour reste 6 pieds 10 pouces, dont la gueule bée *N* est au dessous de la ligne de niveau du point *a* au quarré des Réservoirs du Parc aux Cerfs; ainsi l'on peut dire que l'eau qui sortiroit par la gueule bée *N*, seroit chargée de 6 pieds 10 pouces de hauteur d'eau, lorsque sa superficie seroit en *a* au quarré des Réservoirs du Parc aux Cerfs.

En suivant le même profil de la Figure cinquiéme, l'on voit que cette même conduite *aABDFHL* de 18 pouces s'abouche au pied *L* du tuyau *LxN* qui monte au réservoir de l'aîle avec un autre tuyau *LOPQVZ* aussi de fer, mais de 1 pied seulement de diametre en dedans œuvre.

A ce tuyau & un peu au dessous de son abouchement en *L*, est placé un robinet de 1 pied d'ouverture comme sa conduite, dans laquelle il est enveloppé, ensorte que l'on tient cette conduite fermée ou ouverte, sans qu'il se fasse aucun rétrécissement dans cet abouchement.

Ce tuyau de 1 pied continuë donc la conduite de 18 pouc. & descend du point d'abouchement *L* par une pente *LO* d'environ 80 toises, ayant sa hauteur verticale *ORr* de 64 pieds.

Du point *O* elle continuë de descendre par une pente *OP* beaucoup plus douce, qui s'arrondit dans toute sa longueur de 398 toises, ayant sa convexité en bas, & ayant sa hauteur verticale *PS* de 10 pouces 9 lignes.

Du point *P* elle continuë de descendre, mais par une pente *PQ* beaucoup plus roide de 171 toises, ayant sa hauteur verticale *QTyq* de 94 pieds 3 pouces 6 lignes.

Puis elle remonte du point *Q* par une pente *QV* de 555 toises 2 pieds, qui dans sa longueur forme une infinité de petits coudes, mais très-doux, ayant sur cette longueur *QV*

sa hauteur verticale *Vu* de 29 pieds 5 pouces 6 lignes.

Enfin du point *V* elle continuë de monter, mais par une pente plus douce *VZ* de 344 toises 2 pieds, faisant dans sa longueur un coude adouci qui se releve d'environ 7 pieds, de même que la gueule bée Z qui se releve vers sa fin d'environ 3 pieds pour s'aller décharger dans le Réservoir de Roquencour, cette longueur *VZ* ayant pour sa hauteur verticale *Zm* 21 pieds 1 pouce, dont ladite gueule bée Z coupée horisontalement, est plus basse que notre premier point *a* par lequel passe la ligne horisontale *am* ou *abdfh lrqum*.

Donc la superficie d'eau étant dans le quarré des soupapes des Réservoirs du Parc aux Cerfs à 10 pouces au dessous du point *a*; l'eau qui sortiroit par la gueule bée Z au Réservoir de Roquencour, sortiroit avec 20 pieds 3 pouces de charge.

Avant que de rapporter les expériences que nous avons faites sur ces différentes conduites marquées par les cinq profils que je viens de donner, je crois qu'il est nécessaire que je rapporte l'Etalon dont nous nous sommes servis pour la jauge de leurs eaux, & les moyens que nous avons employés à ce sujet. Je commencerai par quelques réfléxions sur les principes d'expériences établis par M. Mariotte dans son Traité du mouvement des Eaux.

1.° Ce qu'il appelle 1 pouce d'eau coulante, folio 245, est celle qui coulant horisontalement & d'une vîtesse égale, & sortant par un trou circulaire de 1 pouce de diametre, fait dans une plaque verticale d'une ligne d'épaisseur, ayant la partie supérieure de sa circonférence couverte d'une ligne seulement de hauteur d'eau, ou, ce qui est le même, ayant son centre de 7 lignes au dessous de la superficie de l'eau, fournit en une minute de temps 13 pintes $\frac{2}{8}$, mesure de Paris, chacune du poids de 2 livres moins 7 gros, ce qui est à très-peu près la pinte de 48 pouces cubiques, c'est-à-dire, celle dont le pied cubique en contient 36, & dont le muid qui

eſt de 8 pieds cubiques, en contient par conſéquent 288.

2.° Dans la troiſiéme expérience du premier diſcours de ſa troiſiéme partie, feuille 260, 261 & 262, ce que M. Mariotte appelle un pouce d'eau d'écoulement n'eſt plus 13 pintes $\frac{3}{8}$ comme dans le premier principe ci-deſſus, mais 14 pintes combles chacune du poids de deux livres d'eau, c'eſt-à-dire, de ces pintes dont les 35 font le pied cubique, & dont par conſéquent les 280 font le muid.

Il faut remarquer, 1.° Que cette expreſſion de pinte comble ne préſente rien de déterminé, puiſqu'une pinte peut être plus ou moins comble, & le plus grand comble peut être plus ou moins conſidérable ſuivant la largeur de la pinte, & il y a telle pinte dont le comble eſt de 1 pouce cubique, comme je l'ai expérimenté ſur une pinte de 3 pouces de diametre, qui après avoir été emplie à raſe, reçoit un ſolide d'environ un pouce cubique avant que de répandre, attendu la tenacité de l'eau contre ſes parois & ſa ſphéricité.

2.° Que cette pinte eſt donc de 49 pouces cubiques & $\frac{13}{35}$, au lieu de 48 pouces cubiques dont eſt la valeur de la pinte de la premiére expérience, laquelle pinte de la premiére expérience devroit au contraire ſe trouver plus grande que celle de cette derniére, puiſque la même ouverture a donné un plus petit nombre de pintes dans un même temps.

Cette contrariété m'a engagé à quitter les expériences de M. Mariotte à ce ſujet, pour m'attacher à celles qui ont été faites par M[rs] Roëmer & Picard, conjointement avec mon pere & M. Villiard, que depuis eux nous avons répétées pluſieurs fois, & qui toutes s'accordent à donner pour la valeur du pouce d'eau 13 pintes $\frac{1}{3}$ de celles de 48 pouces cubiques: & cette quantité s'accorde ſenſiblement avec la premiére expérience de M. Mariotte, qui n'en differe que de $\frac{1}{24}$ de pinte, c'eſt-à-dire, de 2 pouces cubiques d'eau dans une minute de temps, ce qui eſt une partie preſque inſenſible dans ces ſortes d'expériences ; car le pouce évalué à 13 pintes $\frac{1}{3}$ par minute, donne 66 muids $\frac{2}{3}$ en 24 heures, ou 200 muids juſte en trois jours; & en l'évaluant à 13 pintes $\frac{3}{8}$

par minute, ſuivant la premiére expérience de M. Mariotte, il donne 66 muids $\frac{7}{8}$ en 24 heures, ou 200 muids $\frac{5}{8}$ en trois jours, ce qui ne va qu'à 60 pintes préciſes de différence dans un jour, ou, ce qui eſt le même, à 2 pintes $\frac{1}{2}$ par heure.

Nous prenons donc pour la valeur de 1 pouce d'eau, l'écoulement par minute de 13 pintes $\frac{1}{3}$, meſure de Paris, chaque pinte de 48 pouces cubiques, comme il eſt dit ci-devant.

Le vaiſſeau dont nous nous ſommes ſervis dans les expériences ſuivantes pour recevoir les eaux, étoit de 12 pintes, meſure de S.t Denis, ou, ce qui eſt le même, de 18 pintes $\frac{2}{3}$, meſure de Paris, la pinte de Paris étant à celle de S.t Denis dans le rapport de 9 à 14.

La capacité de notre vaiſſeau ou étalon étoit donc de 896 pouces cubiques.

Ce vaiſſeau eſt d'une facile conſtruction, puiſqu'il n'y a qu'à faire un priſme dont la baſe ſoit un quarré de 8 pouces de côté, & qui ait 14 pouces de hauteur, le tout en dedans œuvre, ou bien de 6 pouces d'équariſſage ſur la hauteur de 24 pouces 10 lignes $\frac{2}{3}$.

Quoique je rapporte ici l'Etalon dont nous nous ſommes ſervis, il eſt arbitraire de prendre pour étalon telle meſure que l'on voudra, pourvû qu'on la rapporte à notre meſure déterminée de 13 pintes $\frac{1}{3}$, meſure de Paris, puiſque c'eſt cette quantité écoulée par minute qui détermine le pouce d'eau, & l'on voit que cette quantité de 13 pintes $\frac{1}{3}$, meſure de Paris, ſe réduit à 8 pintes $\frac{4}{7}$, meſure de S.t Denis. L'on fera de même la réduction de toutes les autres meſures quelconques qu'il faut rapporter à celle de Paris, puiſqu'elle eſt la plus connuë.

Il faut donc rapporter le pouce d'eau qui eſt de 13 pintes $\frac{1}{3}$ de Paris, ou 8 pintes $\frac{4}{7}$ de S.t Denis, à notre étalon pris de 12 pintes de S.t Denis, ou de 18 pintes $\frac{2}{3}$ de Paris.

Cette réduction ſe fera par une ſimple regle de proportion qui eſt : 8 pintes $\frac{4}{7}$ de S.t Denis, ou 13 pintes $\frac{1}{3}$ de Paris, eſt

à 1 pouce d'eau ou 144 lignes, comme 12 pintes de S.t Denis, ou 18 pintes $\frac{2}{3}$ de Paris, qui eſt la grandeur de l'étalon dont nous nous ſommes ſervis, eſt à 1 pouce 57 lignes $\frac{3}{5}$ d'eau que fournira la ſource qui empliroit notre étalon en une minute de temps.

Quant au moyen de recevoir dans un temps déterminé toute l'eau qui ſort d'une conduite, il eſt facile, au moyen d'une Pendule ou d'une Montre à ſecondes, ou bien d'un Pendule ſimple, c'eſt-à-dire, d'un fil le moins ſujet à extenſion qu'il ſe pourra : tels ſont ceux de l'écorce de Tilleul, de Palmier, ou d'Aloes que je crois le meilleur, & dont je me ſuis toûjours ſervi.

Tout le monde ſçait qu'au bout de ce fil appellé *Pitte* dans les Indes où cette plante croît, ſi l'on attache une balle de plomb ou d'autre métal, comme d'or, d'argent ou de cuivre d'environ 8 lignes de diametre, alors s'il y a 3 pieds 8 lignes $\frac{1}{2}$ depuis le centre de cette balle juſqu'au point de ſuſpenſion, ce Pendule mis en mouvement donnera à Paris ſes oſcillations d'une ſeconde chacune, comme on le trouve dans le Traité de la Pendule de M. Huguens, & dans celui du mouvement des Eaux de M. Mariotte.

L'on ſçait encore que ſi l'on ne veut les oſcillations que de $\frac{1}{2}$ de ſeconde, alors le pendule ne doit plus être que de $\frac{1}{4}$ de celui à ſecondes, c'eſt-à-dire, de 9 pouces 2 lignes $\frac{1}{8}$, de même que pour avoir les oſcillations de $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{3}$ de ſeconde, le pendule ne doit être que de $\frac{1}{9}$ ou $\frac{1}{16}$ de celui à ſecondes, &c.

L'on ſçait auſſi que pour avoir au contraire les oſcillations de 2 ſecondes chacune, le pendule doit être quadruple de celui à ſecondes, & ainſi de tous les autres cas poſſibles, le rapport qui eſt entre les longueurs des pendules différents étant le même que celui des quarrés des temps employés dans leurs oſcillations, ou les temps employés étant entre eux comme les racines des longueurs de ces mêmes pendules.

Pour avoir une entiére préciſion dans la détermination des temps employés dans l'écoulement des eaux,

Il faut remarquer, 1.° Que, comme M. Huguens l'a démontré dans son Traité *de Horologio oscillatorio,* les oscillations inégales en grandeur ou étenduë ne sont point isochrones, à moins que le Pendule ne soit suspendu entre deux cycloïdes.

2.° Que quand on se sert d'un Pendule simple, il faut avoir attention à ne lui point donner un trop grand mouvement d'oscillation, parce que dans ce cas ce Pendule décriroit une portion de cercle trop différente de la cycloïde, & que pour plus de justesse il ne faut point qu'il s'écarte de sa verticale de plus de 6 pouces environ de côté & d'autre dans le Pendule à secondes.

De plus le Pendule à secondes n'est pas le même en tout pays, car plus on approche l'équateur, & plus on doit l'accourcir, comme je l'ai moi-même remarqué après M.rs Richer, Varin, Renaud, &c.

Par exemple, à Paraibe, qui est à 6° 58′ 18″ de latitude méridionale, j'ai observé en l'année 1698, comme il est inséré dans les Mémoires de l'Académie en l'année 1700, que le Pendule à secondes n'y est que de 3 pieds 4 lignes $\frac{5}{6}$, c'est-à-dire, de 3 lignes $\frac{2}{3}$ plus court que celui de Paris.

Donc si l'on mettoit à Paraibe le Pendule de Paris en mouvement, il n'y donneroit plus ses oscillations d'une seconde, & son mouvement seroit rallenti, ensorte que dans l'espace d'une heure il ne donneroit plus qu'environ 3586 oscillations, au lieu de 3600 qu'il donnoit à Paris, ce qui est 14 secondes de différence dans une heure, de même que si le Pendule à secondes de Paraibe étoit mis en mouvement à Paris, il y donneroit 3614 vibrations en une heure, au lieu de 3600 seulement qu'il donnoit à Paraibe.

Cette différence de 14 secondes par heure qui se monte à 327 secondes, c'est-à-dire, à près de 5 minutes $\frac{1}{2}$ en 24 heures, ne laisseroit pas de produire dans ces 24 heures une erreur de plus de 2 pieds cubiques d'eau sur une source de 1 pouce seulement, & ainsi une erreur d'environ un muid sur une source de 4 pouces, ce qui n'est pas de conséquence.

Il faut remarquer que la différence qui se trouve entre

les temps employés dans les oscillations d'un même Pendule mis en mouvement dans des pays différents, pourroit bien être la même dans l'écoulement des eaux, puisque c'est la même cause qui agit sur l'un & sur l'autre ; & dans ce cas il seroit inutile de faire de correction au Pendule, quoiqu'on l'employe en différents pays, car une source sera toûjours de 1 pouce d'eau en tel pays que ce soit, quand elle fournira 13 pintes $\frac{1}{3}$, mesure de Paris, dans 60 vibrations de Pendule de 3 pieds 8 lignes $\frac{1}{2}$ de longueur, avec la seule différence que ces 60 vibrations de Pendule de Paris ne seront la mesure de la minute qu'à Paris seulement, ou sous son paralléle.

Pour la commodité de ceux qui voudront faire des expériences sur le mouvement des Eaux, en se servant de nôtre Etalon de 18 pintes $\frac{2}{3}$ de Paris, ou 12 pintes, mesure de S.t Denis, j'ai fait une Table dont les temps sont distingués de $\frac{1}{2}$ secondes en $\frac{1}{2}$ secondes marquées dans la premiére colomne à gauche.

Cette Table est fondée sur l'expérience rapportée ci-dessus, qu'une source de 1 pouce est celle qui en une minute ou $\frac{120}{2}$ secondes dépense 13 pintes $\frac{1}{3}$ de Paris. D'où l'on conclut, comme on le voit ci-après, que la source qui dans $\frac{1}{2}$ seconde de temps remplira nôtre étalon, dépensera 168 pouces d'eau par minute, & que celle qui le remplira en 2 ou 3 demi-secondes, &c. dépensera 84 ou 56 pouces d'eau, & ainsi de suite, comme on le trouve dans la 2de colomne.

Dans la 3me, 4me, 5me & derniére colomne l'on y trouve la quantité d'eau que cette même source de 1 pouce fourniroit par minute, par heure & par jour, en suivant les mêmes principes.

Ainsi avec cette Table, lorsqu'on se servira de nôtre Etalon, l'on trouvera tout d'un coup combien une source quelconque donne de pouces d'eau dans un temps quelconque.

Car si, pour exemple, nôtre Etalon s'emplit en $\frac{15}{2}$ secondes, l'on doit être assûré que cette source fournit 11 pouces 29 lignes, ou bien 149 pintes de Paris par minute, ou 31 muids 32 pintes par heure, ou bien 746 muids 192 pintes par jour, & ainsi des autres.

Nous avons prolongé cette Table en demi-secondes jusqu'à $\frac{168}{2}$ secondes, parce qu'alors la source qui remplira nôtre Etalon dans cet espace de temps, sera précisément de 1 pouce, & nous nous sommes contentés de la continuer par minutes jusqu'à 60, qui est la valeur d'une heure, puis d'heure en heure jusqu'à 12, où nous nous sommes arrêtés, parce qu'une source qui ne rempliroit nôtre Etalon qu'en 12 heures, ne pourroit fournir que $\frac{1}{4}$ de ligne d'eau, ou environ $\frac{1}{43}$ de pinte par minute, ce qui est presque insensible, n'étant qu'environ 1 pouce cubique d'eau d'écoulement par minute.

Pour construire cette Table, j'ai donc fait la même regle de proportion droite que ci-devant, sçavoir si la source qui fournit 13 pintes $\frac{1}{3}$, mesure de Paris, en une minute, est celle que nous sommes convenus être de 1 pouce d'eau, de combien sera celle qui dans le même temps d'une minute remplit nôtre Etalon de 18 pintes $\frac{2}{3}$ aussi de Paris? & il vient au 4[me] terme la même valeur de 1 pouce 57 lignes $\frac{3}{5}$, comme nous l'avons déja trouvé dans l'analogie précédente.

Ensuite j'ai fait cette regle de proportion inverse, sçavoir si la source qui remplit nôtre Etalon en une minute ou $\frac{120}{2}$ secondes, est de 1 pouce 57 lignes $\frac{3}{5}$, de combien sera celle qui le remplira en $\frac{1}{2}$ seconde seulement, c'est-à-dire, en proportion droite, $\frac{1}{2}$ seconde est à $\frac{120}{2}$ secondes comme 1 pouce 57 lignes $\frac{3}{5}$ est à la valeur de la source qui remplira nôtre Etalon en $\frac{1}{2}$ seconde de temps, & cette valeur est la quantité marquée dans le premier terme 168 de la 2[de] colomne de la Table, ce qui marque que cette source sera précisément de 168 pouces.

Et même sans grande attention, l'on voit que la source qui en $\frac{1}{2}$ seconde remplit nôtre Etalon, doit être 120 fois plus grande que celle qui ne le remplit qu'en une minute, c'est-à-dire, en 120 fois plus de temps, puisque $\frac{1}{2}$ seconde n'est que $\frac{1}{120}$ de minute, c'est pourquoi 120 fois 1 pouce 57 lignes $\frac{3}{5}$, qui est 168 pouces, est le premier terme 168 qui nous sert pour construire toute la Table.

Car si l'on veut sçavoir de quelle quantité de pouces d'eau sera une source qui rempliroit nôtre Etalon en $\frac{12}{2}$ secondes, l'on n'a qu'à diviser ce premier terme 168 par 12, & le quotient 14 enseignera que la source proposée est de 14 pouces.

Il en est de même de toutes les autres sources, desquelles l'on trouvera la valeur de la même maniére, au moyen du dividende universel 168, duquel le diviseur sera toûjours le nombre particulier des demi-secondes qui seront employées à remplir nôtre Etalon, & le quotient donnera toûjours en pouces d'eau la valeur de la source proposée, comme il est évident, puisque la source de 168 pouces remplissant nôtre Etalon en $\frac{1}{2}$ seconde, celle qui le remplira en $\frac{12}{2}$ secondes sera 12 fois plus petite, de même que celle qui le remplira en $\frac{3}{2}$ secondes sera 3 fois plus petite ; c'est pourquoi divisant 168 par 3, le quotient 56 exprimera le nombre de pouces dont est cette source, & ainsi de toutes les autres.

J'ai fait une seconde Table pour connoître combien une source dépense d'eau, en observant la quantité de son écoulement au moyen d'un Pendule à demi-secondes, & d'un vaisseau ou Etalon de 13 pintes $\frac{1}{3}$, mesure de Paris, qui est la valeur du pouce.

Cette Table est formée de quatre colomnes, dont chacune en contient deux autres. La premiére à gauche contient les demi-secondes, la seconde contient les pouces & lignes d'eau fournis par la source proposée, dans les temps correspondants, en supposant que cette source ait rempli dans ce même temps son Etalon de 13 pintes $\frac{1}{3}$.

Comme pour exemple on trouve dans la premiére partie à gauche de la 3me colomne le nombre 51, & dans la cellule correspondante à droite, l'on trouve 2, 51, ce qui marque que la source proposée remplissant l'Etalon en $\frac{51}{2}$ secondes, dépense par minute 2 pouces 51 lignes d'eau.

Nous n'avons continué cette Table de demi-secondes en demi-secondes que jusqu'à 60, ensuite de 2 en 2 jusqu'à 100,

& enfin de 5 en 5 jusqu'à $\frac{900}{2}$ secondes, qui valent ensemble demi-quart d'heure.

Pour la construction de cette Table nous avons fait, comme dans la précédente, une regle de proportion inverse, sçavoir si la source qui remplit l'Etalon en une minute, ou $\frac{120}{2}$ secondes, est de 1 pouce, de combien sera la source qui le remplira en $\frac{1}{2}$ seconde, c'est-à-dire, en 120 fois moins de temps, ce qui donne cette proportion droite $\frac{1}{2}$ seconde est à $\frac{120}{2}$ secondes comme 1 pouce est à 120 pouces, & ce 4me terme ou ce quotient 120 exprime que la source qui rempliroit l'Etalon en $\frac{1}{2}$ seconde de temps est de 120 pouces. Ce nombre 120 est le premier terme de la Table, & sert de dividende universel qui a pour diviseur chacun des nombres de demi-secondes que la source proposée quelconque employe à remplir l'Etalon, & le quotient donne toûjours la valeur de la source exprimée en pouces & lignes d'eau, ayant négligé les parties de lignes.

Comme pour exemple voulant sçavoir la valeur de la source qui rempliroit ledit Etalon en $\frac{200}{2}$ secondes, comme il est marqué en la 4me colomne de la Table, on trouve dans la cellule correspondante 86, qui indique que cette source est de 86 lignes.

Cet Etalon est encore facile à construire, car il n'y a qu'à former un prisme qui ait pour base un quarré de 8 pouces de côté, & sa hauteur de 10 pouces, le tout dans œuvre, & sa capacité sera de 640 pouces cubiques, c'est-à-dire, de 13 pintes $\frac{1}{3}$ de Paris, qui est la valeur du pouce d'eau coulante; on pourra encore faire la base de l'étalon de 6 pouces d'équarrissage, & sa hauteur de 15 pouces.

Le Muid même de Paris peut servir d'Etalon commode, & la source qui le rempliroit en une minute seroit de 21 pouces $\frac{3}{5}$; ainsi celle qui le rempliroit en $\frac{1}{2}$ seconde, c'est-à-dire, en 120 fois moins de temps, seroit 120 fois plus grande que la premiére, & par conséquent seroit de 2592 pouces. Ce nombre pourroit encore servir à faire une troisiéme Table, & pour lors ce premier terme 2592 seroit le

dividende universel pour construire toute la Table, comme l'on a fait dans les deux précédentes.

Le Muid étant pris pour Etalon, pourroit être un cube de 2 pieds de côté en dedans œuvre, ou bien on le pourroit faire prismatique, ayant pour son fond un quarré de 18 pouces de côté, & sa hauteur de 42 pouces $\frac{2}{3}$.

Lorsque les sources à jauger ne sont point fortes, l'on peut se servir de la Pinte même de Paris pour Etalon, comme je l'ai pratiqué en diverses rencontres, & en dernier lieu l'an 1733, dans la recherche des Eaux de sources que j'ai donnée à la Ville d'Auxerre, qui s'est adressée à moi pour la tirer, s'il étoit possible, de l'indigence où elle étoit d'eaux de fontaines, & dont elle peut à présent jouir abondamment au moyen d'un nombre assés considérable de petites sources dont j'ai, par mes recherches, découvert la plus grande partie, & que j'ai toutes rassemblées & jaugées les unes après les autres avec la pinte de Paris pour Etalon & une Montre à secondes.

L'on met la pinte vuide dans un seau aussi vuide, & l'on place à zero secondes le sceau & la pinte sous la décharge de la source à jauger. A mesure que chaque pinte est pleine, on la jette dehors, crainte que le seau ne puisse pas fournir à toute l'eau pendant le temps que l'on s'est proposé pour l'expérience. Enfin la quantité de secondes de temps que l'on s'est proposée, étant expirée, l'on retire promptement le tout de dessous la décharge de la source ; alors avec le nombre de pintes que l'on a déja jetté, l'on compte encore celles qui restent dans le seau, tant par l'eau qui y a coulé pendant que l'on a jetté les pintes d'eau, que par celle qui y est répanduë, lorsque chaque pinte s'est trouvée trop pleine, & par ce moyen l'on a toute la quantité d'eau écoulée pendant le temps de l'expérience ; enfin de cette quantité d'eau écoulée, & mesurée exactement, l'on trouve aisément, par une simple regle de proportion, la valeur de la source en pouces & en lignes.

L'on pourroit de même emplir à la décharge de la source

les 13 pintes $\frac{1}{3}$ néceſſaires pour former ce que l'on appelle la quantité d'un pouce d'eau d'écoulement par minute, & compter la quantité de ſecondes employées pour cet écoulement, ce qui reviendroit au même, mais il faudroit pour cela employer l'Etalon de 13 pintes $\frac{1}{3}$ de Paris, pour lequel j'ai donné ici une Table. La méthode ci-deſſus eſt beaucoup moins embarraſſante, je m'en ſuis ſervi avec une grande facilité, elle diſpenſe de l'embarras de porter avec ſoi, & ſurtout en voyage, un Etalon d'un volume aſſés conſidérable.

L'on peut encore, ſans aucun Etalon particulier, ſçavoir la dépenſe d'une ſource, en meſurant celle qui ſe ſera écoulée pendant un certain temps marqué, ou bien même ſans aucun Etalon, en peſant l'eau écoulée, puiſque l'on ſçait que l'eau ordinaire peſe 69 livres $\frac{3}{4}$ le pied cubique, & que par conſéquent la pinte de Paris peſe une livre 15 onces.

REMARQUE.

L'on ne fait point ici attention à la différente peſanteur des eaux dans leurs écoulements, ou dans leur jauge, parce que, ſoit que les eaux ſoient claires, ſoit qu'elles ſoient troubles ou bourbeuſes, les vîteſſes ne diſcontinuent point pour cela d'être entre elles comme les racines de leurs hauteurs.

Donc il ſort toûjours la même quantité d'eau ſous pareilles charges, puiſqu'il eſt reçû que tous les corps en temps égaux tombent de hauteurs égales, & par conſéquent acquiérent des vîteſſes égales ; d'où il ſuit qu'il faut des vîteſſes égales à des corps égaux quelconques pour monter à des hauteurs égales.

Donc tous les jets ſous pareilles hauteurs de Reſervoirs, devant monter à des hauteurs égales, quelle que ſoit la liqueur de ces jets, il s'enſuit que tous les jets doivent ſortir des ajutages avec des vîteſſes égales ſous pareilles hauteurs de Réſervoirs, quelle que ſoit la nature de la liqueur du jet.

REMARQUE.

Lorſque l'on jauge une ſource, l'on eſt ſujet à diverſes difficultés comme M. Mariotte l'a remarqué, folio 247, & particuliérement à deux ſortes d'erreurs, l'une par rapport à l'étalon, & l'autre par rapport au temps employé pour le remplir.

L'erreur que l'on peut faire par rapport à l'étalon, c'eſt que l'on ne peut juger s'il eſt plein, plus préciſément qu'à une ligne ou une demi-ligne près de hauteur d'eau, car ſi l'étalon eſt mouillé, la ſurface de l'eau ſera toûjours concave, en ſorte que l'étalon paroîtra plein avant qu'il le ſoit véritablement; & cette erreur ſera d'autant plus inévitable que la ſource coulera avec plus de rapidité.

L'erreur que l'on peut faire par rapport au temps, c'eſt que l'on ne ſçauroit juger ſi l'étalon eſt plein plus préciſément qu'à une ſeconde ou une demi-ſeconde près.

L'on pourra remédier en partie au premier inconvenient en faiſant l'étalon fort étroit par en haut, de maniére que l'erreur d'une ligne de hauteur d'eau dans la partie ſupérieure de l'étalon, ne ſoit pas ſenſible par rapport à la capacité de l'étalon.

Si l'on n'avoit qu'un étalon en priſme, & que la rapidité de l'eau en tombant dans l'étalon y causât des ondulations aſſés grandes pour empêcher de juger ſi l'étalon eſt plein ou non, l'on pourroit garnir l'étalon de diaphragmes, qui amortiſſant la chûte de l'eau, diminuëront les ondulations.

L'on pourra auſſi ajoûter à l'étalon un tuyau de verre d'environ 6 lignes de diametre, qui s'appliquera le long d'un des parois extérieurs de l'étalon, & qui communiquera avec l'intérieur comme une branche de ſiphon.

L'on pourra auſſi graduer le tuyau de verre pour juger à quelle hauteur l'eau eſt dans l'étalon.

Il faut faire attention que garniſſant cet étalon de diaphragmes, on en diminuë la capacité de tout leur volume, & qu'il faut alors donner à ſa capacité une augmentation équivalente

équivalente à cette diminution. Si l'étalon n'a point ces diaphragmes, & que l'on conserve le tuyau montant de verre dont nous venons de parler, il faudra diminuer la capacité de l'étalon d'une quantité égale au volume d'eau nécessaire pour remplir ledit tuyau ou siphon ; il faut faire attention que le tuyau de verre que l'on ajoûtera à l'étalon ne soit point trop étroit, car l'eau monteroit dans cette branche plus haut que dans l'étalon.

Pour ce qui est de la seconde ou de la demi-seconde d'erreur que l'on fait sur le temps qui a été employé pour remplir l'étalon, l'on pourra diviser la source en plusieurs rameaux, & par ce moyen l'erreur que l'on fera dans la jauge de la source, sera considérablement diminuée malgré l'erreur que l'on fera sur le temps employé à remplir ledit étalon, comme l'on verra dans les Théoremes suivants. Il y aura même un second avantage dans cette division de la source totale en plusieurs branches ou rameaux séparés, c'est que si le hazard permet que le temps que l'on aura estimé pour l'écoulement de l'un de ces rameaux, porte son erreur en excès, & que le temps estimé pour l'écoulement d'un autre rameau, porte son erreur en défaut, il y aura pour lors une compensation qui donnera le temps vrai de l'écoulement de ces deux rameaux pris ensemble.

THEOREME I.

Les erreurs que l'on fait dans l'estime ou dans la jauge d'une même source avec différents Etalons, sont réciproques aux capacités de ces différents Etalons.

DÉMONSTRATION.

Dans la jauge d'une même source, l'erreur que l'on fera avec un étalon double, ne doit être que de la moitié de l'erreur que l'on fera avec un étalon simple.

Et l'erreur que l'on fera avec un étalon multiple quelconque de l'étalon simple, sera moindre, & d'autant plus au dessous de l'erreur que l'on fera avec l'étalon simple, que l'étalon dont on se servira sera multiple de l'étalon simple.

Car l'erreur, qui arrive dans la jauge, se fait dans le temps qu'il faut employer necessairement pour juger si l'étalon est plein ou non, & comme il faut autant de temps pour juger du plein de l'étalon simple, que pour juger du plein de l'étalon multiple quelconque, il arrivera que l'erreur de la jauge sera d'autant moindre avec un grand étalon, que cet étalon sera multiple de l'étalon simple, c'est-à-dire, que l'erreur que l'on fera avec l'étalon multiple, sera à l'erreur faite avec l'étalon simple, reciproquement comme la capacité de l'étalon simple, est à la capacité de l'étalon multiple, les étalons étant de même ouverture. *Ce qu'il falloit démontrer.*

THEOREME II.

Les erreurs qui résulteront avec un même Etalon dans la jauge de différentes sources, seront entre elles comme les quarrés des valeurs de ces mêmes sources.

DÉMONSTRATION.

Soient deux sources dont les valeurs soient . . . $= s, \sigma,$
les temps que ces deux sources employent à remplir un même étalon soient . . . . $= t, \vartheta,$
Les temps que ces deux sources employeront à remplir l'étalon, seront entre eux en raison inverse de ces mêmes sources; car plus la source sera grande, & plus le temps qu'elle employera à remplir l'étalon sera court, c'est-à-dire, que l'on aura cette analogie $t : \vartheta :: \sigma : s$.

Le temps de l'erreur sera le même pour chacune de ces deux sources, parce que, comme nous avons dit ci-devant, l'erreur qui arrive dans la jauge se fait dans le temps necessaire pour juger si l'étalon est plein ou non, & qu'il ne faut pas plus de temps pour juger si une grande source a rempli l'étalon, que pour juger si ce même étalon est rempli par une petite source. Soit ce temps d'erreur . . . . $= a.$

Les quantités d'eau qui s'écouleront de ces deux sources différentes pendant le même temps d'erreur a, soient $= e, \varepsilon.$

Puisqu'il est évident que les quantités d'eau qui s'écoulent

dans un même temps sont comme les valeurs des sources, l'on aura cette analogie. . . . . $e : \varepsilon :: s : \sigma$.

Mais ces erreurs d'écoulement d'eau e, ε, qui ont été faites pendant le même temps a, d'erreur de temps, doivent être reparties sur les temps t, & ϑ, que les sources s, σ, ont employés à remplir le même étalon, pour que l'on puisse juger de la valeur de ces sources.

Car dans la jauge d'une source, il est absolument vrai de dire qu'une même erreur d'écoulement d'eau qui auroit été faite pour exemple après 60 secondes d'écoulement, seroit 60 fois plus petite que celle qui auroit été faite après une seule seconde d'écoulement, par rapport à la valeur de la source, quoique ce soit la même quantité d'eau d'erreur.

Ainsi il faut diviser l'erreur d'écoulement par les temps employés à remplir l'étalon.

Donc il faut diviser par t & ϑ les erreurs d'écoulement e, ε, qui ont été faites pendant le même temps d'erreur a.

Et les Quotients $\frac{e}{t}$, $\frac{\varepsilon}{\vartheta}$, seront les erreurs que l'on aura faites dans la jauge, ou ce qui est le même dans l'estime de la valeur des sources proposées s, σ.

Mais nous avons trouvé ci-devant les deux analogies suivantes $e : \varepsilon :: s : \sigma$

$t : \vartheta :: \sigma : s$.

Divisant par ordre la premiére analogie par la seconde, l'on aura $\frac{e}{t} : \frac{\varepsilon}{\vartheta} :: \frac{s}{\sigma} : \frac{\sigma}{s}$.

Multipliant par $s\sigma$, les deux derniers termes

$:: \frac{ss\sigma}{\sigma} : \frac{s\sigma\sigma}{s}$, & en abrégeant $:: ss : \sigma\sigma$.

$$\text{Donc } \frac{e}{t} : \frac{\varepsilon}{\vartheta} :: ss : \sigma\sigma.$$

Mais nous avons trouvé ci-dessus que $\frac{e}{t}$ & $\frac{\varepsilon}{\vartheta}$ étoient les erreurs faites dans la jauge ou dans l'estime des valeurs des sources s, σ.

Et ss, $\sigma\sigma$, sont les quarrés des valeurs de ces mêmes sources.

Donc les erreurs que l'on fait par rapport à la jauge de différentes sources au moyen d'un même étalon, sont comme les quarrés des valeurs de ces mêmes sources. *Ce qu'il falloit démontrer.*

THEOREME III.

Si l'on divise une source en un nombre quelconque de rameaux égaux, l'erreur que l'on fera dans la jauge de la source coulante toute entiére par un même canal sera à la somme des erreurs que l'on fera dans la jauge de la même source partagée dans un nombre quelconque de rameaux égaux, comme le nombre quelconque de rameaux est à l'unité, en supposant que l'on se serve d'un même étalon.

DÉMONSTRATION.

Soit la valeur entiére de la source .... $= s$.
Le nombre de ses rameaux égaux .... $= r$.
Chaque rameau sera .... $= \frac{s}{r}$.
Soit l'erreur dans la jauge de la source entiére coulante par un seul canal .... $= e$.
L'erreur dans la jauge d'un de ses rameaux ...... $= \varepsilon$.
L'erreur dans la jauge de la somme des rameaux sera $= r\varepsilon$.

Et par le Théoreme précédent l'on aura

$$e : \varepsilon :: ss : \frac{ss}{rr}.$$

Multipliant les conséquents par r, l'on aura

$$e : r\varepsilon :: ss : \frac{ss}{r} :: 1 : \frac{1}{r} :: r : 1.$$

C'est-à-dire, que l'erreur dans la jauge de la source coulante par un seul canal
est à l'erreur dans la jauge du nombre r de ses rameaux
comme le nombre r des rameaux
est à l'unité. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Les Tables que j'ai données, s'accordent avec les Théoremes précédents.

Car si pour exemple, au lieu de $\frac{16}{4}$ secondes de temps que

nous trouverons dans une de nos expériences ci-après (Profil 2. Figure 2.) qu'il faut à une ſource de 10 pouces 72 lign. pour remplir nôtre étalon, nous avions jugé qu'il fallut $\frac{17}{2}$ ſecondes, alors la quantité d'eau correſpondante n'auroit été que de 9 pouces 127 lignes, au lieu de 10 pouces 72 lignes, ce qui donne 89 lignes d'eau, ou 8 pintes d'erreur dans une minute, ce qui eſt conſidérable.

Au lieu que ſi l'on partage cette même ſource de 10 pouces 72 lignes en deux branches à peu-près égales; l'une, par exemple, de 5 pouces 60 lignes, & l'autre de 5 pouces 12 lignes, alors on voit dans la Table que nôtre étalon ſe rempliroit par la premiére branche en $\frac{31}{2}$ ſecondes, & par la ſeconde branche en $\frac{33}{2}$ ſecondes environ.

Si donc au lieu de $\frac{31}{2}$ ſecondes, nous avions jugé qu'il en fallut 32 (afin de conſerver toûjours la même erreur de temps comme dans le premier cas) alors cette $\frac{1}{2}$ ſeconde d'erreur n'appartient plus qu'à 24 lignes d'eau d'erreur, comme l'on voit dans la Table, ce qui eſt un peu plus de $\frac{1}{4}$ de l'erreur totale trouvée de 89 lignes d'eau dans la jauge de la ſource totale priſe avant que nous l'ayons partagée en deux branches.

De même ſi au lieu de $\frac{33}{2}$ ſecondes qu'il faut à la ſeconde branche, nous avions jugé qu'il en fallut 34, alors cette même erreur de $\frac{1}{2}$ ſeconde de temps n'appartient, comme l'on voit dans la Table, qu'à une erreur de 21 lignes d'eau, ce qui eſt un peu moins de $\frac{1}{4}$ de l'erreur totale 89 lignes que l'on a eu dans la jauge de la ſource entiére coulante par un même canal.

Et ces deux erreurs, l'une de 24, & l'autre de 21 lignes, ne font enſemble que 45 lignes d'eau d'erreur, qui n'eſt qu'environ la moitié de celle 89 que nous avons trouvée dans la jauge de la ſource totale avant de l'avoir partagée en deux rameaux.

Nous voyons donc que partageant une ſource en deux branches à peu-près égales, nous en avons la jauge une fois plus préciſément que ſi l'on jaugeoit cette ſource en entier, coulante par un ſeul canal, & en nous ſervant du même étalon.

Nous aurons encore une plus grande précision dans la jauge de cette même source, si on la partage en trois branches à peu-près égales.

Comme l'une de	3 pouces	83 lignes
L'autre de	3	72
Et la troisiéme de...............	3	62

Ce qui fait dans ces trois branches 10 pouces 73 lignes, au lieu de 10 pouces 72 lignes de la source jaugée en total, ce qui n'est qu'à une ligne d'eau de différence, c'est-à-dire, à 4 pouces cubiques d'eau & $\frac{4}{9}$ par minute, qui font à peu-près $\frac{1}{11}$ de pinte de Paris.

Or dans la Table l'on a pour les temps correspondants à l'écoulement de ces trois branches, 47, 48, 49 demi-secondes.

Mais si au lieu de ces temps, 47, 48, 49 demi-secondes, l'on s'étoit trompé de $\frac{1}{2}$ seconde par excès (pour suivre la même erreur de temps précédemment employée) l'on auroit en leur place 48, 49, 50 demi-secondes, lesquels temps d'écoulement, en consultant les Tables, correspondent à la quantité de ....

{	3 pouces	72 lignes
	3	62
	3	52
Ce qui fait ensemble	10 pouces	42 lignes.

Or ces 10 pouces 42 lignes que l'on trouveroit, au lieu de 10 pouces 73 lignes trouvés ci-dessus, feroient une différence de 31 lignes d'eau qui correspondent à l'erreur de $\frac{1}{2}$ seconde de temps d'écoulement, au lieu que cette même demi-seconde d'erreur nous a donné 89 lignes d'eau, en jaugeant la source entiére coulante par un seul canal.

Nous avons donc démontré qu'en jaugeant la source en entier, une demi-seconde d'erreur donne une erreur d'écoulement d'eau de .... 89 lignes

Au lieu que lorsqu'elle est partagée en deux branches, cette erreur n'est plus que de .... 45 lignes

Et lorsqu'elle est partagée en trois branches, cette erreur n'est plus que de.................... 31 lignes d'eau.

Or l'erreur de la source entiére, qui est 89 lignes
Est à l'erreur résultante avec deux branches,
qui est 45
Environ comme.......................... 2
Est à 1

Et de même l'erreur .... 89 lignes
Est à l'erreur résultante avec trois branches 31
Environ comme.......................... 3
Est à 1

Et si la source avoit été partagée en deux branches parfaitement égales, l'erreur de la source entiére auroit été exactement double de la somme des erreurs que l'on auroit faites sur les deux branches.

De même si la source avoit été partagée en trois branches parfaitement égales, l'erreur faite sur la source entiére auroit été exactement triple de la somme des erreurs que l'on avoit faites sur les trois branches.

Ce qui est conforme au Théoreme III, où nous avons démontré qu'en se servant d'un même étalon, l'erreur que l'on fera dans la jauge d'une source coulante toute entiére par un même canal

Sera à l'erreur totale que l'on fera sur la somme des rameaux égaux dans lesquels cette même source sera partagée

Comme le nombre quelconque des rameaux

Est à l'unité.

Ce que nous avons démontré.

Voici présentement les expériences & remarques que nous avons faites sur ces conduites de Versailles; nous commencerons par celles que nous avons faites sur la conduite de fer de 4 pouces de diametre qui menoit autrefois les eaux du Réservoir de la Place Dauphine dans celui des petites Ecuries du Roy, & nous les comparerons avec la quantité d'eau que

ladite conduite de 4 pouces y pouvoit mener ſuivant ſes charges différentes & les ſinuoſités du terrain que nous avons détaillées ci-devant dans ſon profil, Figure premiére.

FIGURE I.

Premiérement l'on n'a laiſſé entrer dans le Réſervoir de la Place Dauphine que ſuffiſamment d'eau pour l'entretenir à niveau du deſſus de l'ouverture de la ſoupape *A* placée au fond dudit Réſervoir, lequel deſſus de ſoupape eſt élevé de 9 pouces au deſſus du niveau du bout ſupérieur *O* du tuyau de ſortie à gueule bée auſdites petites Ecuries.

Alors en nous ſervant de nôtre étalon de 896 pouces cubiques, c'eſt-à-dire, de 18 pintes $\frac{2}{3}$, meſure de Paris, ou 12 pintes, meſure de S.t Denis, comme nous l'avons annoncé ci-devant, l'on a reçû toute l'eau qui ſortoit à gueule bée par l'extrémité *O* du tuyau montant aux petites Ecuries, toûjours ſous la même charge *AL* de 9 pouces, & nôtre étalon s'eſt empli en $\frac{69}{2}$ ſecondes, ce qui donne, comme la Table le montre, 2 pouces 63 lignes d'eau d'écoulement par minute.

Secondement, l'on s'eſt ſervi du même moyen pour entretenir la ſuperficie d'eau en *B* à un pied au deſſus de l'ouverture de ſoupape, enſorte que cette ſuperficie d'eau étoit alors de 21 pouces au deſſus du niveau de la ſortie *O* du tuyau montant aux petites Ecuries.

Alors on a reçû dans nôtre même étalon toute l'eau qui étoit capable de conſerver cette même hauteur de ſuperficie, & il s'eſt rempli en $\frac{40}{2}$ ſecondes, ce qui donne, comme la Table le montre, 4 pouces d'eau par minute qui ſortoit auſdites petites Ecuries avec une charge *BL* de 21 pouces, au lieu de 2 pouces 63 lignes ci-deſſus, ſous une charge de 9 pouces de hauteur d'eau.

Troiſiémement, l'on a de la même maniére entretenu l'eau en *C* dans le Réſervoir de la Place Dauphine à 22 pouces au deſſus de l'ouverture de la ſoupape *A*, c'eſt-à-dire, à 31 pouces au deſſus du niveau du bout *O* de ſortie de conduite aux petites Ecuries.

Alors

Alors on a reçû dans nôtre étalon toute l'eau qui étoit capable d'entretenir la superficie d'eau audit point *C*, & il s'est rempli en $\frac{31}{2}$ secondes, ce qui donne, comme la Table le montre, 5 pouces 60 lignes, qui sortoient ausdites petites Ecuries, sous une charge *CL* de 31 pouces de hauteur d'eau.

REMARQUE.

Par ces trois expériences nous trouvons toute l'eau que cette conduite de 4 pouces de diametre, & d'environ 300 toises de longueur, dépensoit à gueule bée sous ces trois charges différentes.

Sçavoir, avec une charge de 9 pouces cette conduite dépensoit 2 pouces 63 lignes, ou, ce qui est le même, comme on le voit dans la Table, 162 muids 92 pintes en 24 heures.

Avec une charge de 21 pouces elle dépensoit 4 pouces d'eau, ou 266 muids 192 pintes en 24 heures.

Et avec une charge de 31 pouces elle dépensoit 5 pouces 60 lignes d'eau, ou 361 muids 84 pintes en vingt-quatre heures.

L'on voit que ces quantités d'eau écoulées ne sont point entre elles dans le rapport des racines de leurs charges, comme le prétend M. Mariotte, & comme elles devroient être conformément à l'accélération des vîtesses dans la chûte des corps, s'il n'y avoit point d'obstacles qui les empêchassent de suivre cette loi.

En effet dans les trois expériences que nous venons de rapporter, les trois charges sont 9, 21, 31 pouces, dont les racines sont environ 3, $4\frac{5}{9}$ & $5\frac{6}{11}$, lesquelles se trouvent entre elles exprimées par 297, 451 & 549.

Mettant aussi sous une même expression les quantités d'eau écoulées, nous aurons 351, 576 & 780 lignes d'eau.

Or pour que les quantités d'eau écoulées fussent dans le rapport de leurs charges, il faudroit que l'expérience qui a donné 351 lignes d'eau dans la premiére observation, nous eût donné 533 lignes dans la seconde observation, au lieu de 576 que l'expérience nous a donné.

Et il faudroit de même que cette expérience qui a donné les 351 lignes d'eau dans la premiére obſervation, nous eût donné 655 lignes $\frac{1}{2}$ dans la troiſiéme obſervation, au lieu de 780 que l'expérience nous a fourni.

Enſorte que les dépenſes d'eau ſeroient alors de 351, 533, 655 lignes $\frac{1}{2}$, au lieu que les vrayes dépenſes fournies par l'expérience même ſont de 351, 576, 780 lignes, ce qui eſt très-différent du rapport des racines des charges 297, 451, 549.

Ces différences font voir la néceſſité indiſpenſable de connoître la théorie des frottements des eaux dans les tuyaux de conduite, & c'eſt l'expérience ſeule qui peut nous y conduire, comme tous les ſçavants qui ont entrepris de traiter cette matiére l'ont bien ſenti.

Mais l'on ne peut parvenir à la connoiſſance de cette diminution de vîteſſe d'eau occaſionnée par le frottement de ces mêmes eaux contre les parois internes de leurs conduites, que par une très-longue ſuite d'expériences, puiſque c'eſt de cette ſuite que l'on pourroit conclure la loi que les eaux ſe trouvent forcées de ſuivre ſuivant les différentes circonſtances que les diverſes conduites leur préſentent. Car dans cette ſuite d'expériences qui ne peuvent être trop nombreuſes, l'on pourroit découvrir les progreſſions qu'il y a lieu de croire qui s'obſervent dans l'écoulement des eaux.

Selon cette idée, les expériences que je rapporte ici ne doivent être regardées que comme un eſſai, puiſque par leur trop petit nombre elles ſe trouvent inſuffiſantes pour parvenir à cette connoiſſance, mais du moins auront-elles l'avantage d'avoir ſervi à indiquer la voye que je crois qu'il convient de ſuivre dans ces recherches.

REMARQUE.

M. Mariotte, folio 265, de ſon mouvement des Eaux, imprimé en 1686, dit : *J'ai trouvé par pluſieurs expériences très-exactes, qu'une ouverture ronde de 3 lignes de diametre étant de 13 pieds au deſſous de la ſurface ſupérieure de l'eau d'un*

large tuyau, donnoit un pouce, c'est-à-dire, qu'il en sortoit pendant le temps d'une minute 14 pintes, mesure de Paris, de celles qui pesent 2 livres, & dont les 35 font le pied cube. Ce sont ses paroles, cependant la mesure d'un pouce doit être exprimée par 13 pintes $\frac{1}{3}$ de celles de 48 pouces cubiques, & dont le pied cubique en contient 36, comme je l'ai dit ci-devant.

De cette regle établie par M. Mariotte pour mesurer les eaux jaillissantes, l'on doit conclure que par une ouverture circulaire de 4 pouces de diametre, c'est-à-dire, 16 fois plus large que celle de 3 lignes de l'expérience de M. Mariotte, laquelle ouverture aura par conséquent 256 fois plus de surface, il sortira 256 pouces d'eau par minute.

Maintenant pour sçavoir ce qu'il sortira de pouces d'eau sous une charge de 9 pouces, par une ouverture circulaire de 4 pouces de diametre, l'on fera cette analogie :

Comme la racine de 13 pieds ou de 156 pouces, laquelle est environ 12 pouces $\frac{1}{2}$, est à la racine de 9 pouces, laquelle racine est 3, ainsi la dépense de 256 pouces d'eau est à la quantité de pouces d'eau que doit fournir nôtre ouverture circulaire de 4 pouces de diametre sous 9 pouces de charge.

Cette analogie est, 12 $\frac{1}{2}$ est à 3 comme 256 est à un quatriéme terme, qui est de 61 pouces d'eau & $\frac{11}{25}$ pour une ouverture de 4 pouces sous une charge de 9 pouces, au lieu que l'expérience que nous avons faite à Versailles ne nous a donné que 2 pouces 63 lignes, ce qui donne une différence d'environ 59 pouces d'eau, ou 786 pintes $\frac{2}{3}$ par minute, ce qui est très-considérable.

On ne fait point attention au frottement de l'eau contre le tuyau dans l'expérience de M. Mariotte; car, comme il y a lieu de croire, il étoit très-foible, n'ayant de frottement à souffrir que celui qui se faisoit sur la plaque contre les parois du trou de sortie, puisque le tuyau étant très-large, l'eau descendoit très-lentement dans ce tuyau pour fournir le pouce d'eau qui sortoit par l'ouverture de 3 lignes, & que le

frottement est d'autant moins considérable que la vîtesse de l'eau est plus petite.

Et si l'on peut regarder comme zero le frottement qu'il y a eu dans l'expérience de M. Mariotte, l'on doit donc attribuer ces 59 pouces d'eau de différence au frottement qui s'est trouvé, selon nôtre expérience, dans le tuyau de 4 pouces de diametre, & d'environ 300 toises de longueur sous une charge de 9 pouces qui donnoit son eau à gueule bée; & il est étonnant que ce frottement de l'eau contre les parois de ce tuyau ait causé une diminution d'écoulement d'eau environ 30 fois plus grande que la quantité d'eau qui est sortie par cette conduite.

Maintenant ce principe d'expériences étant établi, il n'y a qu'à faire un grand nombre d'expériences avec ce même tuyau de 4 pouces sous des charges différentes, & par ce moyen l'on aura la progression qui entrera dans les frottements que nous cherchons sous différentes charges, ou, ce qui est le même, avec des vîtesses différentes.

FIGURE II.

Voici maintenant les expériences & remarques que nous avons faites sur la conduite de fer de 6 pouces de diametre qui mene actuellement l'eau du Réservoir de la Place Dauphine dans les petites Ecuries de Versailles, & qui a été mise en la place de la conduite de fer de 4 pouces, dont la Figure premiére exprimoit le profil; avec la quantité d'eau qu'elle peut recevoir suivant ses charges différentes, & les sinuosités du terrain, telles que nous les avons détaillées dans son profil, Fig. 2.

Premiérement, l'on n'a lâché dans le Réservoir de la Place Dauphine qu'autant d'eau qu'il en falloit pour l'entretenir à la hauteur *Z*, c'est-à-dire, ensorte que la soupape *A* fût toûjours chargée de 28 pouces $\frac{1}{2}$ de hauteur d'eau.

Le bout du tuyau montant aux petites Ecuries, étoit coupé horisontalement à 3 pouces au dessous du niveau de la super-

ficie d'eau en Z au Réservoir de la Place Dauphine, comme nous l'avons remarqué ci-devant.

Dans cet état, par le bout *R* du tuyau montant aux petites Ecuries, l'eau sortoit à gueule bée, & elle a rempli nôtre Etalon en $\frac{23}{2}$ secondes, ce qui donne, comme la Table le montre, 7 pouces 44 lignes de dépense d'eau sous une charge de 3 pouces, c'est-à-dire, suivant la même Table, 97 pintes de Paris par minute, ou bien 20 muids 83 pintes en une heure, ou bien 486 muids 275 pintes en 24 heures.

Secondement, l'on a coupé le tuyau montant *NOR* horisontalement en *y*, à 2 pouces $\frac{1}{4}$ au dessous du point *R*, ensorte que ce point *y* de section étoit alors de 5 pouces $\frac{1}{4}$ au dessous de la superficie d'eau en Z audit Réservoir *AZ* de la Place Dauphine ; & pour entretenir cette superficie d'eau toûjours à la même hauteur précédente Z, nous nous sommes servis du même moyen que ci-devant, c'est-à-dire, en ouvrant un peu davantage que dans l'expérience précédente, le robinet de l'auge ou chaîneau placé au dessus du Réservoir de la Place Dauphine.

Dans cet état, nous avons reçû dans nôtre étalon toute l'eau qui étoit nécessaire pour entretenir cette superficie d'eau à la hauteur Z au Réservoir de la Place Dauphine, & il s'est rempli en $\frac{16}{2}$ secondes, ce qui donne dans la Table 10 pouces 72 lignes, c'est-à-dire, 10 pouces $\frac{1}{2}$, ou, ce qui est le même, 140 pintes de Paris par minute, ou 29 muids 48 pintes par heure, ou 700 muids en 24 heures sous une charge de 5 pouces $\frac{1}{4}$ de hauteur d'eau.

Remarque.

Nous avons donc 7 pouces 44 lignes, ou 1052 lignes de dépense d'eau sous une charge de 3 pouces ou 36 lignes, dont la racine quarrée est 6 lignes.

Et nous avons 10 pouces 72 lignes ou 1512 lignes de dépense d'eau sous une charge de 5 pouces $\frac{1}{4}$ ou 63 lignes, dont la racine est environ 8 lignes.

Or si ces dépenses d'eau étoient proportionnées aux racines de leurs charges, l'on auroit cette analogie

6 : 8 :: 1052 : 1403.

Au lieu que l'expérience nous donne 1512 lignes, qui est de 109 lignes supérieure à la dépense que nous donneroit le rapport des racines des charges, c'est-à-dire, supérieur au 4me terme 1403 de cette analogie ci-dessus.

REMARQUE.

Si, selon M. Mariotte, une ouverture ronde de 3 lignes de diametre, chargée de 13 pieds, donne un pouce d'eau par minute, l'on en doit conclure que par une ouverture de 6 pouces de diametre qui est 24 fois plus grande que celle de 3 lignes, laquelle ouverture aura par conséquent 576 fois plus de surface, il sortira 576 pouces d'eau sous une charge de 13 pieds.

Maintenant pour avoir ce qu'il sortira de pouces d'eau sous nôtre charge de 3 pouces, par une ouverture circulaire de 6 pouces de diametre, l'on fera cette analogie:

La racine de 13 pieds, ou de 156 pouces, ou de 1872 lignes, qui est 43 lignes & environ $\frac{1}{4}$, est à la racine de 3 pouces, ou de 36 lignes, qui est 6 lignes,

Comme le produit de 576 pouces d'eau est à la quantité de pouces d'eau fournie par une ouverture circulaire de 6 pouces de diametre sous une charge de 3 pouces.

Et cette analogie est $43\frac{1}{4} : 6 :: 576 : 79\frac{157}{173}$ pouces d'eau, dont le 4me terme, qui est près de 80 pouces d'eau, exprime la quantité de pouces d'eau qui s'écouleroient par une ouverture de 6 pouces de diametre sous une charge de 3 pouces, s'il n'y avoit point plus de frottement que dans l'observation de M. Mariotte, au lieu que nôtre expérience faite à Versailles ne nous a donné que 7 pouces 44 lignes, ce qui est différent de près de 74 pouces ou 986 pintes $\frac{2}{3}$ par minute. Or l'on ne peut attribuer une si grande différence qu'au frottement de l'eau contre les parois de nôtre tuyau de 6 pouces de diametre & d'environ 300 toises de long.

De même pour nôtre ſeconde expérience ſous 5 pouces $\frac{1}{4}$ de charge, l'on raiſonnera comme ci-deſſus. Puiſque par nôtre tuyau de 6 pouces nous venons de voir que ſous une charge de 13 pieds il ſortiroit 576 pouces d'eau, l'on fera cette analogie :

La racine de 13 pieds ou de 1872 lignes, qui eſt 43 lignes & environ $\frac{1}{4}$, eſt à la racine de 5 pouces $\frac{1}{4}$ qui eſt environ 8 lignes,

Comme la dépenſe de 576 pouces eſt à la quantité de pouces d'eau que dépenſera nôtre tuyau de 6 pouces ſous une charge de 5 pouces $\frac{1}{4}$.

Et l'on aura $43\frac{1}{4} : 8 :: 576 : 406\frac{94}{173}$ pouces d'eau, dont le 4me terme 406 à 407 pouces exprime la quantité de pouces d'eau que nôtre tuyau de 6 pouces dépenſeroit ſous une charge de 5 pouces $\frac{1}{4}$, ſelon le principe de M. Mariotte, au lieu que par nôtre expérience ce même tuyau n'a dépenſé que 10 pouces $\frac{1}{2}$ par minute; ainſi la différence eſt de 396 pouces.

L'on peut conſidérer comme un obſtacle à l'écoulement des eaux le frottement de la plaque dans laquelle le trou de ſortie eſt percé, & même y joindre l'obſtacle que cauſe la réſiſtance de l'air, d'autant plus que ſi ces obſtacles n'exiſtoient pas, les eaux jailliſſantes devroient monter juſqu'à la ſurface ſupérieure des eaux du Réſervoir qui fournit l'eau à ces jets ; de plus l'erreur que l'on fait dans le temps employé dans la jauge des eaux doit encore y entrer pour quelque choſe, comme nous l'avons fait voir ci-devant. Donc ſi l'expérience fondamentale ſe trouve elle-même altérée par tous ces obſtacles, il eſt conſtant que ſon altération ſe communique à toutes les autres que nous voudrons en déduire; cependant il a été juſqu'à préſent impoſſible de faire mieux malgré toutes les attentions que l'on y a apportées, & c'eſt ce qui doit engager à redoubler les recherches à ce ſujet, pour que l'on en puiſſe tirer les regles que l'on doit employer dans le choix des tuyaux convenables aux quantités d'eaux que l'on veut conduire.

FIGURE III.

Voici les expériences que nous avons faites ſur la conduite de fer de 5 pouces de diametre qui porte les eaux du Regard quarré près S.t Antoine, dans le Réſervoir de la Place Dauphine de Verſailles, avec la quantité d'eau qu'elle y peut porter ſuivant les charges différentes.

Premiérement, l'eau étant dans le Regard quarré à 17 pouces au deſſous de ſa tablette, & ſortant alors à gueule bée par le point *l* de ſortie au Réſervoir de la Place Dauphine, qui, comme à ſon ordinaire, étoit de 3 pieds $\frac{1}{2}$ ou 42 pouces au deſſous du niveau de cette même tablette du Regard quarré, ce qui fait 25 pouces de charge d'eau, l'on a reçû par deux robinets toute l'eau qui en ſortoit, & l'un de ces deux robinets empliſſoit nôtre étalon en $\frac{30}{2}$ ſecondes, ce qui donne, comme l'on voit dans la Table, une dépenſe de 5 pouces 86 lignes d'eau, & l'autre robinet le rempliſſoit en $\frac{40}{2}$ ſecondes, ce qui donne 4 pouces 29 lignes d'eau d'écoulement. Toute la quantité d'eau qui ſortoit alors par ces deux robinets pris enſemble, & ſous une charge de 25 pouces de hauteur d'eau, étoit donc de 9 pouces & 115 lignes.

Secondement, après avoir ajuſté un tuyau montant de 5 pouces de diametre ſur celui du Réſervoir de la Place Dauphine en *l*, qui eſt auſſi du même diametre de 5 pouces, comme nous l'avons dit ci-devant, & l'eau étant dans le Regard quarré à 9 pouces ſous la tablette, & le tuyau montant au Réſervoir de la Place Dauphine étant coupé à 14 pouces 7 lignes au deſſous du niveau de ladite tablette du Regard quarré, ce qui donne 5 pouces 7 lignes de charge, alors nôtre étalon s'eſt empli par l'un des ſuſdits deux robinets en $\frac{65}{2}$ ſecondes, ce qui donne 2 pouces 84 lignes d'eau, & par le ſecond robinet en $\frac{150}{2}$ ſecondes, ce qui donne 1 pouce 17 lignes. Ainſi toute la quantité d'eau qui ſortoit alors par ces deux robinets pris enſemble ſous une charge de 5 pouces 7 lignes de hauteur d'eau, étoit de 3 pouces & 101 lignes.

Troiſiémement,

Troiſiémement, la ſurface d'eau étant dans le Réſervoir quarré à 9 pouces $\frac{1}{4}$ au deſſous de ſa tablette, & le tuyau montant au Réſervoir de la Place Dauphine étant coupé à 20 pouces 7 lignes ſous la même tablette, ce qui donne 11 pouces 4 lignes de charge; alors nôtre étalon s'eſt rempli par l'un des deux robinets en $\frac{46}{2}$ ſecondes, & par l'autre en $\frac{78}{2}$ ſecondes, ce qui donne dans la Table 3 pouces 94 lignes, & 2 pouces 22 lignes; ainſi la dépenſe de ces deux robinets pris enſemble eſt de 5 pouces 116 lignes ſous une charge de 11 pouces $\frac{1}{3}$.

Quatriémement, la ſuperficie de l'eau étant dans le Regard quarré à 9 pouces 10 lignes ſous ſa tablette, & le tuyau montant au Réſervoir de la Place Dauphine étant coupé à 26 pouces 7 lignes au deſſous de la ligne de niveau de cette même tablette, ce qui donne 16 pouces 9 lignes de charge; alors nôtre étalon s'eſt rempli par un des deux robinets en $\frac{32}{2}$ ſecondes, & par l'autre en $\frac{55}{2}$ ſecondes, ce qui donne dans la Table 4 pouces 78 lignes, & 3 pouces 8 lignes pour les quantités écoulées, qui toutes deux enſemble donnent 7 pouc. 86 lignes d'eau ſous une charge de 16 pouces 9 lignes, & par une gueule bée de 5 pouces de diametre.

Cinquiémement, la ſuperficie d'eau étant dans le Regard quarré à 11 pouces $\frac{1}{2}$ au deſſous de ſa tablette, & le tuyau montant au Réſervoir de la Place Dauphine étant coupé horiſontalement (comme dans toutes les coupes précédentes) à 32 pouces 7 lignes au deſſous de la ligne de niveau de la partie ſupérieure de la tablette du Regard quarré, ce qui donne 21 pouces une ligne de charge; alors nôtre étalon s'eſt rempli par un des deux robinets en $\frac{31}{2}$ ſecondes, & par l'autre en $\frac{49}{2}$ ſecondes, ce qui donne dans la Table 5 pouces 60 lignes, & 3 pouces 62 lignes pour les quantités d'eau écoulées, qui toutes deux enſemble donnent 8 pouces 122 lignes de dépenſe d'eau ſous une charge de 21 pouces une ligne de hauteur d'eau.

Sixiémement, l'eau étant dans le Regard quarré à 14 pouces 7 lignes au deſſous de ſa tablette, & le tuyau montant au

Réservoir de la Place Dauphine étant coupé à 38 pouces 7 lignes au dessous de la ligne de niveau du dessus de cette même tablette, ce qui donne 24 pouces de charge; alors nôtre étalon s'est rempli par ces mêmes deux robinets en $\frac{30}{2}$ secondes & en $\frac{42}{2}$ secondes, ce qui donne dans la Table 5 pouces 86 lignes, & 4 pouces d'eau pour les quantités écoulées, qui toutes deux prises ensemble, donnent 9 pouces 86 lignes de dépense à gueule bée sous une charge de 24 pouces.

Septiémement, l'eau étant dans le Regard quarré à 17 pouces sous la tablette, & le tuyau montant au Réservoir de la Place Dauphine étant coupé ou remis comme à son ordinaire à 3 pieds $\frac{1}{2}$, ou 42 pouces au dessous de la ligne de niveau de la superficie de cette même tablette, ce qui donne 25 pouces de charge sous laquelle l'eau sortoit à gueule bée de 5 pouces de diametre, & se déchargeoit dans l'auge ou chaîneau auquel les deux robinets étoient soudés; par l'un des robinets nôtre étalon s'est empli en $\frac{30}{2}$ secondes, & par l'autre en $\frac{40}{2}$ secondes comme dans la premiére expérience, ce qui est pour dépense totale, comme l'on voit dans la Table, 9 pouces & 115 lignes sous 25 pouces de charge par un tuyau de 5 pouces de diametre.

Remarque.

L'on voit dans nôtre seconde expérience que la superficie de l'eau étant au Regard quarré à 9 pouces sous la ligne de niveau *x y*, & que le tuyau montant au Réservoir de la Place Dauphine étant de 14 pouces 7 lignes au dessous de cette même ligne *x y*, ce qui donne 5 pouces 7 lignes de charge; alors la conduite *FEIMDOQSVZKpmnl*, de 1168 à 1169 toises, ne donne que 3 pouces 101 lignes d'eau, refusant le reste dans le Regard quarré, c'est-à-dire, le surplus d'eau ayant son écoulement ailleurs par une de ses décharges; car si on laissoit regorger cette eau dans le Regard, la quantité de son écoulement ou de sa dépense augmenteroit à mesure que sa charge ou sa hauteur augmenteroit dans le Regard.

Nous avons vû dans la 3me expérience, que cette même conduite ayant 11 pouces $\frac{1}{3}$ de charge, sa dépense est de 5 pouces 116 lignes, refusant le surplus.

Dans la 4me expérience, la charge étant de 16 pouces $\frac{3}{4}$, la dépense a été de 7 pouces 86 lignes, refusant le surplus.

Dans la 5me expérience, sous une charge de 21 pouces une ligne, la dépense a été de 8 pouces 122 lignes, refusant le surplus.

Dans la 6me expérience, sous une charge de 24 pouces, la dépense a été de 9 pouces 86 lignes, refusant le surplus.

Enfin dans la 7me & derniére expérience, sous une charge de 25 pouces, la dépense a été de 9 pouces 115 lignes, refusant le surplus.

Il faut encore remarquer que dans cette conduite de 5 pouces & de 1168 à 1169 toises de long, outre les coudes marqués dans le profil, elle forme encore plusieurs sinuosités horisontales, mais fort arrondies & prises de loin, ce qui dans ce cas ne doit pas augmenter de beaucoup le frottement.

REMARQUE.

Maintenant si, selon M. Mariotte, folio 265, une ouverture circulaire de 3 lignes de diametre, chargée de 13 pieds, donne un pouce d'eau, l'on en doit conclure que par une ouverture de 5 pouces de diametre, qui est 20 fois plus grande que celle de 3 lignes, c'est-à-dire, qui a 400 fois plus de surface, il sortira 400 pouces d'eau sous une charge de 13 pieds.

C'est pourquoi, pour avoir la quantité d'eau qui doit sortir dans nôtre premiére expérience sous nôtre charge de 25 pouces, l'on fera cette analogie,

La racine de 13 pieds ou 156 pouces,
qui est environ $12\frac{1}{2}$,
est à la racine de 25 pouces, qui est 5;

Comme la dépense de 400 pouces d'eau est à la dépense que fourniroit nôtre conduite de 5 pouces sous une charge de 25 pouces, s'il n'y avoit pas plus de frottement que dans

l'expérience fondamentale de M. Mariotte, & cette analogie est, $12\frac{1}{2}$ est à 5, comme 400 est à environ 160 pouces d'eau, dont le 4me terme, 160 pouces d'eau, exprime la quantité de pouces que nôtre ouverture de 5 pouces de diametre donneroit de dépense sous une charge de 25 pouces; au lieu que l'expérience même ne nous a donné qu'une dépense de 9 pouces 115 lignes seulement, ce qui est bien différent.

Maintenant puisque nous venons de trouver que nôtre conduite de 5 pouces fourniroit sous une charge de 13 pieds, environ 160 pouces d'eau, l'on aura la quantité d'eau qu'il en doit sortir sous toutes autres charges quelconques par de semblables analogies, comme pour exemple pour nôtre 6me expérience qui s'est faite sous une charge de 24 pouces, l'on aura La racine de 13 pieds ou de 156 pouces, qui est environ $12\frac{1}{2}$, est à la racine de 24 pouces, qui est 4 pouces & environ $\frac{9}{10}$; comme la dépense de 400 pouces est à la quantité de pouces d'eau que dépensera nôtre tuyau de 5 pouces sous une charge de 24 pouces.

Cette analogie est, $12\frac{1}{2}$ est à $4\frac{9}{10}$ comme 400 est à 157 environ, dont le 4me terme 157 exprime la quantité de pouces d'eau que nôtre conduite de 5 pouces donneroit sous une charge de 24 pouces, suivant le principe de M. Mariotte, au lieu que cette même expérience 6me n'a donné réellement que 9 pouces 86 lignes, ce qui est une différence de plus de 147 pouces d'eau ou de 1960 pintes environ par minute au de-là de ce que nôtre conduite nous a véritablement produit.

FIGURE IV.

Voici les expériences que nous avons faites sur la conduite de fer de 18 pouces marquée dans le profil.

Premiérement, il faut remarquer, comme nous l'avons dit ci-devant, que le dessus des soupapes, comme *C*, qui sont au fond du quarré du Réservoir de la butte de Montboron, est

plus haut de 1 pouce $\frac{1}{4}$ que le bout *N* de ſortie de conduite au Réſervoir du Château d'Eau où elles ſe déchargent à gueule bée; d'où l'on voit que lorſque ces ſoupapes ſe trouvent chargées de 12 pieds de hauteur d'eau comme pour exemple de toute la hauteur *CB*, alors l'on peut dire que l'eau qui ſort par cette gueule bée *N* eſt chargée de 12 pieds 1 pouce $\frac{1}{4}$, & c'eſt avec cette charge d'eau que nous avons fait les expériences ſuivantes.

Il faut encore remarquer que le Réſervoir *OPQR* du Château d'Eau ayant ſon fond *PQ* chargé de 7 pieds de hauteur d'eau, contient 34880 pieds cubiques, ou 4360 muids, meſure de Paris, chacun de 288 pintes de celles de 48 pouces cubiques.

Avec ces connoiſſances, nous avons laiſſé couler l'eau par cette conduite de 18 pouces de diametre, & elle a fourni dans le Réſervoir du Château d'Eau 10 pouces de hauteur d'eau, ou 519 muids $\frac{1}{221}$ en 12 minutes de temps, ce qui fait 43 muids $\frac{166}{663}$, ou 12456 pintes $\frac{24}{221}$ par minute, ayant toûjours la même charge de 12 pieds 1 pouce $\frac{1}{4}$.

Ainſi diviſant cette quantité 12456 pintes $\frac{24}{221}$ par 13 pintes $\frac{1}{3}$ qui, ſelon ce que nous avons établi, eſt la dépenſe d'un pouce d'eau par minute, nous aurons au quotient 934 pouces $\frac{46}{221}$, cette fraction étant à $\frac{6}{221}$ près $\frac{30}{144}$ de pouces, ou 30 lignes d'eau.

Nous aurons donc 934 pouces 30 lignes pour la dépenſe de nôtre conduite de 18 pouces à gueule bée ſous une charge de 12 pieds 1 pouce $\frac{1}{4}$.

Enſuite la ſuperficie d'eau reſtant toûjours la même en *B*, au quarré des ſoupapes de la butte de Montboron, l'on a ouvert la ſoupape de 2 pieds qui appartient à nôtre conduite de 18 pouces, & enſemble les trois ſoupapes de 18 pouces qui appartiennent aux trois conduites d'un pied de diametre chacune; & ces quatre ſoupapes étant toutes ouvertes dans le même inſtant, ces quatre conduites ont fourni dans le Réſervoir du Château d'Eau 9 pouces de hauteur d'eau, ou 467 muids $\frac{1}{7}$ en 6 minutes de temps, ce qui fait à ces quatre

conduites prises ensemble, 1681 pouces $\frac{4}{7}$, c'est-à-dire; 1681 pouces & un peu plus de 82 lignes.

Ainsi sçachant que nôtre premiere conduite de 18 pouces nous a donné ci-devant 934 pouces & un peu moins de 30 lignes, si de la dépense de ces quatre conduites, c'est-à-dire, si de 1681 pouces 82 lignes l'on en ôte 934 pouces 30 lign. le reste 747 pouces & environ 52 lignes exprimera la dépense des trois conduites d'un pied chacune, dont le tiers 249 pouces 17 lignes exprime la dépense à gueule bée de chacune de ces trois conduites de fer d'un pied sous la même charge de 12 pieds 1 pouce $\frac{1}{4}$, & d'environ 600 toises de longueur & plus.

REMARQUE.

Si, selon l'expérience de M. Mariotte, une ouverture circulaire de 3 lignes de diametre sur 13 pieds de charge donne un pouce, l'on en doit conclure, suivant la loi des racines des charges, que nôtre conduite de 18 pouces de diametre qui est 72 fois plus grand que celui de 3 lignes, & dont l'ouverture ou surface de la coupe horisontale est par conséquent 5184 fois plus grande, dépensera 5184 pouces d'eau sous une charge de 13 pieds.

Mais comme nôtre charge n'a été que de 12 pieds 1 pouce 1 ligne, pour sçavoir ce qu'elle doit fournir sous cette charge, il faut faire cette analogie,

La racine de 13 pieds ou 1872 lign. qui est environ 43 lign. $\frac{1}{4}$
est à la racine de 12 pieds 1 pouce $\frac{1}{4}$, ou de 1743 lignes,
qui est environ 41 $\frac{3}{4}$,

comme la dépense 5184 pouces d'eau est à la quantité de pouces d'eau que doit fournir nôtre conduite de 18 pouces de diametre sous une charge de 12 pieds 1 pouce $\frac{1}{4}$.

Cette analogie est, 43 $\frac{1}{4}$ est à 41 $\frac{3}{4}$ comme 5184 est à 5004 $\frac{36}{173}$, dont le 4me terme 5004 pouces & plus exprime la quantité de pouces d'eau que nôtre conduite de 18 pouces auroit dû donner sous nôtre charge de 12 pieds 1 pouce $\frac{1}{4}$, au lieu qu'elle n'a dépensé, selon nôtre expérience exacte,

que la quantité de 934 pouces 30 lignes, ce qui est une différence de 4070 pouces, ou 188 à 189 muids par minute; mais cette différence, toute considérable qu'elle est, ne l'est point encore tant que dans les expériences que nous avons faites sur les conduites dont nous avons parlé ci-devant, où le défaut de la dépense est 20 & 30 fois plus grand que la dépense même, au lieu que dans cette expérience présente la dépense que nous donne le rapport des racines des charges n'est gueres que quintuple de la vraye dépense donnée par l'expérience même; ce qui pourroit venir de ce que l'impression que fait le frottement sur cette dépense considérable d'eau est moins grande que celle qu'il fait sur une petite dépense, ce qui doit arriver, puisque l'empêchement occasionné par le frottement, doit être réciproque aux masses d'eaux qui sont en mouvement, d'autant plus que le frottement étant relatif aux parois des conduites différentes, il doit y avoir plus de frottement dans un petit tuyau que dans un grand, & cela dans le rapport des quarrés de leurs diametres.

FIGURE V.

Voici les expériences que nous avons faites sur la conduite de fer de 18 pouces de diametre qui conduit l'eau du quarré des Réservoirs du Parc aux Cerfs à celui du bout de l'aîle, comme aussi sur la conduite de fer, & d'un pied de diametre qui la mene au Réservoir de Roquencour.

Premiérement, la superficie d'eau, dans l'état d'expérience, étoit au quarré des Réservoirs du Parc aux Cerfs de 2 pieds 2 pouces $\frac{1}{2}$ au dessous du point *a*; donc l'eau qui sortoit alors par la gueule bée *N*, suivant ce que nous avons dit en examinant le Profil 5[me], n'étoit chargée que de 4 pieds 7 pouc. $\frac{1}{2}$ de hauteur d'eau, & c'est dans cet état que nous avons fait l'expérience suivante sur cette conduite de 18 pouces, & d'environ 790 toises de longueur.

Nous avons remarqué qu'ayant levé la soupape *A* au quarré des soupapes du Réservoir du Parc aux Cerfs, laquelle étoit alors chargée de 5 pieds 7 pouces, nôtre conduite de 18 pouc.

a fourni par sa gueule bée *N* 3 pouces 9 lignes de hauteur d'eau dans une heure de temps au dessus du fond du Réservoir de l'aîle, qui est de 47 toises 1 pied 5 pouces de long sur 14 toises 2 pieds $\frac{3}{4}$ de large, ce qui fait en superficie 682 toises 34 pieds, & 57 pouces quarrés, c'est-à-dire, près de 683 toises quarrées de surface, ou précisément de 354044 1 pouces quarrés de surface, laquelle étant multipliée par la hauteur d'eau de 3 pouc. $\frac{3}{4}$, donne pour solidité 13276653 $\frac{3}{4}$ pour les pouces cubiques d'eau que cette conduite de 18 pouc. a fournis en une heure, & partant $\frac{1}{60}$ en une minute, c'est-à-dire, 221277 $\frac{9}{10}$ pouces cubiques en une minute.

Mais comme 13 pintes $\frac{1}{3}$, ou, ce qui est le même, 640 pouces cubiques d'eau est la quantité que fournit par minute ce que nous avons appellé *un pouce d'eau coulante*, si l'on divise ce nombre 221277 $\frac{9}{10}$ par 640, le quotient nous donnera 345 $\frac{4779}{6400}$, c'est-à-dire, 345 pouces & près de 108 lignes pour la quantité d'eau qu'a fourni nôtre conduite de 18 pouces dans une longueur d'environ 790 toises, & sous une charge de 4 pieds 7 pouces $\frac{1}{2}$.

Secondement, la superficie d'eau étant dans le quarré des soupapes des Réservoirs du Parc aux Cerfs à 10 pouces au dessous du point *a*, l'eau qui sortoit par la gueule bée Z au Réservoir de Roquencour avoit 20 pieds 3 pouces de charge de hauteur d'eau.

Dans cet état, nous avons remarqué qu'ayant levé la soupape *A* qui étoit alors chargée de 6 pieds 11 pouces $\frac{1}{2}$ de hauteur d'eau, cette conduite de 18 pouces & d'un pied, sçavoir de 18 pouces dans la longueur d'environ 790 toises, & d'un pied dans la longueur d'environ 1550 toises, ce qui fait pour longueur totale de conduite *ABDFHLPQVZ* environ 2340 toises, a fourni 168 pouces d'eau, nous étant servis d'un muid pour étalon.

REMARQUE.

Il faut remarquer que cette conduite ne peut point mener plus d'eau sous cette charge de 20 pieds $\frac{1}{4}$ dans cette longueur de

de 2340 toises, & dans la position où elle se trouve, puisqu'elle refusoit ou regorgeoit dans le Réservoir de l'aîle, quoique la gueule bée *N* du tuyau montant audit Réservoir de l'aîle par où elle se déchargeoit fût de 14 pieds $\frac{1}{4}$ élevé au dessus du niveau de ladite gueule bée Z au Réservoir de Roquencour.

L'on voit qu'auprès du Réservoir de l'aîle, la conduite de 18 pouces forme un angle saillant & fort élevé, & dans cet angle élevé l'air s'y cantonnoit fixement, & empêchoit, ou du moins rallentissoit infiniment l'écoulement des eaux que cette conduite devoit fournir: c'est ce qui a engagé à placer à cet endroit, comme le Profil le montre, une Ventouse que l'on peut dans ces cas regarder comme une chose nécessaire, comme on le reconnoît par presque toutes les expériences, puisqu'il est rare que l'air ne soit d'un grand obstacle dans les conduites en général. On pourra s'en convaincre par une expérience que nous avons faite sur une conduite de plomb de 8 pouces de diametre & de 1900 toises de long qui amene les eaux de Roquencour au Château de Versailles dans les Réservoirs du dessous de la Rampe de la Chapelle sous une pente ou charge de 2 pieds 6 pouces, laquelle conduite n'a jamais fourni par sa gueule bée que 22 à 23 pouces d'eau d'environ 30 pouces qui se présentent à son embouchure, refusant les 7 à 8 pouces de surplus.

Mais une chose remarquable, c'est que dès l'instant qu'on lâchoit l'eau à l'embouchure de cette conduite, laquelle embouchure étoit aussi de 8 pouces comme sa sortie, il se passoit environ 10 jours avant qu'il en parût une goutte à son bout de sortie, & cela, parce que le long de cette conduite il y avoit beaucoup de coudes élevés dans lesquels l'air se cantonnoit, & d'où il ne sortoit qu'avec beaucoup de peine. C'est ce qui a encore fait penser à adoucir quelques coudes de cette conduite, & à mettre des ventouses aux angles les plus élevés où elles sont encore, & alors au bout de 12 heures l'on vit sortir quelques filets d'eau, au lieu de 10 ou 12 jours qu'il falloit auparavant, & 5 à 6 heures après il en sortit 22 à

23 pouces, qui eſt toute la quantité que l'on peut avoir par cette conduite.

Une choſe à remarquer, c'eſt que les 5 ou 6 derniéres heures qu'on attendit avant que d'avoir le plus grand écoulement d'eau, ou la plus grande dépenſe de cette conduite, ſe paſſerent à l'évacuation de bouffées de vent, de flocons d'air & d'eau, & de filets d'eau, qui tantôt couloient & tantôt ne couloient plus, ce qui fait encore voir que l'air eſt d'un grand obſtacle dans les conduites.

REMARQUE.

Si l'eau n'avoit point de difficulté à paſſer dans les tuyaux de conduite, ſa dépenſe ſeroit comme la racine des charges; mais lorſqu'elle trouve de la difficulté à couler dans ſes conduites, la force qu'elle a pour vaincre cette difficulté eſt comme la charge même : il faut donc ſçavoir quelle eſt la réſiſtance abſoluë que l'eau trouve à circuler, tant à cauſe de ſon adhérence aux parois de ſes conduites, qu'à cauſe des autres obſtacles différents quelconques; & ſi l'eau eſt ſi long-temps avant que de ſortir par l'autre bout de ſa conduite, comme nous le venons de remarquer dans la conduite de Roquencour, cela peut arriver par pluſieurs raiſons, comme nous allons le voir.

FIGURE VI.

Il peut arriver que de l'eau qui eſt dans la conduite depuis *A* juſqu'en *G* ſoit en équilibre & en repos dans cette ſituation, puiſque *A* & *G* ſont deux points que l'on ſuppoſe de niveau.

Ainſi l'eau du Réſervoir *E* qui eſt deſtinée pour ſortir à gueule bée par l'ouverture *F* ſera obligée de forcer tous les embarras intermédiaires, c'eſt-à-dire, que pour cela il faudra que la charge *EA* de cette eau depuis *A* juſqu'en *E* ſoit ſuffiſante,

1.° Pour ſurmonter la colomne d'eau *FG* qui lui réſiſte en partie.

2.° Pour communiquer du mouvement à l'eau qui occupe la conduite entiére dans laquelle elle étoit en repos, ce qui occasionne une seconde perte de force.

3.° Pour vaincre les frottements qui arrivent dans les conduites.

4.° Pour se rendre supérieure à la résistance de l'air qui se trouvant cantonné dans des angles, s'oppose à son écoulement.

5.° Pour forcer l'impression de l'air à la sortie de la gueule bée.

6.° Pour balancer la réaction de l'effort que l'eau coulante dans ce tuyau fait en frappant contre ses parois intérieurs.

FIGURE VII.

Il y a encore une meilleure raison pourquoi l'eau ne sortira point, & même ne doit pas sortir, ou passer à travers une conduite, lorsque cette conduite aura une certaine construction, comme l'on voit ci-après, où je dis qu'il peut arriver que quoique le bout *H* du tuyau de conduite d'eau soit plus bas que son embouchure *A*, cependant l'eau ne sortira point, si l'on ne fait point de ventouse au point *E* pour faire échapper l'air *DEF;* car l'eau s'insinuant d'abord dans le tuyau par l'embouchure *A*, ne chassera pas tout l'air qui étoit contenu dans ledit tuyau, & l'eau s'introduira peu-à-peu dans la partie *EGH* du tuyau jusqu'à ce que sa hauteur *FI* soit égale à la hauteur *AB;* alors la bulle d'air *DEF* sera également pressée des deux côtés; car dans cet état l'eau *FGL* étant en équilibre, il n'y a que la partie *LH* qui s'opposera au passage de la bulle d'air, & par conséquent au passage de l'eau, puisque l'équilibre existera toutes les fois que *IF,* qui est la hauteur de l'eau contenuë dans *LH,* sera égale à *AB,* qui est la hauteur de l'eau contenuë dans *AM;* n'y ayant que cette partie *AM* qui puisse faire équilibre avec la partie *LH;* & lorsqu'il y aura plusieurs coudes semblables dans une même conduite, il est clair que l'eau n'en sortira point tant qu'il se trouvera de l'air renfermé entre deux colomnes

d'eau égales, & partant en équilibre l'une contre l'autre, à moins qu'on ne faſſe des ventouſes, & pour lors l'air s'échappant par la ventouſe en *E*, l'eau s'approchera de *D* en *F*, & s'étant unie avec elle, l'eau continuera de monter le long du tuyau *GH*, & ſortira par l'extrémité de ce tuyau, ſi peu inférieur qu'il ſoit à l'embouchure *A*.

Et ſi au bout de 10 à 12 jours l'eau a monté, & s'eſt déchargée par la voye qu'on lui avoit préparée, c'eſt que l'air qui étoit enfermé dans l'eſpace que nous avons marqué, s'eſt ſans doute échappé par quelques gerçures des tuyaux mêmes, ou de leurs aſſemblages, d'autant plus que l'air n'a pas beſoin de grand paſſage, ſur-tout étant comprimé comme il l'étoit dans cet état ; & un de ces coudes s'étant vuidé d'air, & ayant été remplacé par l'eau, la colomne d'eau s'eſt trouvée pour lors aſſés conſidérable pour forcer l'air qui s'étoit cantonné dans les autres angles à ſortir conjointement avec l'eau, & c'eſt pour cela que l'on a vû ſortir tantôt des flocons d'air & d'eau, tantôt de l'eau toute ſeule, & tantôt des bouffées de vent.

PREMIÈRE TABLE

Pour connoître combien une Source fournit de pouces d'Eau, & combien de Muids & de Pintes de Paris elle donne par minute, par heure & par jour, en observant combien elle employe de demi-secondes, de minutes ou d'heures à remplir un vaisseau de 12 pintes, mesure de S.t Denis, ou de 18 $\frac{2}{3}$, mesure de Paris; le pouce d'eau étant évalué à l'écoulement de 13 pintes $\frac{1}{3}$, mesure de Paris, par minute, la pinte étant de 48 pouces cubiques, & le muid de 288 pintes.

Demi-secondes employées à remplir l'étalon.	Pouces & Lignes d'eau.	Muids & Pintes de Paris par minute.	Muids & Pintes de Paris par heure.	Muids & Pintes de Paris par 24 heures.	Demi-secondes employées à remplir l'étalon.	Pouces & Lignes d'eau.	Muids & Pintes de Paris par minute.	Muids & Pintes de Paris par heure.	Muids & Pintes de Paris par 24 heures.
1	168 0	7 224	466 192	11200 0	26	6 66	0 86	17 250	430 255
2	84 0	3 256	233 96	5600 0	27	6 32	0 83	17 82	414 235
3	56 0	2 171	155 160	3733 96	28	6 0	0 80	16 192	400 0
4	42 0	1 272	116 192	2800 0	29	5 114	0 77	16 27	386 59
5	33 86	1 160	93 96	2240 0	30	5 86	0 75	15 160	373 96
6	28 0	1 85	77 224	1866 192	31	5 60	0 72	15 15	361 84
7	24 0	1 32	66 192	1600 0	32	5 36	0 70	14 168	350 0
8	21 0	0 280	58 96	1400 0	33	5 13	0 68	14 41	339 113
9	18 96	0 249	51 245	1244 128	34	4 136	0 66	13 209	329 119
10	16 115	0 224	46 213	1120 0	35	4 115	0 64	13 96	320 0
11	15 39	0 204	42 122	1018 52	36	4 96	0 62	12 277	311 32
12	14 0	0 195	38 256	933 96	37	4 78	0 60	12 176	301 202
13	12 133	0 174	35 258	861 222	38	4 61	0 58	12 81	294 213
14	12 0	0 160	33 96	800 0	39	4 44	0 57	11 278	287 49
15	11 29	0 149	31 32	746 192	40	4 29	0 56	11 192	280 0
16	10 72	0 140	29 48	700 0	41	4 14	0 55	11 110	273 45
17	9 127	0 132	27 130	658 237	42	4 0	0 54	11 32	266 192
18	9 48	0 124	25 267	622 64	43	3 131	0 53	10 232	260 134
19	8 121	0 118	24 162	589 138	44	3 118	0 52	10 175	254 157
20	8 58	0 112	23 96	560 0	45	3 106	0 51	10 107	248 256
21	8 0	0 107	22 64	533 96	46	3 94	0 50	10 42	243 138
22	7 92	0 102	21 64	509 26	47	3 83	0 49	9 268	238 86
23	7 44	0 97	20 83	486 275	48	3 72	0 48	9 208	233 96
24	7 0	0 93	19 128.	466 192	49	3 62	0 47	9 151	228 164
25	6 104	0 90	18 192	448 0	50	3 52	0 45	9 96	224 0

Demi-secondes employées à remplir l'étalon.	Pouces & Lignes d'eau.	Muids & Pintes de Paris par minute.	Muids & Pintes de Paris par heure.	Muids & Pintes de Paris par 24 heures.	Demi-secondes employées à remplir l'étalon.	Pouces & Lignes d'eau.	Muids & Pintes de Paris par minute.	Muids & Pintes de Paris par heure.	Muids & Pintes de Paris par 24 heures.
51	3 42	0 44	9 43	219 175	81	2 11	0 28	5 219	138 78
52	3 33	0 43	8 280	215 128	82	2 7	0 28	5 199	136 166
53	3 24	0 42	8 232	211 92	83	2 3	0 27	5 179	134 271
54	3 16	0 41	8 185	207 118	84	2 0	0 27	5 160	133 96
55	3 8	0 40	8 140	203 183	85	1 141	0 27	5 141	131 220
56	3 0	0 39	8 96	200 0	86	1 137	0 26	5 123	130 134
57	2 136	0 38	8 54	196 141	87	1 134	0 26	5 105	128 212
58	2 129	0 38	8 13	193 29	88	1 131	0 26	5 87	127 78
59	2 122	0 37	7 262	189 239	89	1 128	0 25	5 70	125 243
60	2 115	0 37	7 224	186 192	90	1 125	0 25	5 53	124 128
61	2 109	0 36	7 187	183 174	91	1 122	0 25	5 37	123 22
62	2 102	0 36	7 152	180 186	92	1 119	0 25	5 21	121 213
63	2 96	0 35	7 117	177 221	93	1 116	0 24	5 5	120 124
64	2 90	0 35	7 84	175 0	94	1 113	0 24	4 278	119 43
65	2 84	0 34	7 52	173 244	95	1 110	0 23	4 263	117 52
66	2 78	0 34	7 20	169 200	100	1 98	0 22	4 192	112 0
67	2 73	0 33	6 278	167 47	105	1 87	0 21	4 128	106 192
68	2 68	0 33	6 249	164 198	110	1 76	0 20	4 70	101 236
69	2 63	0 32	6 220	162 92	115	1 67	0 20	4 17	97 113
70	2 58	0 32	6 192	160 0	120	1 58	0 19	3 256	93 96
71	2 53	0 31	6 165	157 215	125	1 50	0 18	3 211	89 173
72	2 48	0 31	6 139	155 160	130	1 42	0 17	3 170	86 266
73	2 43	0 30	6 113	153 122	135	1 35	0 16	3 132	88 277
74	2 39	0 30	6 88	150 245	140	1 29	0 16	3 96	80 0
75	2 34	0 30	6 64	149 96	145	1 23	0 15	3 63	77 70
76	2 30	0 29	6 40	147 102	150	1 17	0 15	3 32	74 192
77	2 26	0 29	6 18	145 131	155	1 12	0 15	3 3	72 74
78	2 22	0 28	5 283	143 24	160	1 7	0 14	2 264	70 0
79	2 18	0 28	5 261	141 222	165	1 3	0 14	2 238	67 253
80	2 14	0 28	5 240	140 0	168	1 0	0 13 $\frac{1}{3}$	2 224	66 192

Minutes employées à remplir l'étalon.	Pouces & Lignes d'eau.	Muids & Pintes de Paris par minute.	Muids & Pintes de Paris par heure.	Muids & Pintes de Paris par 24 heures.
1	1 58	0 19	3 256	93 96
2	0 101	0 9	1 272	46 192
3	0 67	0 6	1 85	31 32
4	0 50	0 5	0 280	23 96
5	0 40	0 4	0 224	18 192
6	0 31	0 3	0 187	15 160
7	0 29	0 3	0 160	13 96
8	0 26	0 2	0 140	11 192
9	0 22	0 2	0 124	10 107
10	0 20	0 2	0 112	9 96
11	0 18	0 2	0 102	8 112
12	0 17	0 1	0 93	7 224
13	0 16	0 1	0 86	7 52
14	0 15	0 1	0 80	6 192
15	0 14	0 1	0 75	6 64
16	0 13	0 1	0 70	5 240
17	0 12	0 1	0 66	5 141
18	0 11	0 1	0 63	5 54
19	0 10	0 1	0 59	4 257
20	0 9	0 1	0 56	4 192
25	0 8	0 1	0 45	3 211
30	0 7	0 1	0 37	3 32
35	0 6	0 0	0 32	2 192
40	0 5	0 0	0 28	2 96
45	0 5	0 0	0 25	2 21
50	0 4	0 0	0 22	1 250
55	0 4	0 0	0 20	1 201
60	0 3	0 0	0 19	1 160

Heures employées à remplir l'étalon.	Pouces & Lignes d'eau.	Muids & Pintes de Paris par minute.	Muids & Pintes de Paris par heure.	Muids & Pintes de Paris par 24 heures.
1	0 3	0 0	0 19	1 160
2	0 2	0 0	0 9	0 224
3	0 1	0 0	0 6	0 150
4	0 1	0 0	0 5	0 112
5	0 $\frac{3}{5}$	0 0	0 4	0 90
6	0 $\frac{1}{2}$	0 0	0 3	0 75
7	0 $\frac{3}{7}$	0 0	0 3	0 64
8	0 $\frac{3}{8}$	0 0	0 2	0 56
9	0 $\frac{1}{3}$	0 0	0 2	0 50
10	0 $\frac{3}{10}$	0 0	0 2	0 45
11	0 $\frac{3}{11}$	0 0	0 2	0 41
12	0 $\frac{1}{4}$	0 0	0 2	0 37

SECONDE TABLE

Pour connoître combien une Source donne d'Eau, ou de combien elle est de pouces, en observant la quantité de son écoulement, au moyen d'un Pendule à ½ secondes, & d'un vaisseau ou Etalon de 13 pintes ⅓, mesure de Paris.

Demi-secondes employées à remplir l'étalon.	Pouces & Lignes d'eau.		Demi-secondes employées à remplir l'étalon.	Pouces & Lignes d'eau.		Demi-secondes employées à remplir l'étalon.	Pouces & Lignes d'eau.		Demi-secondes employées à remplir l'étalon.	Pouces & Lignes d'eau.	
1	120	0	26	4	88	51	2	51	92	1	44
2	60	0	27	4	64	52	2	44	94	1	40
3	40	0	28	4	41	53	2	38	96	1	36
4	30	0	29	4	20	54	2	32	98	1	32
5	24	0	30	4	0	55	2	26	100	1	29
6	20	0	31	3	135	56	2	20	105	1	21
7	17	20	32	3	108	57	2	15	110	1	13
8	15	0	33	3	92	58	2	10	115	1	6
9	13	48	34	3	76	59	2	5	120	1	0
10	12	0	35	3	62	60	2	0	130	0	133
11	10	131	36	3	48	62	1	139	140	0	123
12	10	0	37	3	35	64	1	126	150	0	115
13	9	33	38	3	23	66	1	118	160	0	108
14	8	82	39	3	11	68	1	110	180	0	94
15	8	0	40	3	0	70	1	103	200	0	86
16	7	72	41	2	137	72	1	96	230	0	75
17	7	8	42	2	123	74	1	90	260	0	66
18	6	96	43	2	114	76	1	83	300	0	52
19	6	45	44	2	105	78	1	78	350	0	49
20	6	0	45	2	96	80	1	72	400	0	43
21	5	103	46	2	88	82	1	68	500	0	35
22	5	65	47	2	80	84	1	62	600	0	21
23	5	31	48	2	72	86	1	57	700	0	25
24	5	0	49	2	65	88	1	52	800	0	22
25	4	115	50	2	58	90	1	48	900	0	19

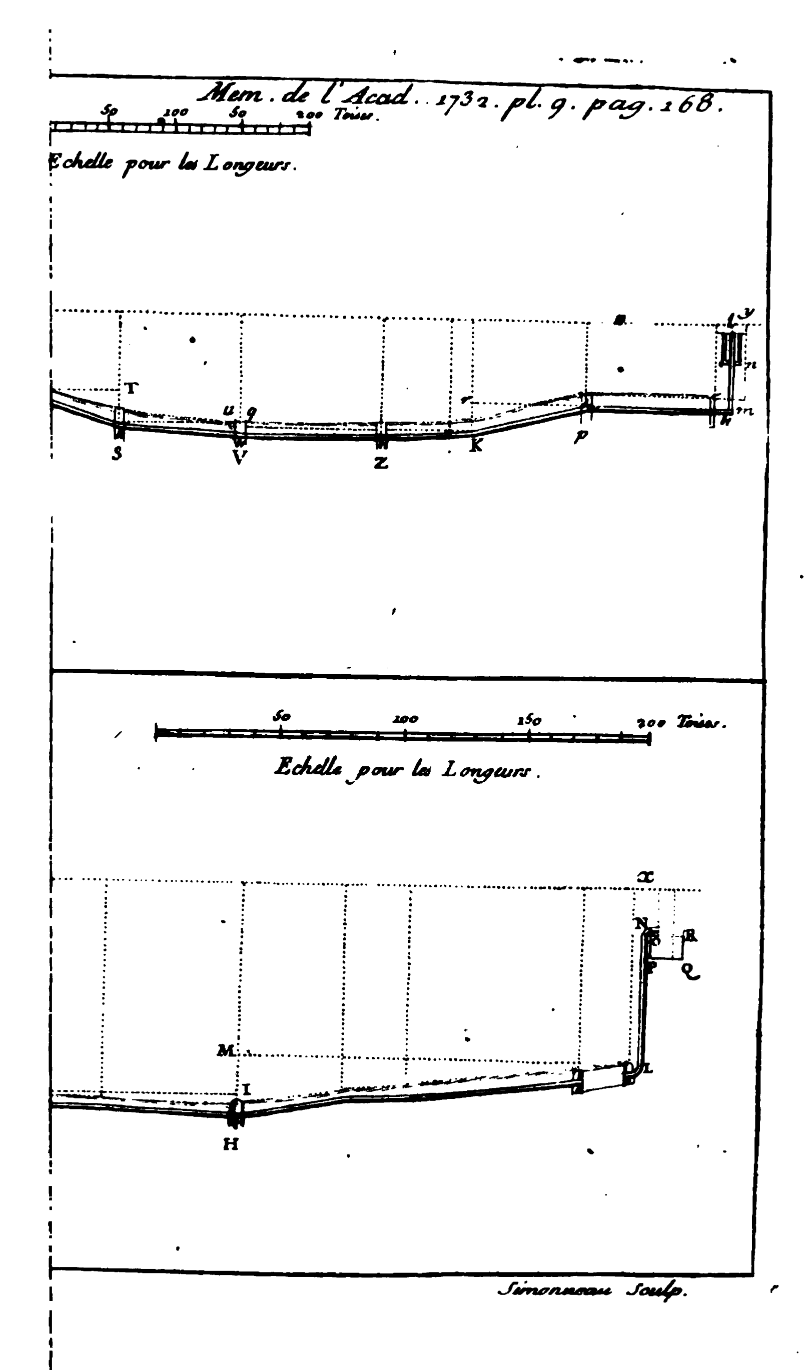
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 Toises

Echelle pour les Longeurs.

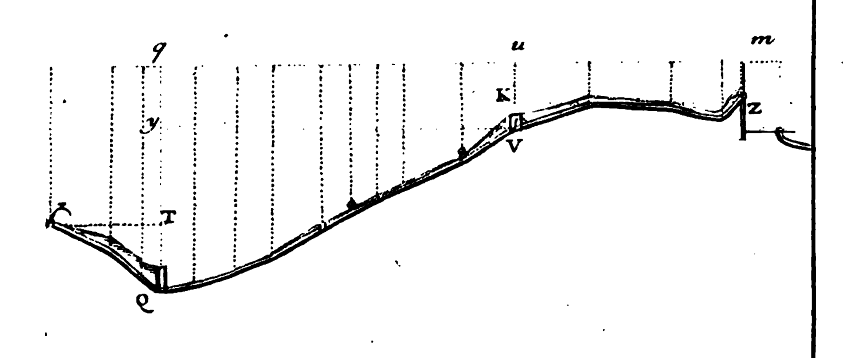
H M R V N R P O Q

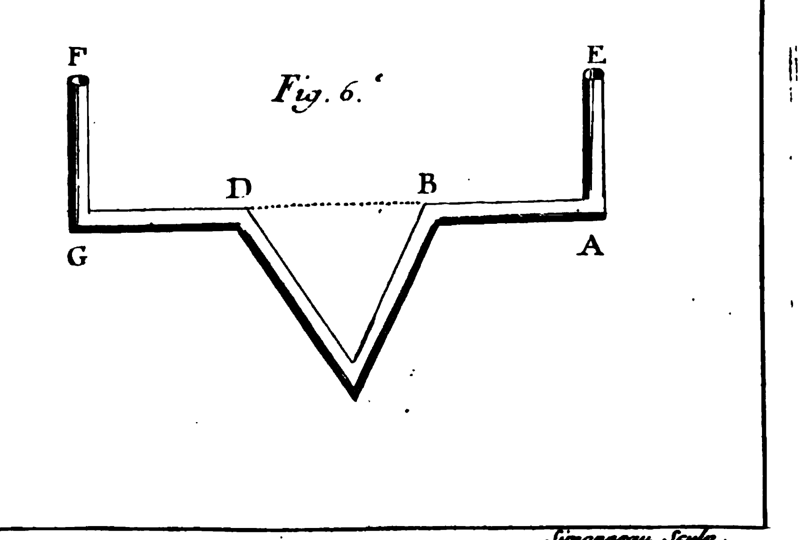
V R y o N

Simonneau Sculp.



Simonneau Sculp.





Simonneau Sculp.

SECOND MÉMOIRE SUR LA TEINTURE DES PIERRES.

Par M. DU FAY.

JE donnai à l'Académie en 1728 la maniére de faire pénétrer dans le Marbre, & dans la plûpart des Agathes, plusieurs especes de couleurs, mais il y en avoit quelques-unes qui me manquoient pour le Marbre, & d'autres qui s'employoient avec assés de difficulté, sur-tout lorsqu'on vouloit faire des traits délicats, ou des parties blanches réservées dans des taches colorées. Je remédierai à ces inconvénients dans ce Mémoire, & je donnerai la maniére de faire une belle couleur bleuë que je ne faisois jusqu'à présent qu'avec l'essence de thim circulée sur l'esprit volatil de sel ammoniac, ce qui rendoit cette couleur fort chere, & il s'en falloit beaucoup qu'elle ne fût aussi belle que celle que je donne aujourd'hui. 23 Avril 1732.

Il m'avoit aussi été impossible de faire prendre aucune couleur sur la Cornaline, & je vais donner le moyen d'y former les desseins les plus délicats, soit en blanc, & conservant le fond rouge, soit en rouge sur un fond blanc; c'est ce qui fait le second objet de ce Mémoire.

Nous avons dit qu'on se servoit du sang de dragon pour teindre le Marbre en rouge, mais lorsqu'on le veut employer sur de grands morceaux, comme une table, une cheminée, &c. on trouve quelque difficulté à le tenir dissous dans l'esprit de vin, il s'amasse en grumeaux, le pinceau s'empâte, & il devient fort difficile à employer. Pour y remédier, il faut pulvériser le sang de dragon, & le mettre dans un mortier d'agathe ou de verre; on y versera un peu d'esprit de vin, le broyant de temps en temps avec le pilon, & remettant

de l'eſprit de vin à meſure qu'il s'évapore ; de cette maniére il s'employe très-facilement avec le pinceau, & on peut faire les traits auſſi déliés qu'on le peut deſirer. Cette façon eſt très-bonne pour faire un rouge foncé, tel qu'il ſe rencontre ſouvent dans le marbre ; mais ſi l'on vouloit un rouge beaucoup plus beau, il faudroit mettre dans une cuilliere d'argent un peu de ſang de dragon pulvériſé, verſer de l'eſprit de vin deſſus, & poſer la cuilliere ſur des charbons allumés ; on prendra enſuite avec le pinceau la partie la plus pure de cette diſſolution qui s'éleve contre les parois de la cuilliere, & on l'appliquera ſur le marbre ; on remettra de nouvel eſprit de vin à meſure qu'il s'évapore, & on continuëra juſqu'à ce que le ſang de dragon ne fourniſſe plus de teinture, c'eſt une preuve qu'il ne reſte plus que la partie terreſtre qui ne ſert qu'à rendre la couleur plus obſcure.

La gomme gutte s'employe de même avec l'eſprit de vin pour le jaune, mais avec plus de facilité, & lorſque l'une & l'autre de ces couleurs ſont appliquées ſur le marbre froid, on porte la piéce dans un four de boulanger, après que le pain en eſt ôté, & on l'y laiſſe juſqu'à ce que les couleurs ſoient pénétrées, ce qui ſe connoît par quelque petit morceau de marbre ſur lequel on aura mis les mêmes couleurs, & qu'on retirera de temps en temps pour voir en quel état elles ſont.

On peut faire avec le ſang de dragon un rouge brun, ou une couleur fort approchante du marbre rance, en y mêlant un peu de poix noire, on variera ces deux nuances autant qu'on le voudra, en changeant la proportion de ces deux matiéres ; la poix ſeule diſſoute dans l'eſprit de vin donnera un jaune-brun, ou une couleur de tabac foncée.

Si l'on veut maintenant réſerver des traits ou des veines blanches dans ces ſortes de couleurs, voici la maniére de le faire avec beaucoup de facilité ; on prendra du blanc d'Eſpagne, ou quelque autre matiére terreuſe que l'on délayera dans de l'eau avec un peu de gomme, & on en mettra avec le pinceau dans tous les endroits que l'on veut conſerver

blancs, cet enduit empêchera la couleur de toucher au marbre, quoiqu'on paſſe le pinceau par deſſus, & les parties couvertes de la ſorte demeureront blanches. On peut encore faire la même choſe, en collant ſur le marbre du papier découpé ſur les parties que l'on veut réſerver.

On trouvera dans mon premier Mémoire les couleurs qui ſe doivent employer lorſque le marbre vient d'être tiré du four, & qu'il eſt encore chaud. Voici maintenant celles qu'il ne faut appliquer que lorſqu'il eſt entiérement refroidi.

Quoique le ſang de dragon ne ſe diſſolve qu'imparfaitement dans l'eſprit de vin, & que la plus grande partie reſte au fond du vaiſſeau en eſpece de pâte, il ne laiſſe pas de lui donner une couleur rouge aſſés foncée, cette teinture employée à froid ſur le marbre fait un couleur de chair vif & aſſés beau; ſi le marbre étoit encore un peu chaud, la couleur en ſeroit plus foncée, enſorte qu'avec le ſang de dragon l'on peut avoir toutes les nuances de rouge depuis la plus foncée, en y mêlant, comme nous l'avons dit, un peu de poix, juſqu'à la plus claire, en appliquant ſa diſſolution ſur le marbre abſolument froid. Plus on voudra que le rouge ait de vivacité, plus il faudra avoir d'attention à choiſir le plus beau ſang de dragon; celui de tous qui fait le rouge le plus éclatant eſt celui qui eſt en larmes, mais il eſt difficile d'en trouver, & on ſe peut ſervir en ſa place de celui des Canaries, qui eſt beaucoup plus beau que celui que l'on appelle des Iſles de S.t Laurent, & qui eſt enveloppé dans des feuilles de roſeau.

Cette couleur employée de la ſorte, ne pénétre pas ſi avant que lorſque le marbre eſt chaud, mais il n'y a rien de moins important, car pourvû que l'on puiſſe poncer le marbre, & le polir parfaitement ſans enlever la couleur, il eſt indifférent qu'elle s'étende plus profondément dans le marbre, d'autant plus qu'il eſt impoſſible de former des veines déliées avec une couleur qui pénétre beaucoup, parce qu'elle s'étend également, & abbreuve le marbre en tous ſens; c'eſt ce qui arrive à la couleur bleuë que j'ai cherchée long-temps, & que

je n'aurois peut-être jamais trouvée, ſi je n'en avois vû entre les mains du S.r Dropſy, Marbrier, qui avoit fait venir de cette compoſition d'Angleterre, où cette pratique eſt connuë de quelques perſonnes. J'ignore ſi celle d'Angleterre eſt la même que quelqu'une de celles que je vais décrire, mais que cela ſoit ou non, elles y reſſemblent fort, & donnent les mêmes couleurs ſur le marbre. Voici de quelle maniére ſe fait celle que j'ai trouvée la premiére.

Je prends ſix parties d'urine & une de chaux éteinte à l'air; je fais bouillir le tout dans un matras pendant une heure, & je laiſſe enſuite refroidir la liqueur, & précipiter la chaux, je verſe par inclination cette leſſive dans un autre vaiſſeau pour la conſerver; je mets dans un matras un peu de cette leſſive avec du tourneſol en poudre à volonté, on voit aſſés que la couleur ſera plus ou moins foncée ſuivant la quantité de tourneſol; je mets le tout en digeſtion pendant quelques heures, & ſi je veux que la couleur tire un peu plus ſur le pourpre, je la fais bouillir, enſorte que je puis varier les nuances de cette couleur en mettant plus ou moins de tourneſol, & en le faiſant bouillir ou digérer plus ou moins long-temps avec le diſſolvant.

Je l'ai fait encore d'une autre maniére, en faiſant diſſoudre le tourneſol dans de l'eſprit volatil d'urine; la nuance change de même ſuivant la quantité de tourneſol & le temps qu'on le laiſſe en digeſtion.

Quelque temps après avoir fait ces expériences, j'ai fait la même couleur encore plus belle, & avec plus de facilité, avec l'orſeille des Canaries, qui eſt une matiére d'un grand uſage dans la teinture; on ne fait ſimplement que la délayer dans l'eau & la mettre ſur le marbre; on rend la couleur plus ou moins foncée, en la laiſſant plus ou moins de temps ſur le marbre, & y en remettant à meſure qu'elle ſe ſéche, la couleur devient très-belle en moins de vingt-quatre heures, & pénétre très-avant. J'ai fait la même choſe en diſſolvant l'orſeille dans une leſſive de chaux & d'urine, mais il vaut mieux ne faire que la délayer dans l'eau commune, comme nous

venons de le dire, parce que cela altere moins la qualité du marbre.

Si l'on se sert de l'orseille d'herbe ou des Canaries préparée à l'ordinaire, c'est-à-dire, avec la chaux & l'urine, ou quelques autres ingrédients semblables, la couleur sera plûtôt violette que bleuë; mais pour avoir un vrai bleu, il faut qu'elle soit préparée avec du jus de citron, & il n'y a point à craindre que cet acide endommage le marbre, parce qu'il est entiérement émoussé & absorbé, lorsqu'il a été travaillé avec l'orseille assés long-temps pour la faire venir en couleur.

Pour employer cette couleur, il faut que le marbre soit entiérement froid; on la met avec le pinceau, mais comme nous venons de remarquer qu'elle s'étend beaucoup, on ne la peut employer qu'à faire de grandes veines qui ne sont pas bien exactement terminées, à moins qu'elles ne touchent immédiatement des parties colorées avec le sang de dragon ou la gomme gutte, auquel cas elle s'arrête. On la contient aussi avec la cire, soit colorée, ainsi que je l'ai dit dans mon premier Mémoire, si l'on veut les veines colorées, soit blanche, si l'on veut que les veines demeurent blanches, ce qui se peut executer avec assés de précision.

Si cette couleur a l'inconvénient de s'étendre plus qu'on ne veut, elle a deux avantages très-considérables; le premier est qu'elle est d'une grande beauté, & même au dessus de tout ce qui se peut rencontrer naturellement dans le marbre; l'autre est qu'on peut la passer sur les veines de rouge, de brun & de jaune sans qu'elle les endommage, & qu'ainsi elle est extrêmement facile à employer. Il me semble qu'on pourroit soupçonner cette couleur de n'être pas des plus solides, parce que le tournesol & l'orseille changent fort vîte, & pâlissent à l'air; cependant j'ai vû des morceaux de marbre teints de la sorte depuis plus de deux ans sans qu'ils ayent souffert aucune altération sensible, au lieu que le safran, le roucou, & quelques autres matiéres dont j'ai parlé dans mon premier Mémoire, perdoient en peu de jours une grande partie de leur couleur; d'où l'on peut conclure que si cette

teinture n'eſt pas auſſi ſolide que le rouge & le jaune, elle ne laiſſera pas de conſerver fort long-temps ſa beauté & ſon éclat.

Je dois néantmoins faire encore une obſervation, c'eſt que cette couleur qui pénétre extraordinairement le marbre, & quelquefois de plus d'un pouce, le rend un peu plus tendre & plus friable qu'il n'étoit auparavant, lorſqu'on ſe ſert de la leſſive de chaux & d'urine. Cet inconvénient ne mérite aucune attention, lorſqu'on ne veut faire que des taches ou quelques veines bleuës; mais ſi l'on vouloit teindre toute une table de cette couleur, & la rendre extrêmement foncée, en y remettant pluſieurs couches, il ſeroit à craindre qu'on ne la rendît par-là plus facile à rompre en la chargeant, car il m'a ſemblé que le marbre que j'avois extrêmement pénétré de cette teinture, ſe caſſoit plus facilement qu'auparavant : mais il n'en peut jamais rien arriver de mal dans des piéces ſolides comme des cheminées, ou lorſqu'on ne voudra pas les teindre entiérement de cette couleur, ou lorſqu'on n'employera que l'orſeille ſimplement diſſoute avec l'eau commune.

J'ai remarqué auſſi qu'après avoir retiré du four des piéces de marbre un peu grandes, & fort minces, elles ſe courboient, ou ſe voiloient un tant ſoit peu, ſi l'on les laiſſoit refroidir poſées contre une muraille, comme on a coûtume de les placer, à moins qu'on n'eût l'attention de les mettre abſolument de champ, c'eſt-à-dire, de leur donner très-peu de pied; cela n'eſt point arrivé à des tables ordinaires, de quelque grandeur qu'elles fuſſent, mais il eſt toûjours bon d'avertir que cela peut quelquefois arriver lorſque les piéces ſont très-minces, & que par conſéquent il y faut faire attention.

Je ne crois pas qu'il reſte rien à déſirer ſur cette matiére, ſi ce n'eſt le noir parfait auquel je ne vois pas d'apparence qu'on puiſſe jamais parvenir, par les raiſons que j'ai dites en 1728. A l'égard de toutes les autres couleurs, nous les avons maintenant, & ſi je ne ſuis pas entré dans le détail des nuances qui réſultent de ces couleurs principales ou matrices, c'eſt que l'uſage l'apprendra en très-peu de temps à

ceux qui voudront se donner la peine d'y travailler. D'ailleurs l'effet n'est pas toûjours précisément le même, il peut varier suivant la dureté du marbre, la grosseur ou la finesse de son grain, les veines qui s'y peuvent rencontrer, enfin diverses autres circonstances qu'il est impossible d'examiner séparément, & qui jetteroient dans un détail très-inutile, puisqu'il importe fort peu de donner exactement une nuance plûtôt qu'une autre qui en seroit fort approchante, à moins qu'on n'entreprît de faire des fleurs, des animaux, ou d'autres ornements, ce qui seroit bien plus difficile encore par le dessein que par les couleurs, à cause que la plûpart s'étendent beaucoup, & se terminent trop confusément pour pouvoir en former un dessein dont la délicatesse puisse être comparée aux ouvrages de marbres de rapport; ainsi cela ne pourroit leur ressembler qu'imparfaitement ; au lieu qu'en ne faisant que des veines, ou des taches semées au hazard, on imitera aussi exactement que l'on le voudra les marbres les plus précieux & les plus rares. Ceci n'étant qu'une suite de mon premier Mémoire, je dois y renvoyer pour plusieurs circonstances que j'obmets actuellement, & qui y sont amplement détaillées. Voici maintenant ce que j'ai promis à l'égard des Cornalines; je l'avois cherché fort inutilement, lorsque je travaillois sur la teinture des Pierres fines, & le hazard me l'a fait trouver au moment que j'y pensois le moins.

Il m'est tombé plusieurs fois entre les mains des Cornalines sur lesquelles il y avoit un mot ou quelques lettres d'une écriture blanche, & qui ressembloit à de l'Email ; j'en ai même vû une faite depuis très-peu de temps par le S.r Barrier, l'un des plus habiles ouvriers que nous ayons pour la gravure des Pierres, sur laquelle étoit un petit chariot avec trois figures, le tout blanc sur un fond rouge. Cela me parut être la même sorte d'ouvrage, & j'imaginai que cela pouvoit être fait de la même façon que l'on émaille les Grenats Syriens; ce qui se pratique très-communément, sur-tout en Allemagne. La maniére dont on les travaille est fort simple; on les grave, on remplit d'émail pulvérisé la gravure, & ayant fait fondre

à l'ordinaire l'émail ſous une mouſle, on repolit la pierre, ce qui ne lui laiſſe aucun relief, & l'émail paroît ne plus faire qu'un même corps avec la pierre. Je crûs qu'on pouvoit peut-être s'y être pris de la même maniére pour ces ſortes de Cornalines, & je réſolus de l'eſſayer. Je pris une Cornaline gravée, j'emplis d'émail blanc pulvériſé le creux de la gravure, & ayant poſé la pierre ſur une longue lame de fer, je la mis ſous une mouſle bien échauffée, & j'eus l'attention de ne l'approcher du lieu de la plus grande chaleur que peu à peu, afin que s'échauffant inſenſiblement, elle fût moins en riſque de ſe caſſer; je la laiſſai trois ou quatre minutes en cet état, & voyant que la plaque de fer commençoit à rougir, je la retirai vers l'entrée de la mouſle pour voir ſi la Cornaline avoit pû ſoûtenir ce degré de chaleur ſans ſe caſſer, ou perdre ſa couleur, je n'y trouvai point de changement ſenſible; je la replaçai donc, & l'y ayant laiſſée un peu plus long-temps, j'entendis quelque petillement qui me fit juger que la pierre ne pouvoit pas ſoûtenir un plus grand degré de chaleur, je la retirai, & la laiſſai refroidir à l'entrée du fourneau pour ne la pas expoſer ſubitement à l'air froid, je trouvai que mon émail n'étoit point du tout fondu, & l'ayant jetté pour voir quel changement il étoit arrivé à la pierre, je trouvai le fond de la gravure blanc, quoique le champ de la pierre fût demeuré rouge, je crûs que c'étoient les parties les plus fixes de la poudre d'émail qui y étoient demeurées attachées, j'en fis une empreinte avec la cire molle pour enlever cette poudre, mais c'étoit la pierre même qui étoit blanchie dans les endroits où l'émail avoit touché.

Je fus extrêmement ſurpris de voir que cet émail, ſans être fondu, eût pû communiquer ſa couleur à la pierre. J'eſſayai de faire la même choſe ſur une Cornaline qui n'étoit point gravée; je poſai deſſus, de l'émail en poudre ſuivant un deſſein groſſier, & je la mis ſous la mouſle de même que la premiére; je la retirai au bout de quelques minutes, avant qu'elle fût parvenuë à ce degré de chaleur qui avoit occaſionné quelques fêlures dans la premiére, & je trouvai que la partie qui avoit

été

été couverte d'émail étoit devenuë blanche, le reste étant demeuré rouge. Je vis bien que ce ne pouvoit pas être un effet de la couleur de l'émail, la chaleur ayant été trop peu considérable pour qu'il s'en fût rien détaché qui eût pû pénétrer la pierre. Je jugeai donc que l'émail n'avoit fait en cette occasion que ce qu'auroit fait toute autre matiére terreuse que l'on eût appliquée sur la pierre, & qu'il avoit seulement occasionné plus de chaleur dans les endroits qui en avoient été couverts, que le reste de la pierre n'en avoit éprouvé par l'air échauffé de l'intérieur de la moufle.

Je travaillai en conséquence de ce raisonnement, & ayant délayé du blanc d'Espagne avec un peu d'eau gommée, j'en formai des desseins sur une Cornaline, je la plaçai sous la moufle à l'ordinaire, & l'ayant retirée au bout de quelques minutes, je trouvai que tous les endroits qui avoient été couverts étoient blancs, & qu'ainsi je ne m'étois pas trompé dans ma conjecture. J'essayai diverses autres matiéres terreuses qui me réussirent également bien. Je ne songeai plus alors qu'à en trouver quelqu'une qui s'employât avec plus de facilité que les autres, & avec laquelle on pût faire des traits aussi délicats qu'on le pouvoit desirer. Le colcothar ou vitriol calciné fut ce qui me réussit le mieux, il s'employe avec la derniére facilité, & on peut former les traits aussi délicats qu'on le juge à propos; il ne faut pas pour cet effet prendre le colchotar ordinaire, parce qu'il est calciné inégalement, & qu'il se forme quelquefois des grumeaux, mais il faut calciner de la couperose verte dans un grand creuset large, & remuer sans cesse avec une verge de fer, ou spatule, afin qu'il prenne par-tout une couleur rouge uniforme, & il faut cesser la calcination avant qu'il noircisse. Pour l'avoir encore plus net & plus fin, on le délayera avec de l'eau, & l'ayant un peu agité, on le versera par inclination, ensorte qu'il ne passera avec l'eau que les parties les plus déliées; on laissera ensuite reposer cette eau, & la versant de nouveau par inclination, ou la filtrant, on trouvera au fond le vitriol calciné en

poudre impalpable, on le fera sécher, & pour s'en servir on le délayera dans une coquille avec un peu d'eau gommée.

Lorsque je m'étois servi de matiéres plus difficiles à employer, le trait étoit souvent plus épais en des endroits qu'en d'autres, parce que la matiére ne coulant pas facilement, il étoit presque impossible de la rendre par tout de même hauteur; je remarquai que ces endroits où il s'étoit trouvé plus de matiére, étoient, après avoir été retirés de dessous la moufle, d'un blanc plus mat que les autres; cela me fit venir l'idée d'un travail plus recherché, dans lequel je reconnus qu'un habile ouvrier pourroit réussir parfaitement. Je dessinai avec le colcothar une tête sur une Cornaline, & je couvris tout le dedans ou l'intérieur du trait d'une couche de cette même matiére, la plus égale que je pûs, je la laissai sécher, & je traçai ensuite l'œil, la narine, la bouche, & les plis d'un voile dont elle étoit coëffée, avec la même matiére, ensorte que ces parties en étoient plus chargées que le reste, je trouvai même ce travail beaucoup plus facile que je ne l'aurois crû. Je la laissai sécher, & la plaçai sous la moufle; l'événement fut tel que je l'avois prévû, les parties qui avoient été plus chargées de matiére, se trouverent d'un blanc plus mat que le reste, ensorte qu'il ne faut qu'une main habile pour faire un ouvrage de cette nature aussi parfait qu'on le peut desirer.

J'ai fait la contre-partie de ce même travail, qui m'a également bien réussi, c'est-à-dire, que j'ai couvert de colcothar tout le champ de la Cornaline, & qu'avec la pointe d'une aiguille je l'ai enlevé, suivant un dessein qui est demeuré rouge, tandis que le champ est devenu blanc à l'ordinaire. Les ouvrages faits de cette maniére, peuvent être encore beaucoup plus délicats que les autres; car quelque fin que soit le trait que l'on peut faire avec le pinceau, ceux que l'on fait avec la pointe d'une aiguille le sont encore plus, & quelque déliés qu'ils soient, ils se distinguent parfaitement, & demeurent rouges sur un fond blanc. Il est vrai qu'on ne peut pas

varier les nuances de ce rouge comme nous venons de voir qu'on le peut faire, lorſque le champ demeure rouge, & que les deſſeins ſont blancs; mais il peut bien ſe faire que l'on porte dans la ſuite cet ouvrage à un plus haut degré de perfection, par pluſieurs découvertes que l'uſage ne ſçauroit manquer de faire naître; ainſi je me contenterai d'avoir indiqué la voye qu'il faut ſuivre pour y parvenir. Il nous reſte maintenant à parler du choix des pierres qui peuvent être employées à cette ſorte de travail.

Toutes les Cornalines n'y ſont pas également propres; celles qui ont des veines inégalement foncées ne ſçauroient réuſſir, parce que les veines les plus colorées blanchiſſent plus promptement que les autres, & par conſéquent rendent le deſſein défectueux. Les pierres d'un rouge pâle ne font pas bien encore, parce qu'elles perdent une partie de leur couleur, étant chauffées; ainſi il n'y a que les Cornalines d'un rouge foncé & égal qui ſoient propres à ce travail; ce ſont celles que l'on nomme communément *Cornalines de vieille roche,* elles ſoûtiennent la chaleur ſans ſe caſſer, & blanchiſſent fort également dans les endroits qui ſont couverts de l'enduit terreux. J'ai cependant vû quelquefois des Cornalines communes réuſſir aſſés bien, mais ce n'a été qu'après en avoir eſſayé un grand nombre, dont la plûpart ſe caſſent, & les autres blanchiſſent inégalement, au lieu que celles de vieille roche ne ſont ſujettes à aucun de ces inconvénients.

On jugera aiſément que je ne m'en ſuis pas tenu à la ſeule Cornaline pour faire ces ſortes d'épreuves, je l'ai eſſayé ſur l'Agathe blanche ou Calcedoine, ſur la Sardoine, ſur l'Agathe noire, ſans aucun ſuccès. La Calcedoine blanchit à une très-petite chaleur, mais également par-tout, tant ce qui eſt couvert de l'enduit, que ce qui ne l'eſt point, il n'y a que les veines qui s'y rencontrent, qui, quoiqu'imperceptibles dans l'état naturel, y cauſent quelque inégalité de couleur. L'Agathe noire ſouffre la plus vive chaleur ſans changer de couleur.

La Cornaline blanche, qui eſt une pierre fort dure,

tranſparente & laiteuſe, devient aſſés promptement d'un blanc opaque, elle ſoûtient long-temps la chaleur ſans ſe caſſer. J'ai voulu eſſayer quel effet feroit dans ces circonſtances la diſſolution d'argent, & j'en ai formé des traits ſur la pierre; ils ſont devenus jaunes par la calcination. La même liqueur a fait des taches brunes ſur la Cornaline, enſorte qu'on s'en pourroit ſervir pour marquer des ombres dans l'ouvrage dont nous avons parlé; mais cela ſeroit d'une execution difficile, parce que cette couleur s'étend un peu, & qu'on n'en peut pas former des traits à beaucoup près auſſi déliés que ceux que l'on peut faire avec le colchotar.

Les autres Agathes, Jaſpes ou pierres dures que j'ai eſſayées, n'ont pris aucune couleur, ou l'ont priſe également par-tout; enſorte que celles dont je viens de parler, ſont les ſeules dont on ſe puiſſe ſervir pour cette ſorte de travail.

Je n'ai pas crû qu'il fût néceſſaire de pouſſer plus loin cette découverte; premiérement, parce que cet objet n'eſt qu'une ſimple curioſité, qui n'aura plus aucun mérite dès qu'elle ſera connuë. Secondement, il auroit fallu un grand nombre d'expériences pour porter ce travail à ſa perfection, & le premier ouvrier qui voudra s'en donner la peine, y parviendra peut-être avec plus de facilité que moi. Enfin j'en ai dit aſſés pour détromper, ou du moins pour jetter dans le ſoupçon ceux qui n'ayant aucune connoiſſance de cette pratique, pourroient prendre pour naturels des accidents qu'il eſt très-facile de former ſur la plûpart des pierres dures, comme on le voit, tant dans mon premier Mémoire que dans celui-ci.

A l'égard de la teinture des Marbres, l'objet en eſt plus important; il ſe trouve ſouvent des taches blanches difformes dans les Marbres les plus précieux, on peut colorer ces taches dans le goût du reſte du Marbre, & remédier par-là à un inconvénient très-ordinaire, & très-deſagréable.

On peut auſſi avec le Marbre blanc imiter dans la derniére perfection les Marbres les plus rares. On m'objectera que le Marbre blanc lui-même n'eſt pas commun, & qu'ainſi ces

ſortes de marbres ſeront toûjours chers; mais ſi le marbre d'un blanc parfait, ſans veines & ſans taches eſt rare, il n'en eſt pas de même de celui qui eſt d'un blanc ſale, taché de jaune, ou qui a quelque autre défaut, il ne s'en rencontre que trop ſouvent, & on ne ſçait à quel uſage employer cette ſorte de marbre: nous avons maintenant le moyen de nous ſervir de ces marbres défectueux, qui ſont encore plus propres à être colorés que ceux qui ſeroient d'un blanc parfait; parce que les veines ou les taches qui s'y rencontrent naturellement font de nouveaux accidents qui peuvent déterminer la façon de placer les couleurs, & qui cauſent dans les nuances une variété qui ne peut être qu'agréable, & contribuer à une imitation plus parfaite du marbre coloré naturellement.



DESCRIPTION ET USAGE D'UN METROMETRE, OU MACHINE

Pour battre les Mesures & les Temps de toutes sortes d'Airs.

Par M. D'ONZEMBRAY.

23 Avril 1732.

QUOIQUE la Musique soit fort ancienne, & que chaque Air ait toûjours renfermé en soi une quantité de mesures, & que chaque mesure ait été subdivisée en une quantité de parties égales, il seroit impossible de déterminer aujourd'hui le goût des Anciens d'avec celui des Modernes, faute de pouvoir être certain du temps qu'ils employoient pour chaque mesure. Il est cependant hors de doute que chaque compositeur a toûjours eu grande attention à faire executer sa musique plus ou moins vivement, suivant le goût qu'il a eu; mais il n'a pû le transmettre à la postérité, n'ayant pas imaginé une machine avec laquelle on pût constater la juste durée des Mesures & des Temps des Airs de Musique. C'est ce qu'on peut faire aisément par les vibrations du Pendule; car comme on peut augmenter ou diminuer la durée de chaque vibration en allongeant ou raccourcissant le Pendule; on peut connoître quelle longueur il faut lui donner, pour que chaque vibration batte juste la mesure d'un air proposé, ou que chaque vibration batte les temps de ce même air. Alors tous les Musiciens connoîtront la durée des Mesures & des Temps des Airs, elles ne seront plus altérées, & se conserveront à l'avenir. Ce moyen de diviser le temps en parties égales par un Pendule mis en mouvement, a été découvert par Galilée, & on a trouvé depuis qu'un Pendule de 3 pieds 8 lignes $\frac{1}{2}$, faisant 3600 vibrations en une heure,

battoit la ſeconde, & on s'en ſert utilement pour les Pendules.

Le S.r Loulier, qui étoit de la Muſique de Mademoiſelle de Guiſe, & qui a imaginé la maniére de régler le papier de Muſique avec des Pattes, a crû pouvoir profiter de cette découverte pour conſtater la durée de la meſure de toutes ſortes d'Airs. Il eſt à préſumer que s'il eût vêcu plus long-temps, il auroit tâché de corriger les défauts de la Machine que j'ai eüë à ſon inventaire.

Perſuadé de l'utilité qu'on en peut retirer, j'ai cherché non ſeulement à la perfectionner, mais auſſi à en rendre l'uſage plus étendu, & par conſéquent plus utile; c'eſt ce que je me propoſe de faire dans ce Mémoire. Nous le diviſerons en trois Parties.

Dans la premiére, nous donnerons la deſcription du Métrometre & de ſes uſages pour donner très-aiſément telle longueur que l'on voudra au Pendule, afin que ſes vibrations ſoient de la valeur des meſures ou des temps de ces mêmes meſures, telle qu'on voudra la déterminer.

Dans la ſeconde Partie, nous donnerons les regles pour trouver les juſtes longueurs qu'il faut donner au Pendule, afin que les vibrations ſoient de telle durée qu'on voudra, & nous y joindrons une Table de toutes les longueurs du Pendule, en pieds, pouces, lignes & points, pour les différentes durées des vibrations de demi-tierce en demi-tierce juſqu'à 180 demi-tierces, ou une ſeconde & demie.

Enfin dans la 3.me Partie, nous donnerons les durées en demi-tierces des meſures, & même des temps des Airs caractériſés de M. Lulli, & d'autres fameux Muſiciens, qui guideront les Compoſiteurs modernes, & ils connoîtront les avantages de notre Métrometre par l'application que nous en ferons.

PREMIÉRE PARTIE.

Deſcription du Métrometre.

Comme il eſt juſte de rendre aux premiers Inventeurs toute la juſtice qui leur eſt dûë, nous commencerons par la deſcription de la Machine du S.r Loulier.

AB eſt un montant vertical de près de 6 pieds $\frac{1}{2}$ de longueur, percé de 72 trous de pouce en pouce en 5 pieds de longueur.

F eſt une traverſe de fer attachée au montant *AB*, laquelle eſt percée de deux trous *D*, *E*, par où paſſe la corde *C*, à un bout de laquelle eſt une boule *G*, & à l'autre bout eſt une cheville *H* que l'on met dans un des trous du montant. Il eſt aiſé de voir qu'en changeant la cheville *H* de trou, on allonge ou on raccourcit le Pendule, ce qui retarde ou accélere ſes vibrations.

L'on ne peut ſe ſervir de cette Machine pour la Muſique, par les défauts qui s'y trouvent.

1.° Les trous étant percés à diſtances égales, la durée des vibrations ne donne pas une valeur connuë en partie de ſeconde ou en tierces.

2.° Quand même on auroit remédié au défaut ci-deſſus, on ne peut que bien difficilement juger à la vûë du commencement & de la fin de chaque vibration, qu'il eſt important d'avoir avec préciſion.

3.° Le Muſicien ne pourroit jouer que par cœur ſa Muſique, puiſqu'il eſt obligé d'avoir les yeux continuellement ſur la Machine.

Le Métrometre dont je vais donner la deſcription, remédie à tous ces inconvénients, puiſque les vibrations ont la durée préciſe d'autant de tierces & de demi-tierces que l'on ſouhaite.

Que l'oreille eſt avertie du commencement & de la fin de chaque vibration.

Et que le Muſicien a la vûë libre pour regarder ſa Muſique, ſans être préoccupé du mouvement d'un poids au bout d'une corde.

Deſcription de notre Métrometre.

Les deux montants verticaux *A*, *B*, & *C*, *D*, ont chacun environ 5 pieds de hauteur; ils ſont ſoûtenus par quatre vis pour les mettre aiſément perpendiculaires à l'horiſon.

Sur

Sur ces deux montants eſt une Pendule *E*, dont les battements du rocher ſe font entendre diſtinctement, ainſi on connoît par l'oreille le commencement & la fin de chaque vibration.

La lentille *P* du Pendule eſt attachée à un ruban *P, H*, large de 5 à 6 lignes, lequel lui ſert de verge ; ce ruban s'enveloppe autour de la bobine *H*, dont l'axe porte une autre bobine *G* de pareil diametre, ſur laquelle s'enveloppe un pareil ruban *G, I*, mais en ſens contraire du premier ; enſorte que quand on dévelope ou qu'on tire le ruban *GI*, le ruban *P, H*, s'enveloppe, ce qui diminuë la longueur du Pendule ; ſi au contraire on vient à lâcher le bout *I*, le ruban *I, G*, s'enveloppant, fait développer le ruban *P, H*, ce qui allonge le Pendule ; ainſi on peut par ce moyen allonger ou raccourcir le Pendule à volonté, promptement & ſans qu'il s'arrête ; & pour cet effet le bout *I* du ruban tient à un index *L* qui ſe fixe aiſément le long du montant *C, D*, par le moyen de deux pointes pouſſées par un double reſſort dans les trous qui ſont le long de ce montant, & qui ſont faits pour allonger ou raccourcir le Pendule par demi-tierces ; l'on a fait des trous pour marquer 76 demi-tierces, ſçavoir depuis 30 juſqu'à 68 tierces. Je crois qu'il eſt néceſſaire de décrire la maniére dont nous nous y ſommes pris pour marquer l'endroit de chaque trou ſur le montant *C, D*, ce qui ſervira de réponſe aux objections qu'on ne manqueroit pas de nous faire.

Pour donner au Pendule *H, P*, les longueurs différentes pour toutes les durées des vibrations de demi-tierces en demi-tierces, nous nous ſommes ſervis d'un compas à verge, auquel nous avons donné ſucceſſivement toutes les longueurs marquées dans la Table ſuivante ; ces longueurs doivent être priſes depuis le centre du mouvement du Pendule, ou du point d'interſection, juſqu'à ſon centre d'oſcillation ; or à cauſe de la petite verge de cuivre *M* qui conduit le ruban au bout duquel eſt la lentille, le centre d'oſcillation n'eſt pas préciſément le même que le milieu ou le centre de gravité de la lentille,

& il n'eſt preſque pas poſſible de le déterminer autrement que par expérience.

Pour donc trouver le centre d'oſcillation, & le marquer ſur la lentille, nous avons comparé les vibrations de notre Pendule *P, H*, aux vibrations d'une Pendule à ſecondes bien réglée, en allongeant ou raccourciſſant le Pendule *P, H*, juſqu'à ce qu'enfin ſes vibrations ont été d'une ſeconde juſte, ou parfaitement d'accord avec celles de la Pendule à ſecondes, après quoi nous avons pris avec le compas à verge une longueur de 3 pieds 8 lignes $\frac{1}{2}$, qui eſt celle du Pendule à ſecondes, & une des pointes du compas ayant été miſe au centre du mouvement de vibration, l'autre pointe a marqué ſur la lentille le centre d'oſcillation du Pendule.

Ce centre s'eſt trouvé de 3 lignes au deſſus du centre de gravité de la lentille.

Mais il y a plus; les mêmes cauſes qui rendent le centre d'oſcillation différent de celui de gravité de la lentille, doivent rendre ce même centre d'oſcillation variable ſuivant qu'on allonge ou qu'on raccourcit le Pendule.

Pour connoître cette variété, nous avons raccourci le Pendule pour lui faire battre la demi-ſeconde, en comparant ſes vibrations à la même Pendule; & après des expériences réitérées pendant pluſieurs jours, quand nous avons été aſſûrés que les vibrations étoient d'une demi-ſeconde juſte, nous avons pris avec le compas à verge une longueur de 9 pouces 2 lign. 1 point $\frac{1}{2}$, qui eſt celle du Pendule à demi-ſecondes, & cette longueur nous a donné ſur la lentille le centre d'oſcillation de la demi-ſeconde à 2 lignes 11 points $\frac{1}{2}$ au deſſous du centre d'oſcillation du Pendule à ſecondes; ainſi on peut prendre ſans erreur ſenſible la différence entre ces deux centres de 3 lignes. Donc à meſure qu'on raccourcit le Pendule, on fait deſcendre ſur la lentille le centre d'oſcillation; & au contraire, à meſure qu'on allonge le Pendule, on fait monter ce même centre.

Cette différence de 3 lignes entre la ſeconde & la demi-

seconde répondant à 30 tierces, donne 1 point $\frac{1}{5}$ pour chaque tierce ; & comme nous nous sommes fixés à prendre toutes les longueurs du Pendule de tierce en tierce depuis le centre de mouvement de vibration jusqu'au centre d'oscillation de la seconde, nous avons retranché des longueurs données par la Table suivante, 1 point $\frac{1}{5}$ pour chaque tierce depuis 60 jusqu'à 30 ; par exemple, pour la vibration de 50 tierces nous avons retranché dix fois 1 point $\frac{1}{5}$, ce qui fait une ligne. Il est aisé de voir qu'il a fallu faire le contraire pour les vibrations au dessus de 60 tierces, c'est-à-dire, que pour la vibration de 68 tierces il a fallu ajoûter huit fois 1 point $\frac{1}{5}$, ou 9 points $\frac{3}{5}$.

Il est bon d'observer encore qu'ayant pris, comme nous avons fait, toutes les longueurs différentes du Pendule de demi-tierce en demi-tierce sur le Pendule même avec un compas à verge, & les pointes de l'index ayant marqué en même temps l'endroit des divisions ou des trous sur le montant *A*, *B*, nous avons évité par ce moyen les irrégularités que les développements des rubans sur les deux bobines auroient pû causer ; car il est certain que les rubans s'enveloppant ou se développant sur des cylindres dont les diametres augmentent ou diminuent à mesure qu'on allonge ou qu'on raccourcit le Pendule, les intervalles entre les divisions ou les trous du montant, ne sont pas semblables aux distances entre les différentes longueurs du Pendule.

SECONDE PARTIE.

Des longueurs qu'on doit donner au Pendule pour que les Vibrations soient d'un nombre de tierces donné.

Tout le monde sçait qu'une heure se divise en 60 minutes, 1 minute en 60 secondes, & 1 seconde en 60 tierces ou 120 demi-tierces ; cela nous donnera une division suffisamment petite pour ce que nous proposons.

On sçait aussi que la longueur que doit avoir un Pendule,

pour que chaque vibration ſoit d'une ſeconde ou de 60 tierces, doit être de 3 pieds 8 lignes & demi.

Pour connoître les différentes longueurs qu'on doit donner au Pendule, pour que la durée de ſes vibrations ſoit d'un nombre de tierces donné, il faut ſe ſouvenir d'un principe reçû de tous les Mathématiciens, qui eſt, que deux Pendules étant de différente longueur, le nombre des vibrations de ces deux Pendules dans un temps donné eſt en raiſon réciproque des racines quarrées de leur longueur, ou que les durées des vibrations de ces deux Pendules ſont entre elles comme les racines quarrées des longueurs des Pendules.

De ce principe il eſt aiſé de déduire la régle ſuivante pour calculer la longueur d'un Pendule, afin que la durée de chaque vibration ſoit d'un nombre de tierces donné.

Multipliés la longueur du Pendule ordinaire de 3 pieds 8 lignes $\frac{1}{2}$ ou de 5286 points par le quarré du nombre des tierces donné, & diviſés le produit par 3600, qui eſt le quarré de 60 tierces ou d'une ſeconde, le quotient ſera la longueur du Pendule qu'on cherche.

EXEMPLE.

Si on veut avoir la longueur d'un Pendule, dont chaque vibration ſoit de 50 tierces, il faut multiplier les 5286 points de la longueur du Pendule à ſecondes par 2500, quarré de 50‴; le produit 13215000 étant diviſé par 3600, donne 3670 points $\frac{5}{6}$, leſquels étant réduits en lignes, pouces & pieds, donnent 2 pieds 1 pouce 5 lign. 10 points $\frac{5}{6}$.

AUTRE EXEMPLE.

Pour avoir un Pendule dont chaque vibration ſoit de 100‴, multipliés 5286 par 10000, quarré de 100; diviſés le produit 52860000 par 3600, le quotient 14683 réduit en pieds, pouces, lignes & points, vous donnera 8 pieds 5 pouces 11 lignes 7 points $\frac{1}{3}$ pour la longueur du Pendule qu'on cherche, & dont la durée de chaque vibration ſera de 100‴.

C'eſt par cette regle que nous avons dreſſé la Table qui eſt à la fin de ce Mémoire, qui eſt même plus étenduë qu'il ne faut pour les longueurs du Pendule, dont on peut avoir beſoin pour la Muſique.

La démonſtration de cette regle eſt très-aiſée à déduire du principe; car les durées des vibrations étant en même raiſon que les racines quarrées des longueurs des Pendules, il s'enſuit que les longueurs des Pendules ſont comme les quarrés des temps ou les quarrés du nombre des tierces de chaque vibration : or lorſque le temps d'une vibration eſt d'une ſeconde ou de 60''', la longueur du Pendule eſt de 3 pieds 8 lignes $\frac{1}{2}$, ou de 5286 points. Donc la durée en tierces d'une vibration étant donnée, on trouvera la longueur du Pendule par la regle de proportion ſuivante, en diſant

Comme le quarré d'une ſeconde ou de 60''', qui eſt de 3600, eſt à la longueur du Pendule à ſecondes de 3 pieds 8 lignes $\frac{1}{2}$, ou de 5286 points, ainſi le quarré du nombre des tierces de la vibration donnée ſera à la longueur du Pendule qu'on cherche; il faut donc multiplier, comme nous avons fait dans les Exemples précédents, le quarré du nombre des tierces de la vibration donnée par 5286, & diviſer le produit par 3600, le quotient ſera le nombre des points de la longueur du Pendule qu'on cherche, & qu'on réduira en pieds, pouces & lignes.

Nous avons mis dans la Table le nombre des vibrations par heure de chaque Pendule par rapport au nombre des tierces de leurs vibrations. Voici la méthode que nous avons ſuivie, & qui eſt fort ſimple.

Une heure contient 60', chaque minute contient 60'', donc une heure contient 3600'', une ſeconde contient 60''', donc en multipliant 3600 par 60, on aura 216000 pour le nombre des tierces d'une heure; ainſi ſi l'on pouvoit faire un Pendule dont les vibrations fuſſent d'une tierce ſeulement, ce Pendule feroit 216000 vibrations par heure; mais ſi la durée des vibrations eſt de deux tierces, il eſt viſible que le nombre de ces vibrations ne ſera que la moitié de 216000;

si la durée est de 3''', le nombre par heure ne sera que le tiers de 216000; ainsi nous pouvons dire que, pour avoir le nombre des vibrations par heure, la durée de chaque vibration étant donnée en tierces, il faut diviser 216000 par le nombre des tierces qui est employé pour chaque vibration.

EXEMPLE.

Trouver le nombre des vibrations dans une heure d'un Pendule dont les vibrations sont de 100'''.

Ayant divisé 216000 par 100, on aura au quotient 2160 pour le nombre des vibrations dans une heure; mais ceci seroit plûtôt utile à l'Horlogerie qu'à notre sujet.

TROISIEME PARTIE.

De la durée des Mesures & des Temps des Airs.

Il est très-important, comme nous avons dit, de constater & de fixer la durée des mesures & des temps des différents Airs de Musique; c'est un soin que les Musiciens, & sur-tout ceux qui composent des Airs, doivent se donner; car ils rendront par ce moyen la durée des mesures & des temps des Airs de leur composition invariable, & conserveront par-là leur beauté & leurs agréments.

Pour rendre l'usage de notre Métrometre plus commode, nous conseillons de ne pas diviser au de-là d'une seconde l'intervalle qu'on pourra faire parcourir au Pendule, soit en l'allongeant, soit en le raccourcissant, parce que si la durée d'une mesure étoit plus grande qu'une seconde, ou que 60''', on la partagera en 2, 3, ou 4 temps, dont chaque temps contient une certaine quantité de tierces ou demi-tierces, que l'on trouve en faisant couler l'index du Métrometre jusqu'au chiffre qui marque le nombre de tierces employées pour chaque vibration, & qui exprime chaque temps.

Nous mettons ci-après un nombre d'Airs des plus caractérisés réduits, qui serviront d'exemples.

Cette Machine est si simple, que ceux qui ne voudront pas

en avoir une exprès, pourront se servir de toute Pendule à contrepoids, sans craindre de la gâter, puisque pour en former un Métrometre, il suffit d'avoir attaché au haut de sa Pendule l'axe qui porte les deux bobines, sur lesquelles restent roulés en sens contraire les deux rubans, dont l'un servira avec une lentille au bout à la place de la verge du Pendule qu'on décrochera, pendant que le bout de l'autre ruban où il y aura une cheville, sera arrêté à volonté sur le côté de la boîte de la Pendule dans un des trous, dont les distances auront été divisées par la méthode expliquée dans ce Mémoire.

Outre tous les usages & les utilités de notre Métrometre, dont nous avons parlé, nous observerons encore que rien ne peut être plus propre pour former l'oreille des jeunes personnes qui apprennent la Musique & à chanter, puisqu'ils s'accoûtumeront aisément à battre la mesure avec précision, & suivant le goût du Maître ou du Compositeur.

Nous avons fait quatre colomnes à côté des Airs que nous indiquons dans la page suivante.

La premiére colomne marque les mesures telles que les compositeurs les ont données au public.

La seconde marque la mesure telle que nous la considérons.

La troisiéme marque le nombre de tierces que la durée de chaque mesure contient.

Et la quatriéme colomne marque la quantité de tierces qu'il faut pour chaque temps de la mesure, supposé qu'on veuille les faire battre au Métrometre, ou que la mesure durant plus de 68‴, on soit obligé d'y avoir recours; ce qui se fera promptement, en faisant couler l'index *L*, comme nous venons de dire, sur le chiffre qui exprime le nombre de tierces dont chaque temps est composé.

Durée des Mesures & des Temps de plusieurs Airs caractérisés.

NOMS DES AUTEURS.		Temps tels qu'ils sont marqués dans les Livres.	Temps tels que nous les considerons.	Durées des Mesures.	Durées des Temps & des chiffres où il faut fixer l'index.
M. Lulli.	Bourée de Phaëton	..2..	..2..	64'''	32'''
	La Mariée des Fêtes de Bacchus & de l'Amour	..2..	..2..	68	34
	Le Printemps de Phaëton	..2..	..2..	68	
	Gavotte de Roland	..2..	..2..	74	37
	Les Démons de Psiché	..2..	..2..	90	45
	1.er Air des Songes funestes d'Atis.	..2..	..2..	126	63
	2.d Air des Songes funestes d'Atis.	$\frac{3}{2}$	..2..	64	32
	Les Démons du 4.me acte de Proserpine	$\frac{6}{4}$	..2..	60	30
	Passacaille de Persée	..3..	..3..	114	38
	Les Démons d'Alceste à 4 temps.	..2..	..2..	96	48
	Les Divinités de la terre de Persée.	$\frac{6}{4}$	..2..	73	36 $\frac{1}{2}$
	La Chaconne des Arlequins des Fêtes de Bacchus & de l'Amour.	..3..	..3..	68	
M. Colasse.	Gigue d'Amadis	$\frac{6}{4}$	..2..	64	32
	Loure de Thetis & Pelée	$\frac{6}{4}$	..2..	64	32
	L'ouverture de Thetis & Pelée. Le Commencement	..2..	..2..	112	56
	Et la Reprise	$\frac{6}{4}$	..2..	90	45
M. Campra.	Passepied de l'Europe galante	$\frac{3}{8}$	..3..	36	
	Rigaudon de l'Europe galante	..2..	..2..	62	31
	Menuet de l'Europe galante	..2..	..3..	51	
M. desTouches.	Sarabande d'Issé	$\frac{3}{2}$	..3..	147	49
	Bourée d'Omphale	..2..	..2..	60	30
	Menuet de Marthesie	..3..	..3..	51	
M. Mato.	Courante	..3..	..3..	132	44

* Nous devons avertir, en finissant, que ceux qui voudront constater les Airs de leur composition, doivent le marquer au commencement de chaque Air de la maniére suivante; ce qui est dans le goût de ce que nous a donné le S.r Laffilard.

30'''	$\overset{\frown}{30'''}$	$\overset{\frown}{\underset{\smile}{30'''}}$	(30''')
est une Vibration par mesure de 30'''.	deux Vibrations par mesure.	trois Vibrations par mesure.	quatre Vibrations par mesure.

TABLE

TABLE DES LONGUEURS DU PENDULE

pour les durées des Vibrations de demi-tierce en demi-tierce, & du nombre des Vibrations.

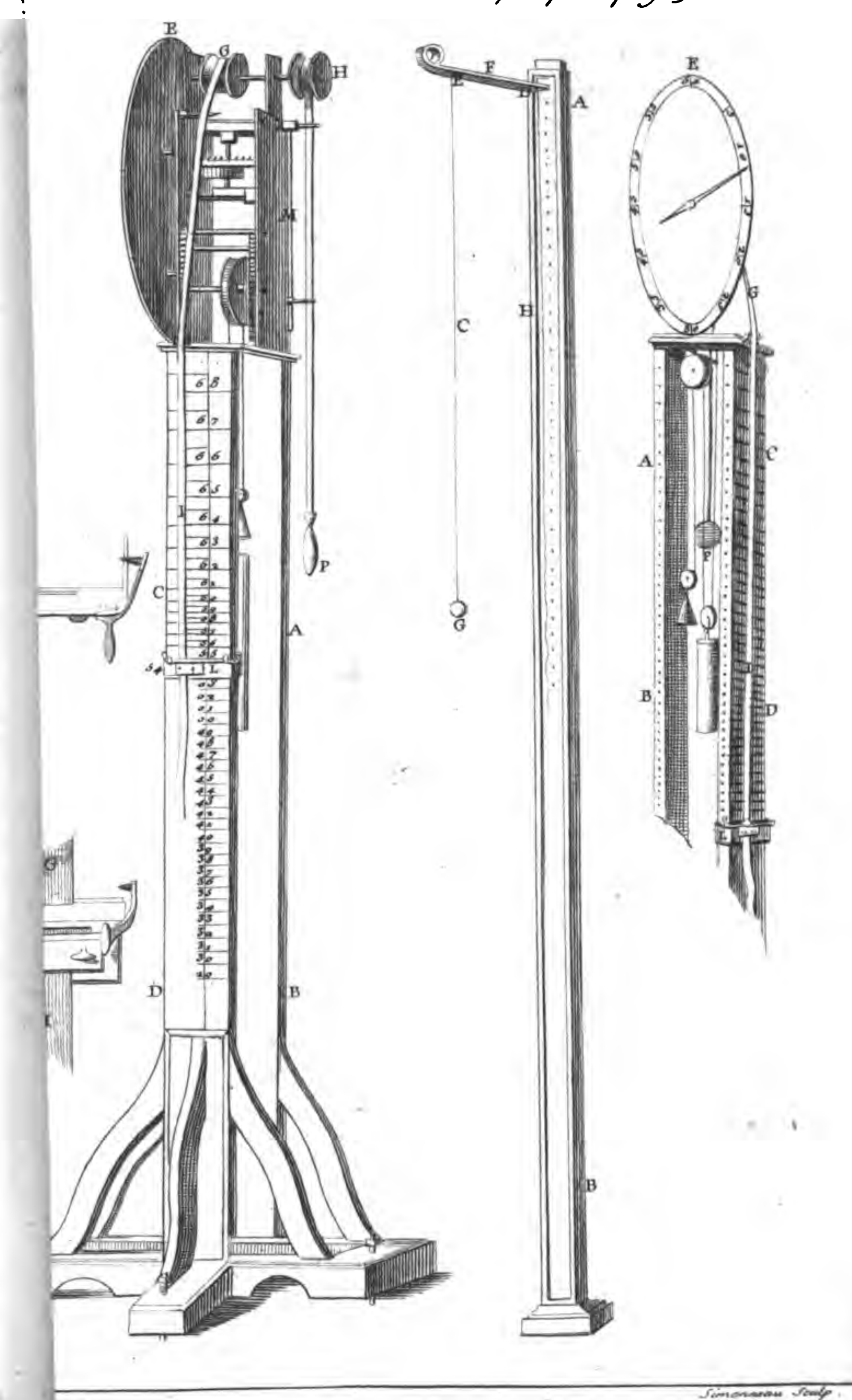
Nombre des demi-tierces.	Nombre des Vibrations par heure.	Longueurs du Pendule.					Nombre des demi-tierces.	Nombre des Vibrations par heure.	Longueurs du Pendule.				
		Pieds.	Pouces.	Lignes.	Points.	Fract.			Pieds.	Pouces.	Lignes.	Points.	Fract.
$\frac{1}{2}$	432000	...	...	...	...	$\frac{22}{30}$	$15\frac{1}{2}$	$13935\frac{15}{31}$	...	2	5	4	
1	216000	...	...	...	1	$\frac{7}{15}$	16	13500	...	2	7	3	$\frac{10}{11}$
$1\frac{1}{2}$	144000	...	...	...	3	$\frac{2}{3}$	$16\frac{1}{2}$	$13090\frac{10}{11}$	...	2	9	3	$\frac{3}{4}$
2	108000	...	...	...	5	$\frac{8}{9}$	17	$12705\frac{5}{6}$	...	2	11	4	$\frac{1}{3}$
$2\frac{1}{2}$	86400	...	...	...	9	$\frac{5}{9}$	$17\frac{1}{2}$	$12342\frac{30}{35}$	...	3	1	6	
3	72000	...	...	1	1	$\frac{1}{5}$	18	12000	...	3	3	7	$\frac{3}{4}$
$3\frac{1}{2}$	$61714\frac{2}{7}$	...	...	1	6	$\frac{7}{20}$	$18\frac{1}{2}$	$11675\frac{25}{37}$	...	3	5	10	
4	54000	...	...	1	11	$\frac{1}{2}$	19	$11368\frac{1}{3}$	...	3	8	2	$\frac{1}{18}$
$4\frac{1}{2}$	48000	...	...	2	6	$\frac{1}{10}$	$19\frac{1}{2}$	$11076\frac{12}{13}$	...	3	10	6	
5	43200	...	...	3	0	$\frac{25}{36}$	20	10800	...	4	0	11	$\frac{1}{3}$
$5\frac{1}{2}$	$39272\frac{8}{11}$	...	...	3	8	$\frac{25}{72}$	$20\frac{1}{2}$	$10536\frac{24}{41}$	...	4	3	5	
6	36000	...	...	4	4		21	$10285\frac{14}{15}$	...	4	5	11	$\frac{1}{2}$
$6\frac{1}{2}$	$33230\frac{10}{13}$	...	...	5	2		$21\frac{1}{2}$	$10046\frac{22}{43}$	...	4	8	6	
7	$30857\frac{8}{10}$	...	...	5	11	$\frac{17}{18}$	22	$9818\frac{1}{6}$	...	4	11	2	$\frac{2}{3}$
$7\frac{1}{2}$	28800	...	...	6	11		$22\frac{1}{2}$	9600	...	5	1	11	
8	27000	...	...	7	10		23	$9391\frac{1}{6}$	...	5	4	8	$\frac{3}{4}$
$8\frac{1}{2}$	$25411\frac{13}{17}$	...	...	8	10	$\frac{37}{80}$	$23\frac{1}{2}$	$9191\frac{23}{47}$	...	5	7	7	
9	24000	...	...	9	10	$\frac{37}{40}$	24	9000	...	5	10	5	$\frac{3}{4}$
$9\frac{1}{2}$	$22736\frac{16}{19}$	...	...	11	0	$\frac{11}{12}$	$24\frac{1}{2}$	$8816\frac{16}{49}$	...	6	1	6	$\frac{1}{3}$
10	21600	...	1	0	2	$\frac{5}{6}$	25	8640	...	6	4	6	$\frac{2}{3}$
$10\frac{1}{2}$	$20571\frac{3}{7}$	...	1	1	4	$\frac{1}{4}$	$25\frac{1}{2}$	$8470\frac{35}{51}$	...	6	7	6	$\frac{7}{9}$
11	$19636\frac{1}{3}$	...	1	2	5	$\frac{2}{3}$	26	$8307\frac{2}{3}$	...	6	10	8	$\frac{5}{9}$
$11\frac{1}{2}$	$18782\frac{14}{23}$	...	1	4	2	$\frac{3}{16}$	$26\frac{1}{2}$	$8150\frac{50}{53}$	...	7	1	11	
12	18000	...	1	5	7	$\frac{11}{25}$	27	8000	...	7	5	2	$\frac{2}{3}$
$12\frac{1}{2}$	17280	...	1	7	1	$\frac{41}{96}$	$27\frac{1}{2}$	$7854\frac{6}{11}$	...	7	8	6	$\frac{1}{3}$
13	$16615\frac{1}{3}$	...	1	8	5	$\frac{1}{3}$	28	$7714\frac{1}{5}$	...	7	11	11	$\frac{13}{75}$
$13\frac{1}{2}$	16000	...	1	10	3		$28\frac{1}{2}$	$7596\frac{28}{57}$	...	8	3	4	$\frac{2}{3}$
14	$15428\frac{2}{5}$	...	1	11	11	$\frac{7}{9}$	29	$7398\frac{1}{6}$	...	8	6	10	$\frac{5}{6}$
$14\frac{1}{2}$	$14896\frac{16}{29}$	...	2	1	8	$\frac{5}{7}$	$29\frac{1}{2}$	$7322\frac{2}{59}$	...	8	10	6	
15	14400	...	2	3	6	$\frac{3}{8}$	30	7200	...	9	2	1	$\frac{1}{2}$

Nombre des demi-tierces.	Nombre des Vibrations par heure.	Longueurs du Pendule. Pieds.	Pouces.	Lignes.	Points.	Fract.	Nombre des demi-tierces.	Nombre des Vibrations par heure.	Longueurs du Pendule. Pieds.	Pouces.	Lignes.	Points.	Fract.
$30\frac{1}{2}$	$7081\frac{59}{61}$	...	9	5	10		48	4500	1	11	5	11	$\frac{1}{23}$
31	$6967\frac{2}{3}$	...	9	9	7	$\frac{2}{3}$	$48\frac{1}{2}$	$4452\frac{56}{97}$	1	11	11	10	
$31\frac{1}{2}$	$6857\frac{1}{7}$	...	10	1	5		49	$4408\frac{9}{35}$	2	0	5	9	$\frac{2}{5}$
32	6750	...	10	5	3	$\frac{1}{2}$	$49\frac{1}{2}$	$4373\frac{73}{99}$	2	0	11	10	
$32\frac{1}{2}$	$6646\frac{2}{13}$	...	10	9	3		50	4320	2	1	5	10	$\frac{5}{6}$
33	$6545\frac{1}{2}$	...	11	1	3	$\frac{1}{20}$	$50\frac{1}{2}$	$4277\frac{23}{101}$	2	2	0	1	
$33\frac{1}{2}$	$6447\frac{51}{67}$	...	11	5	4		51	$4235\frac{3}{10}$	2	2	6	3	$\frac{1}{9}$
34	$6352\frac{11}{12}$	...	11	9	5	$\frac{7}{18}$	$51\frac{1}{2}$	$4194\frac{18}{103}$	2	3	0	6	
$34\frac{1}{2}$	$6260\frac{20}{23}$	1	0	1	8		52	$4153\frac{11}{13}$	2	3	6	10	$\frac{4}{11}$
35	$6171\frac{3}{7}$	1	0	5	10	$\frac{11}{12}$	$52\frac{1}{2}$	$4114\frac{2}{7}$	2	4	1	3	
$35\frac{1}{2}$	$6084\frac{36}{71}$	1	0	10	2		53	$4075\frac{1}{2}$	2	4	7	8	$\frac{1}{2}$
36	6000	1	1	2	6	$\frac{24}{25}$	$53\frac{1}{2}$	$4037\frac{41}{107}$	2	5	2	3	
$36\frac{1}{2}$	$5917\frac{59}{73}$	1	1	7	0	$\frac{1}{2}$	54	4000	2	5	8	9	$\frac{33}{50}$
37	$5837\frac{8}{10}$	1	1	11	6	$\frac{5}{36}$	$54\frac{1}{2}$	$3963\frac{33}{109}$	2	6	3	6	
$37\frac{1}{2}$	5760	1	2	4	1		55	$3927\frac{3}{11}$	2	6	10	1	$\frac{11}{12}$
38	$5684\frac{1}{6}$	1	2	8	8	$\frac{1}{5}$	$55\frac{1}{2}$	$3891\frac{109}{111}$	2	7	4	11	
$38\frac{1}{2}$	$5610\frac{30}{70}$	1	3	1	4		56	$3857\frac{1}{7}$	2	7	11	8	$\frac{7}{10}$
39	$5538\frac{4}{9}$	1	3	6	1	$\frac{7}{20}$	$56\frac{1}{2}$	$3823\frac{1}{113}$	2	8	6	7	$\frac{1}{2}$
$39\frac{1}{2}$	$5468\frac{29}{79}$	1	3	10	11		57	$3789\frac{1}{2}$	2	9	1	6	$\frac{3}{5}$
40	5400	1	4	3	9	$\frac{1}{3}$	$57\frac{1}{2}$	$3756\frac{12}{13}$	2	9	8	7	
$40\frac{1}{2}$	$5333\frac{1}{3}$	1	4	8	9		58	$3724\frac{4}{29}$	2	10	3	7	$\frac{4}{9}$
41	$5268\frac{3}{10}$	1	5	1	8	$\frac{4}{15}$	$58\frac{1}{2}$	$3692\frac{12}{39}$	2	10	10	9	
$41\frac{1}{2}$	$5204\frac{68}{83}$	1	5	6	9		59	$3661\frac{1}{59}$	2	11	5	11	$\frac{4}{9}$
42	$5142\frac{29}{30}$	1	5	11	10	$\frac{7}{50}$	$59\frac{1}{2}$	$3630\frac{30}{119}$	3	0	1	2	
$42\frac{1}{2}$	$5082\frac{2}{3}$	1	6	5	0	$\frac{1}{2}$	60	3600	3	0	8	6	
43	$5023\frac{3}{10}$	1	6	10	2	$\frac{17}{18}$	$60\frac{1}{2}$	$3570\frac{30}{121}$	3	1	3	11	
$43\frac{1}{2}$	$4965\frac{45}{87}$	1	7	3	6	$\frac{1}{2}$	61	$3540\frac{60}{61}$	3	1	11	3	$\frac{7}{11}$
44	$4909\frac{1}{12}$	1	7	8	10	$\frac{15}{22}$	$61\frac{1}{1}$	$3512\frac{8}{31}$	3	2	6	10	
$44\frac{1}{2}$	$4853\frac{83}{89}$	1	8	2	3	$\frac{1}{2}$	62	$3483\frac{27}{31}$	3	3	2	4	$\frac{1}{3}$
45	4800	1	8	7	9	$\frac{1}{3}$	$62\frac{1}{2}$	3456	3	3	10	0	
$45\frac{1}{2}$	$4747\frac{23}{91}$	1	9	1	4		63	$3428\frac{4}{7}$	3	4	5	7	$\frac{4}{5}$
46	$4695\frac{7}{12}$	1	9	6	11		$63\frac{1}{2}$	$3401\frac{73}{127}$	3	5	1	5	
$46\frac{1}{2}$	$4645\frac{5}{31}$	1	10	0	7		64	3375	3	5	9	2	$\frac{1}{2}$
47	$4595\frac{7}{10}$	1	10	6	3	$\frac{5}{6}$	$64\frac{1}{2}$	$3348\frac{36}{41}$	3	6	5	1	
$47\frac{1}{2}$	$4547\frac{7}{9}$	1	11	0	1		65	$3323\frac{1}{3}$	3	7	0	11	$\frac{1}{7}$

[No]mbre des [de]mi-[tie]rces.	Nombre des Vibrations par heure.	Longueurs du Pendule. Pieds.	Pouces.	Lignes.	Points.	Fract.
5 $\frac{1}{2}$	3297 $\frac{93}{131}$	3	7	9	0	
6	3272 $\frac{3}{4}$	3	8	5	0	$\frac{3}{50}$
6 $\frac{1}{2}$	3248 $\frac{16}{133}$	3	9	1	1	
7	3223 $\frac{62}{67}$	3	9	9	3	$\frac{1}{3}$
7 $\frac{1}{2}$	3200	3	10	5	6	$\frac{1}{11}$
8	3176 $\frac{8}{17}$	3	11	1	9	$\frac{1}{2}$
8 $\frac{1}{2}$	3153 $\frac{39}{137}$	3	11	10	2	
9	3130 $\frac{7}{18}$	4	0	6	6	$\frac{7}{10}$
9 $\frac{1}{2}$	3107 $\frac{132}{139}$	4	1	3	0	$\frac{1}{2}$
0	3082 $\frac{6}{7}$	4	1	11	6	$\frac{5}{6}$
0 $\frac{1}{2}$	3063 $\frac{117}{141}$	4	2	8	2	
1	3042 $\frac{18}{71}$	4	3	4	9	$\frac{5}{6}$
1 $\frac{1}{2}$	3020 $\frac{140}{143}$	4	4	1	6	
2	3000	4	4	10	3	$\frac{4}{5}$
2 $\frac{1}{2}$	2979 $\frac{9}{29}$	4	5	7	2	
3	2958 $\frac{66}{73}$	4	6	3	11	$\frac{23}{36}$
3 $\frac{1}{2}$	2938 $\frac{114}{147}$	4	7	1	0	
4	2918 $\frac{34}{37}$	4	7	10	0	$\frac{1}{6}$
4 $\frac{1}{2}$	2899 $\frac{49}{149}$	4	8	7	1	
5	2880	4	9	4	3	$\frac{3}{8}$
5 $\frac{1}{2}$	2860 $\frac{140}{151}$	4	10	1	6	
5	2842 $\frac{1}{12}$	4	10	10	10	$\frac{1}{19}$
5 $\frac{1}{2}$	2823 $\frac{27}{51}$	4	11	8	1	
7	2805 $\frac{4}{21}$	5	0	5	5	$\frac{3}{4}$
7 $\frac{1}{2}$	2787 $\frac{3}{31}$	5	1	2	11	

Nombre des demi-tierces.	Nombre des Vibrations par heure.	Longueurs du Pendule. Pieds.	Pouces.	Lignes.	Points.	Fract.
78	2769 $\frac{2}{9}$	5	2	0	5	$\frac{17}{100}$
78 $\frac{1}{2}$	2751 $\frac{93}{157}$	5	3	0	0	
79	2734 $\frac{54}{79}$	5	3	7	7	$\frac{5}{6}$
79 $\frac{1}{2}$	2716 $\frac{52}{53}$	5	4	5	4	
80	2700	5	5	3	1	$\frac{1}{3}$
80 $\frac{1}{2}$	2683 $\frac{37}{161}$	5	6	0	11	
81	2666 $\frac{2}{3}$	5	6	10	9	$\frac{3}{4}$
81 $\frac{1}{2}$	2650 $\frac{50}{163}$	5	7	8	9	
82	2634 $\frac{3}{20}$	5	8	6	9	$\frac{7}{100}$
82 $\frac{1}{2}$	2618 $\frac{2}{11}$	5	9	4	6	
83	2602 $\frac{34}{83}$	5	10	2	11	$\frac{1}{3}$
83 $\frac{1}{2}$	2586 $\frac{138}{167}$	5	11	1	1	
84	2571 $\frac{29}{60}$	5	11	11	11	$\frac{14}{25}$
84 $\frac{1}{2}$	2556 $\frac{36}{169}$	6	0	9	8	
85	2541 $\frac{1}{6}$	6	1	8	0	$\frac{5}{7}$
85 $\frac{1}{2}$	2526 $\frac{6}{19}$	6	2	6	6	
86	2511 $\frac{13}{20}$	6	3	4	11	$\frac{4}{5}$
86 $\frac{1}{2}$	2497 $\frac{19}{173}$	6	4	3	6	$\frac{3}{7}$
87	2482 $\frac{66}{87}$	6	5	1	11	
87 $\frac{1}{2}$	2468 $\frac{4}{7}$	6	6	0	10	
88	2454 $\frac{13}{24}$	6	6	11	6	$\frac{2}{3}$
88 $\frac{1}{2}$	2440 $\frac{120}{177}$	6	7	10	4	$\frac{1}{3}$
89	2426 $\frac{43}{45}$	6	8	9	2	$\frac{2}{3}$
89 $\frac{1}{2}$	2413 $\frac{73}{179}$	6	9	8	1	$\frac{5}{7}$
90	2400	6	10	7	1	$\frac{1}{2}$




E
G
H
M
I
C
P
A
L
D
B
F
C
G
H
A
B
E
A
F
C
B
D
G
L
Simonneau Sculp.

DE LA REVOLUTION DE VENUS AUTOUR DE SON AXE.

Par M. CASSINI.

POUR reconnoître si Venus tourne autour de son axe par un mouvement semblable à celui qui a été découvert dans les autres Planetes, mon Pere observa en Italie, vers le milieu du Siécle dernier, avec un très-grand soin, la Planete de Venus, par le moyen d'une excellente Lunette de Campani, comme il est rapporté dans les Journaux des Sçavans du 12 Décembre 1667. 15 Mars 1732.

Mais parce que les taches obscures qu'il avoit vûës le plus souvent dans Venus, lorsque l'air étoit tranquille & serein, étoient très-déliées, & que leur étenduë irréguliére, qui couvroit une grande partie du disque apparent de cette Planete, n'avoit pas les extrémités bien marquées, il eut de la peine à y rien appercevoir distinctement que l'on pût reconnoître dans d'autres observations, & d'où l'on pût juger si elle étoit en mouvement ou en repos.

Il y avoit trois choses qui augmentoient cette difficulté; l'une, que lorsque Venus est plus proche de la Terre, qui sembloit être le temps le plus propre pour l'observer, elle est si peu éloignée de l'horison, qu'elle se trouve enveloppée des vapeurs de la Terre, au travers desquelles elle paroît étincelante & tremblante, de maniere que ses parties ne se voyent que fort confusément. La seconde, que lorsqu'on la peut voir dégagée de ces vapeurs, ce n'est que pour si peu de temps qu'on n'a pas le loisir de remarquer ces mouvements qui ne sont sensibles qu'après un long intervalle. La troisiéme, que lorsqu'elle est moins éloignée de la Terre, la partie éclairée de son disque est trop petite pour en pouvoir remarquer le mouvement,

& particuliérement vers la circonférence, dont les parties d'ailleurs assés grandes, par une raison d'optique, ne paroissent presque pas, & le mouvement, d'ailleurs assés vîte, semble lent.

Tout cela lui ayant fait croire qu'il réussiroit mieux dans ses observations, lorsque Venus seroit médiocrement éloignée de la Terre, que lorsqu'elle en seroit plus proche, il observa attentivement lorsqu'elle étoit plus élevée sur l'horison, & plus pleine de lumiére, s'il ne pourroit point distinguer quelque partie qui fût plus remarquable entre les autres, ou par sa lumiére, ou par son obscurité, principalement vers le milieu du disque, & il apperçut enfin une partie plus claire que les autres, par laquelle on pouvoit juger du mouvement ou du repos de cette Planete.

La premiére fois qu'il l'apperçut, ce fut le 14 Octobre 1666, à $5^h\ 45'$ après midi; c'étoit une partie claire située proche de la section, & fort éloignée du centre de cette Planete vers le Septentrion; il remarqua en même temps vers l'Occident, deux taches obscures & un peu plus longues, comme il est représenté dans la 1re Figure. Il ne put pas cependant voir assés évidemment cette partie luisante assés de temps, pour en rien conclurre du repos & du mouvement de cette Planete; & il fut depuis long-temps, sans la pouvoir appercevoir. Car tout le reste de l'année il ne put pas trouver une soirée où le temps fût assés sérein pour observer avec succès, & quoiqu'en 1667 depuis le 24 Février, que l'air, après plusieurs jours de pluye & de mauvais temps, commença à être serein, il l'observât avec beaucoup de soin, toutes les fois qu'il faisoit beau, il n'y put distinguer que quelques taches obscures & mal terminées, jusqu'au 20 d'Avril, qu'un quart d'heure avant le lever du Soleil, il commença à revoir sur le disque de Venus, dont la moitié ou environ paroissoit pour lors éclairée, une partie luisante, située auprès de la section, & éloignée de la corne méridionale un peu plus de la quatriéme partie du diametre; & il remarqua près du bord oriental, une tache obscure & un peu longue qui étoit plus

proche de la corne ſeptentrionale, de même qu'elle eſt repréſentée dans la 2de Figure.

Comme le Soleil ſe levoit, il apperçut que cette partie luiſante n'étoit plus ſi proche de la corne méridionale, mais qu'elle en étoit éloignée de la troiſiéme partie du diametre, comme l'on voit dans la 3me Figure.

J'eûs pour lors, dit-il, beaucoup de ſatisfaction d'avoir trouvé une marque évidente de mouvement dans cette Planete; mais je fus en même temps fort étonné de ce que ce mouvement ſe faiſoit du Midi au Septentrion dans la partie inférieure du diſque, & du Septentrion au Midi dans la partie ſupérieure, d'où ſe prend mieux la détermination du mouvement. Car nous n'avons point d'exemple d'un mouvement ſemblable, ſi ce n'eſt dans le mouvement de libration de la Lune.

Le lendemain, au lever du Soleil, cette partie luiſante n'étoit pas bien loin de la ſection, & étoit diſtante de la corne méridionale, de la quatriéme partie du diametre. Lorſque le Soleil fut élevé de 4 degrés, elle étoit ſituée proche de la ſection, & éloignée de la corne méridionale, de deux cinquiémes de diametres. Le Soleil étant élevé de 6 degrés 10 minutes, il ſembloit qu'elle eût paſſé le centre, & que la ſection du diſque la coupoit; & le Soleil étant élevé de 7 degrés, elle paroiſſoit encore plus avancée vers le Septentrion, & la ſection la coupoit en deux, d'où il connut qu'il y avoit quelque inclinaiſon de mouvement vers le centre.

Le 9 Mai, vers le temps du lever du Soleil, il vit encore cette partie luiſante auprès du centre de cette Planete vers le Septentrion, avec deux taches obſcures ſituées entre la ſection & la circonférence, & également éloignées l'une de l'autre, & de chaque corne de part & d'autre : & le temps étant ſerein, il obſerva pendant une heure & demi-quart, ſon mouvement qui ſembloit pour lors ſe faire exactement du Midi au Septentrion, ſans aucune inclinaiſon ſenſible vers l'Orient, ni vers l'Occident. Cependant il apperçut dans le mouvement des taches obſcures, une variation ſi grande

qu'on ne la peut attribuer à aucune raiſon d'optique; ce qu'on peut auſſi remarquer dans les Figures 2 & 3.

Le 10 & le 13 Mai, avant le lever du Soleil, il vit encore la partie luiſante auprès du centre vers le Septentrion.

Enfin le 5 & le 6 Juin, avant le lever du Soleil, il la vit entre la corne ſeptentrionale & le centre de Venus, & il remarqua la même variation irréguliére des taches obſcures. Mais lorſque cette Planete commença un peu à s'éloigner de la Terre, on eut beaucoup plus de peine à obſerver ces Phénomenes.

Mon Pere ſe donna de garde de dire ſon ſentiment ſur ces Phénomenes auſſi hardiment qu'il l'avoit fait ſur les taches de Jupiter & de Mars. Car je pouvois, dit-il, obſerver attentivement ces taches l'eſpace d'une nuit entiére, pendant l'oppoſition de ces Planetes avec le Soleil; je pouvois conſidérer leur mouvement pendant quelques heures; enfin les voyant retourner réguliérement au même endroit, je pouvois juger ſi c'étoient les mêmes taches, ou non, & en combien de temps elles achevoient leur tour. Mais il n'en eſt pas de même de ces Phénomenes qui paroiſſent dans Venus. Car on les voit ſi peu de temps, qu'il eſt beaucoup plus difficile de connoître certainement quand ils retournent au même endroit. Je puis, ajoûte-t-il, néantmoins dire (ſuppoſé que cette partie luiſante de Venus que j'ai obſervée, & particuliérement cette année, ait été la même) qu'en moins d'un jour elle acheve ſon mouvement, ſoit de révolution, ſoit de libration, de maniére qu'en 23 jours à peu près, elle revient environ à la même heure, à la même ſituation dans la Planete de Venus, ce qui ne ſe fait pas néantmoins ſans quelque irrégularité. De dire maintenant, ſuppoſé que ce ſoit toûjours la même partie luiſante, ſi ce mouvement ſe fait par une révolution entiére, ou ſeulement par une libration, c'eſt ce que je n'oſerois encore aſſûrer, parce que je n'ai pas pû voir la continuité de ce mouvement dans une grande partie de l'arc, comme dans les autres Planetes, & par cette même raiſon, cela ſera toûjours très-difficile à déterminer.

Après

Après avoir rapporté ce discours, tel qu'il étoit inséré dans les Journaux des Sçavants, du 12 Décembre, avec quelques corrections écrites de la main de mon Pere, tirées d'un manuscrit, & qui n'y changent rien d'essentiel; j'ai crû devoir examiner quel doit être le mouvement de Venus autour de son axe, qui résulte de ces observations.

On considérera pour cet effet, que le 20 Avril, un quart d'heure avant le lever du Soleil, mon Pere apperçut sur le disque de Venus, une tache ou partie luisante, éloignée de la corne méridionale un peu plus de la quatriéme partie du diametre de cette Planete, comme elle est marquée dans la 2de Figure.

Le lendemain, au lever du Soleil, cette tache étoit distante de la corne méridionale, de la quatriéme partie du diametre de Venus, & elle en parut éloignée de deux cinquiémes, lorsque le Soleil fut à la hauteur de 4 degrés, où il se trouva 24 minutes après son lever. Cette tache, depuis le lever du Soleil du 21 Avril, qui a dû arriver ce jour-là à Bologne à 5 heures $\frac{1}{4}$ jusqu'à 5 heures 39 minutes, est donc parvenuë au même lieu du disque de Venus où elle étoit le jour précédent, un quart d'heure avant le lever du Soleil, c'est-à-dire, à 5 heures 2 minutes. Elle a donc employé un peu plus de 24 heures à achever une révolution entiére.

Par l'observation faite le 20 Avril au lever du Soleil, la tache étoit éloignée de la corne méridionale de Venus de la troisiéme partie du diametre de cette Planete. Le lendemain, au lever du Soleil, qui a dû avancer de deux minutes sur celui du jour précédent, elle en étoit éloignée de la quatriéme partie du diametre. Elle n'avoit donc pas achevé une révolution entiére dans l'espace de 23 heures 58 minutes, & il s'en manquoit un arc qui répond à un douziéme du diametre de Venus, d'où il suit qu'elle a employé plus de 24 heures à faire sa révolution.

Par l'observation du 21 Avril, faite lorsque le Soleil étoit élevé de 6° 10′ sur l'horison, la tache avoit passé le centre de Venus; c'étoit environ 36 minutes après le lever du Soleil

qui arriva à 5 heures $\frac{1}{4}$. Ainsi depuis le lever du jour précédent qui étoit à 5 heures 17 minutes, jusqu'à 5 heures 51 minutes du jour suivant, la tache avoit fait une révolution entiére, plus un arc qui répond à la sixieme partie du diametre de Venus, c'est-à-dire, d'environ 20 degrés, ce qui donne sa révolution de 23 heures $\frac{1}{4}$; & c'est apparemment par la comparaison de ces dernieres observations, que mon Pere a jugé que Venus acheve sa révolution autour de son axe en moins d'un jour, ayant préféré ces observations aux autres, à cause que lorsque les taches sont plus près du centre d'une Planete, leur mouvement apparent est plus vîte, & leur situation se détermine avec plus d'évidence que lorsqu'elles en sont plus éloignées.

Depuis cette observation, mon Pere n'a plus apperçû dans Venus de taches assés distinctes pour pouvoir confirmer la période de la révolution de Venus autour de son axe, telle qu'il l'avoit supposée; ce qui lui a fait dire dans un abregé d'Astronomie, que cette Planete a des taches obscures, mais fort foibles & confuses, de sorte qu'on ne sçauroit marquer précisément leur terme. C'est pourquoi, ajoûte-t-il, ce seroit en vain qu'on tâcheroit de déterminer par ce moyen, s'il y a du mouvement.

Cependant en 1726, M. Bianchini, Prélat domestique du Pape, & de cette Académie, ayant observé à Rome la Planete de Venus, avec des Verres de Campani, depuis 70 jusqu'à 100 Palmes Romaines de foyer, y découvrit le 9 Février, diverses taches qu'il continua d'observer dans la suite, telles qu'elles sont représentées dans les Planches 1, 2 & 3 de son Livre intitulé *Hesperi & Phosphori nova Phænomena*, où l'on voit que le 9 Février, il y avoit deux taches dans le disque de Venus, terminées par la section qui séparoit sa partie éclairée du Soleil d'avec celle qui étoit obscure, dont l'une, qui étoit vers sa partie septentrionale, étoit fort petite, en forme de segment de cercle, & la seconde, qui étoit vers la partie méridionale, étoit beaucoup plus grosse, ayant aussi une figure sphérique.

Le 14 Fevrier, la grosse tache ne paroissoit plus, & il crut reconnoître la petite qu'il trouva alors avancée vers la partie méridionale de Venus, étant accompagnée de deux autres taches vers le Septentrion.

Deux jours après, c'est-à-dire le 16 Février, il crut voir les mêmes taches, quoique sous une forme un peu différente, qui s'étoient avancées du Nord vers le Midi.

Le 18, la tache méridionale avoit disparu, les deux autres s'étoient avancées vers le Midi, & il en paroissoit une nouvelle vers le Nord. Le 20, les trois mêmes taches parurent plus avancées vers le Midi. Le 24, les deux plus méridionales de ces taches avoient disparu; celle qui étoit vers le Nord, s'étoit avancée vers le Sud, & on en vit deux nouvelles vers le Septentrion. Ces trois taches parurent le 26 un peu plus méridionales. Enfin, le 5 Mars, vingt-quatre jours après la premiére observation, M. Bianchini crut appercevoir les deux mêmes taches qu'il avoit découvertes le 9 Février, dans la même situation où elles étoient alors, quoique beaucoup moins grandes; comme elles le devoient être en effet, à cause que Venus étoit beaucoup plus en croissant que le 9 Février, de sorte que sa partie obscure en interceptoit une portion considérable. Sur ces observations, & diverses autres faites aux mois suivants de Mai & Juin 1726, Juillet, Août & Septembre 1727, & 7 Janvier 1728, il conclut que la révolution de Venus autour de son axe n'étoit point de 23 heures, comme il sembloit que mon Pere l'avoit déterminée, mais de 24 jours & 8 heures, du Septentrion vers le Midi dans la partie inférieure du disque de Venus qui nous est exposée, & du Midi vers le Septentrion dans la partie supérieure.

Il trouva que le pole boréal de cette révolution répondoit au 20me degré d'Aquarius, & étoit élevé de 15 degrés sur le plan de l'écliptique, son axe conservant le parallelisme dans tout le cours de cette planete autour du Soleil.

Pour appuyer son sentiment sur le temps de la durée de la révolution de Venus autour de son axe, il rapporte l'ob-

ſervation qu'il a faite de cette Planete le 26 Février par un temps fort ſerein, avec un Verre de Campani de 88 palmes.

Cette obſervation fut faite en préſence de pluſieurs perſonnes, qui reconnoiſſoient avec lui les taches qu'il décrivoit. Ayant donc dreſſé la Lunette à Venus vers le coucher du Soleil, à $5^h 25'$, il l'obſerva pendant l'eſpace de près d'une heure juſqu'à $6^h 15'$ qu'il fut obligé de diſcontinuer ſon obſervation, parce que Venus fut cachée par le Palais Barberin. Trois heures après le temps du milieu de la premiére obſervation, c'eſt-à-dire à $8^h 40'$, on pouvoit voir commodément Venus du dedans de ce Palais, & l'obſervation ne ſe faiſoit plus à l'air, mais à couvert. Ayant donc placé le même Verre de 88 palmes avec ſon ſupport près des fenêtres de ce Palais, il obſerva Venus juſqu'à 9 heures, & trouva les taches dans la même ſituation où il les avoit vûës à 5 heures & demie; de ſorte que comparant la figure du diſque deſſinée à $5^h 45'$ avec celle qui paroiſſoit depuis $8^h 30'$ juſqu'à 9 heures, on ne put s'appercevoir de preſqu'auçun changement dans la ſituation des taches. Il y auroit donc eu, remarque-t-il, pendant trois heures, plus de la huitiéme partie d'une révolution entiére, ſi elle s'achevoit en 23 heures; d'où il auroit ſuivi que la tache qui occupoit le centre de Venus à $5^h 25'$ auroit dû en être éloignée à $8^h 45'$ vers la corne méridionale d'un arc d'environ 50 degrés, & paroître au de-là de la tache méridionale qui auroit preſque diſparu ; & au contraire la tache ſeptentrionale auroit dû ſe trouver au milieu de Venus, de ſorte que de trois taches qui à $5^h 45'$ étoient diſtribuées également dans le diſque de Venus, deux auroient dû être apperçûës dans la partie méridionale, & il n'en ſeroit reſté aucune dans la partie ſeptentrionale, ſuppoſé que la révolution entiére fût de 23 heures.

Or tous ceux, ajoûte-t-il, qui avec nous ont obſervé avec le Verre de 88 palmes la Planete de Venus, depuis $8^h 30'$ juſqu'à $9^h 0'$, ont vû évidemment que la groſſe tache occupoit environ le milieu de la phaſe qui étoit en croiſſant, & qu'il y avoit à peu-près la même quantité de parties du Mi-

crometre entre le ſommet de la tache méridionale & la corne ſupérieure, qu'entre le ſommet de la tache ſeptentrionale & la corne inférieure, de même qu'elle avoit été obſervée à $5^h 30'$. Il eſt donc néceſſaire, ajoûte-t-il, de reconnoître que dans cet eſpace de 3 heures, les taches de Venus ne ſe ſont pas avancées dans leur parallele plus de deux degrés de la circonférence de cette Planete, & que l'arc de la progreſſion diurne qui en 24 heures eſt d'environ 15 degrés, n'a pas pû, dans l'eſpace de 3 heures, faire un changement ſenſible, au lieu que l'on en auroit apperçû un conſidérable dans la ſuppoſition que la révolution s'acheve en 23 heures, puiſque dans l'eſpace de 3 heures il y auroit eu un mouvement de 47 degrés.

Il eſt donc, dit-il, évident par les obſervations des 14, 16, 18 & 20 Février, que la quantité du progrès diurne des taches eſt telle qu'elles achevent le quart d'une révolution dans l'eſpace de 6 jours, comme on peut le voir en comparant enſemble les figures des taches dans chacune de ces obſervations ; & que la révolution entiére eſt de 24 jours & un peu plus, comme on le reconnoît par l'obſervation du 9 Février comparée avec celle qui a été faite le 5 Mars après l'intervalle de 24 jours, où les taches parurent revenuës ſur le diſque de Venus preſqu'au même lieu où elles avoient été apperçûës d'abord.

Comme M. Bianchini ſe fonde principalement ſur cette obſervation du 26 Février pour combattre la révolution de Venus autour de ſon axe, que mon Pere a jugée de 23 heures, ce qui a été ſuivi de preſque tous les Aſtronomes, j'ai crû qu'il étoit néceſſaire d'en examiner toutes les circonſtances.

Je conviens d'abord des obſervations que M. Bianchini a rapportées telles qu'il les a décrites, & je rends toute la juſtice qui eſt dûë à l'exactitude & à la pénétration de cet habile Aſtronome. Je ſuppoſe même avec lui, qu'à $5^h 45'$ il a paru trois taches dans le diſque de Venus telles qu'elles ſont marquées dans la Figure pour le 26 Février, & que trois heures après on en a vû auſſi trois à peu-près de la même figure & dans la même ſituation ſur ce diſque. Mais il faut remarquer

que, ſelon lui, ſon obſervation a été interrompuë depuis 6ʰ 15′ juſqu'à 8ʰ 40′ par des édifices qui empêchoient de voir Venus, & que dans cet intervalle qui eſt de près de deux heures & demie, il n'a pû obſerver les taches, ni par conſéquent le mouvement qu'elles ont pû avoir. Comme en ſuppoſant la révolution de Venus de 23 heures, les taches ont dû, dans l'eſpace de trois heures qui s'eſt écoulé entre la deſcription que l'on a faite de ces taches, avoir un mouvement de 47 degrés, ainſi que M. Bianchini en convient, il ſe peut fort bien faire que par le mouvement apparent de ces taches qui étoit alors du Nord vers le Sud, la tache *E* qui étoit dans la partie méridionale de Venus ſe ſoit approchée de la corne inférieure où elle a ceſſé de paroître, pendant que la tache *F* qui étoit au centre a pris ſa place; & que celle qui étoit en *G* dans la partie ſeptentrionale étant parvenuë au centre en *F*, il ait reparu une nouvelle tache dans la partie ſeptentrionale au point *G*, de ſorte qu'à 8ʰ 45′, temps de la ſeconde obſervation, on ait vû trois taches à peu-près au même endroit où étoient les précédentes & de la même figure qu'à 5ʰ 45′. Car la tache qui étoit au milieu en *F*, étant parvenuë en *E*, a dû, par la raiſon d'optique, diminuer de largeur, & paroître à peu-près ſemblable à celle dont elle a pris la place, pendant que par la même raiſon la tache *G* qui étoit vers la partie méridionale, a augmenté de grandeur apparente en s'approchant du centre. Cela ſe peut voir aiſément par l'inſpection de la Figure de M. Bianchini, où ayant tiré par le centre de chaque tache des lignes perpendiculaires à la ſection de Venus juſqu'à la circonférence, l'on trouve qu'il y a entre elles un arc d'environ 45 degrés, & que le milieu de la tache méridionale a dû être ſorti de Venus dans l'eſpace de trois heures, ſuppoſant ſa révolution de 23 heures, pendant que la tache *F* a ſuccédé à la tache *E*, & la tache *G* à la tache *F*.

A l'égard de la nouvelle tache que nous ſuppoſons être ſurvenuë à la place de la tache *G*, il y a tout lieu d'admettre cette ſuppoſition, ſi l'on conſidere les Figures de M. Bianchini, où l'on voit qu'en divers jours pluſieurs taches de la même

forme se sont succédées les unes aux autres, & que la tache nommée *A* a dû paroître dans le disque du Soleil immédiatement après la tache *G*, quoiqu'à une distance un peu plus grande que la révolution ne la demande.

L'observation du 26 Février de l'année 1726 ne prouve donc rien de décisif, comme l'a crû M. Bianchini, contre la révolution de Venus autour de son axe qui avoit été trouvée de 23 heures.

Mais quand même on auroit de la peine à admettre l'explication que je viens de proposer, qui concilie les observations de Venus, rapportées par M. Bianchini, avec celles qui ont été faites en 1667, du moins pourroit-on opposer à cette observation, celles de mon Pere qui paroissent du moins aussi évidentes : car dans tout le discours qu'il rapporte, il ne parle qu'avec une extrême réserve sur les phénomenes qu'il a apperçûs dans Venus, & sur la durée de sa révolution, n'osant pas même assûrer positivement si c'est révolution ou libration sur son axe; mais pour ce qui est du mouvement, il prononce qu'il a eû beaucoup de satisfaction d'avoir trouvé une marque évidente de mouvement dans cette Planete, comme il résulte, non pas d'une seule observation, mais de plusieurs faites en des jours différents.

Il est à remarquer que le mouvement des taches observées en 1667 a été du Midi vers le Septentrion, au lieu que celui que M. Bianchini y a observé en 1726, dans ses premiéres observations, depuis le 9 Février jusqu'au 5 Mars, y est directement opposé. Mais on peut rendre aisément raison de cette contradiction qui n'est qu'apparente. Car le 20 Avril de l'année 1667, le lieu de Venus étoit au 14.e degré du Sagittaire, éloigné seulement de deux signes & 6 degrés du pole boréal de sa révolution, qui a été déterminée par M. Bianchini à 10 degrés du Verseau, d'où l'on trouve que ce pole étoit hors de l'hémisphere exposé au Soleil, & dans la partie obscure de Venus qu'elle nous présentoit. Au lieu que le 9 Février 1726, le lieu de Venus étoit au 17.me degré de l'Écrevisse, éloigné de 7 signes & 3 degrés du pole

boréal, qui ſe trouvoit alors dans l'hémiſphere de cette Planete expoſé au Soleil, & dans la partie de Venus qui nous eſt cachée, d'où il ſuit que le mouvement des taches qui a paru au mois d'Avril 1667, du Midi vers le Septentrion, dans la partie de Venus qui étoit alors expoſée à la Terre, devoit paroître par les obſervations du mois de Fevrier 1726, du Nord vers le Sud, tel qu'il réſulte des obſervations de M. Bianchini.

Voilà donc la direction du mouvement de Venus autour de ſon axe bien établie du Nord vers le Sud, dans la partie ſupérieure de ſon diſque, par les obſervations de ces deux Aſtronomes; ce qui méritoit d'être confirmé, cette direction étant ſi différente de celle qui s'obſerve dans la révolution des autres Planetes autour de leur axe. Il reſte préſentement à examiner ſi l'on peut concilier également bien la quantité du mouvement que mon Pere y a obſervée, avec celle qui réſulte des obſervations de M. Bianchini.

On remarquera pour cet effet que la tache qui, dans l'obſervation du 14 Février 1726, étoit vers le bord ſeptentrional de Venus, s'eſt avancée vers le Midi les jours ſuivants, ayant paru dans le diſque de cette Planete, depuis le 14 juſqu'au 20 Février qu'elle avoit paſſé au de-là du milieu, en s'approchant de la corne méridionale, d'où M. Bianchini a conclu qu'ayant fait environ 90 degrés en ſix jours, le mouvement de cette tache a été d'environ 15 degrés par jour. Je conviens avec lui de ces obſervations, & je m'en ſers également bien pour prouver que la révolution de Venus autour de ſon axe n'eſt que de 23 heures ou environ; car le mouvement apparent de cette tache devant être alors du Nord vers le Sud, il ſuit que ſuppoſant ſa révolution de 23 heures, elle a dû parcourir, dans l'eſpace de 24 heures, tout le globe entier de Venus plus environ 15 degrés du Nord vers le Sud, & qu'ainſi dans l'eſpace de 6 jours elle a dû achever ſix révolutions entiéres plus environ 90 degrés dont elle s'eſt avancée du Nord vers le Midi conformément à l'apparence.

Suppoſant donc que les taches qui avoient paru dans Venus

le

le 9 Février soient revenuës le 5 Mars après 24 jours & 8 heures au même lieu, où on avoit commencé à les appercevoir, on trouvera que dans cet intervalle il y a eu 25 révolutions entiéres, ce qui donne la durée de chacune de 23 heures 22 minutes, peu différente de celle que nous avons déduite de l'observation du 20 Avril 1667, faite lorsque la tache étoit à un tiers du diametre de Venus, comparée à celle du jour suivant, où la même tache avoit passé un peu au de-là du centre de cette Planete. Ainsi bien-loin que les observations de M. Bianchini soient contraires à celles que mon Pere avoit faites en 1667, elles semblent les confirmer, & concourir avec elles pour établir la révolution de Venus autour de son axe de 23 heures ou environ.

Il me reste à résoudre quelques difficultés que le P. Briga, de la Compagnie de Jesus, Professeur de Mathématique dans le College de Florence, a proposées sur les observations de mon Pere, dans une Lettre qu'il a écrite à M. Bianchini, qui l'a fait imprimer dans son ouvrage.

Il remarque d'abord que dans la premiére observation de 1666, Venus étoit convexe de part & d'autre, qui est la phase que cette Planete doit nous présenter depuis sa conjonction supérieure jusqu'à sa quadrature, & que dans les autres observations où elle a été vûë après le lever du Soleil, cette Planete étoit vers sa plus grande digression. C'est pourquoi il s'étonne que dans une si grande distance où Venus étoit de la Terre dans le premier cas, & qu'après le lever du Soleil dans le second cas, on ait pû voir de vrayes taches dans Venus.

Il auroit dû, à plus forte raison, être surpris de ce que M. Bianchini a vû des taches obscures dans Venus depuis le 7 Juillet jusqu'au 6 Août 1727, dans le temps que cette Planete avoit à peu-près la même figure qu'en 1666, lorsqu'elle a été observée par mon Pere. Car les taches qui sont obscures, telles que M. Bianchini les a dépeintes, se doivent voir avec bien plus de difficulté que les taches claires, comme il est aisé de s'en appercevoir dans la Lune, dont les parties claires se distinguent en plein jour avec assés d'évidence,

pendant que les parties obſcures, telles que les Mers, diſparoiſſent, & c'eſt par cette raiſon qu'on a pû diſcerner, même après le lever du Soleil, ces taches claires dans Venus : ce qui ne devroit pas paroître ſurprenant au P. Briga, s'il avoit fait attention qu'à cauſe de la grande clarté de cette Planete on la diſtingue ſouvent en plein jour à la vûë ſimple, même dans le temps où la lumiére du Soleil eſt la plus vive.

Si l'on dit, ajoûte-t-il, que ce ſont de vrayes taches dans le corps de la Planete, l'inclinaiſon que l'on a vûë une ſeule fois dans ſon mouvement peut être ſeulement apparente, car le parallelиſme des axes eſt un ſecret de la véritable Aſtronomie, qu'il n'eſt pas ſi ſurprenant qui ait été inconnu aux Aſtronomes Grecs, que de n'être point mis en uſage par tous les modernes.

J'avouë que je ne comprends pas la force de cette objection, ni ſi c'en eſt une ; car puiſque les poles de Venus ſont dirigés aux mêmes points du Ciel, il s'enſuit que par le mouvement de cette Planete autour du Soleil, ces poles changent de ſituation apparente tant à l'égard de l'hémiſphere de Venus expoſé au Soleil, que par rapport à la face qu'elle préſente à la Terre ; d'où il s'enſuit une variation dans la direction des taches obſervées après un intervalle de quelques jours, ce qui eſt apparemment la cauſe que la tache claire, dont le mouvement fut obſervé le 21 Avril 1667 du Sud vers le Nord avec quelque inclinaiſon, parut le 9 Mai ſe faire exactement du Midi vers le Septentrion ſans aucune inclinaiſon.

Puiſque donc, continuë le P. Briga, la figure des taches eſt ſi différente de celles qui ſont repréſentées ſur le Globe de M. Bianchini, qu'elles ont paru à M. Caſſini avoir en très-peu de temps une grande variété que l'on ne pouvoit attribuer, ſelon lui, à une cauſe optique ; qu'ayant été cherchées pendant près de 60 ans, on ne les a point vûës ni aucune qui leur fût ſemblable, cette partie ſi reluiſante s'étant évanouie ; qu'elles ont été obſervées même après le lever du Soleil, lorſque Venus étoit à une grande diſtance de la Terre ; que le mouvement de révolution du Midi vers le Septentrion

dans l'hémisphere qui nous est visible, est trop différent du mouvement du centre en longitude ; je suis porté à soupçonner que ces phénomenes n'étoient pas réellement dans la surface de Venus, mais ou dans son atmosphere ou dans l'éther qui étoit entre la Planete & l'œil, dont il prétend qu'il ne manque pas d'exemples.

Il rapporte pour cet effet l'apparence d'une tache obscure vûë par Mœstlin en 1605, dans le temps d'une éclipse de Lune qui occupoit près de la quatriéme partie du disque de cette Planete.

Qu'en 1629, on vit à Lisbonne pendant deux jours, au commencement de Janvier, une Etoile qui étoit adhérente à la corne australe de la Lune ; que pour s'écarter moins de son exemple, en 1645, Fontana apperçût un ou deux globes obscurs, ou de couleur rougeâtre, tantôt au dedans, tantôt dehors cette Planete, ce qui fit douter si c'étoit un Satellite de Venus, ou un météore dans son atmosphere, ou quelque corps opaque entre l'œil & Venus; ce que d'autres attribuérent à des taches qui étoient dans les Verres dont cet Astronome s'est servi, ce qu'il ne peut pas cependant soupçonner.

Enfin que mon Pere lui-même a vû en 1672 & 1686, avec une Lunette de 34 pieds, près de Venus, un petit globe lumineux, dont la phase étoit semblable à celle de cette Planete, & qui n'en étoit éloigné que de $\frac{3}{5}$ de son diametre; ce qui lui fait juger qu'il n'est pas vrai-semblable que ce phénomene fût dans l'atmosphere de cette Planete, puisqu'il seroit difficile de croire qu'il fût élevé à une si grande hauteur, & encore moins que ce fût un Satellite, puisqu'on n'auroit pas manqué à l'appercevoir depuis ce temps ; & qu'ainsi il est plus croyable que la matiére fluide céleste qui étoit entre Venus & l'œil de l'observateur, étoit devenuë alors assés dense pour pouvoir réfléchir quelque lumiére, quoiqu'il suffise pour cela que quelques parties de différente rareté se mêlent ensemble, comme on le voit dans l'écume blanche qui est composée d'air diaphane & d'eau claire.

Si donc, à cause des raisons que l'on vient d'insinuer, on

pouvoit faire les mêmes conjectures sur les taches vûës dans Venus par M. Cassini, l'honneur de la découverte seroit dû à celui qui pourroit prouver le premier qu'il a vû dans Venus des taches véritables. Je ne sçais si l'on admettra aisément cette cause phisique des apparences rapportées par le P. Briga, mais quoi qu'il en soit, il suffit de répondre qu'elles sont fort différentes de celles que mon Pere a remarquées dans Venus, où il a observé en différents jours & à différentes heures du même jour, une partie claire dans Venus qui avoit un mouvement évident du Midi vers le Septentrion; & qu'ainsi on ne peut pas attribuer cette apparence à la densité de l'éther qui auroit dû avoir deux mouvements, l'un par lequel il auroit suivi Venus de l'Orient vers l'Occident, & l'autre qui l'auroit fait élever du Midi vers le Septentrion.

Pour ce qui regarde le mouvement de cette tache, du Midi vers le Septentrion, que le P. Briga trouve fort différent du centre en longitude, il auroit dû proposer la même objection contre le mouvement des taches apperçûës par M. Bianchini, du Septentrion vers le Midi, & que nous avons prouvé être réellement du même sens que celui qu'on avoit observé en 1667. La différence qui se trouve entre la tache observée en 1667, & celles qui ont été apperçûës en 1726, dont la premiére étoit claire, & les autres obscures, ne forme aucune objection difficile à résoudre, puisqu'il n'y a qu'à supposer qu'il y a dans la Planete de Venus, de même que dans la Lune, deux sortes de taches, dont les unes sont claires, telles que Tycho, Helicon, &c. & d'autres obscures, comme Grimaldi, Plato, & ce qu'on appelle *Mers* dans cette Planete. Quant à l'objection fondée sur ce que cette partie claire, ni aucune autre semblable, n'ont pas été apperçûës depuis l'année 1667, même par des Lunettes plus longues, quelque attention qu'on y ait faite; il est aisé de répondre qu'il y a dans Venus, de même que dans Jupiter, des taches permanentes, ou du moins de longue durée, comme les bandes qu'on y observe, & d'autres qui sont passageres & de moindre durée, telles que les taches, par le secours desquelles mon

Pere a découvert la révolution de cette Planete autour de son axe; & qu'ainsi il n'est pas surprenant que la tache claire qui a été apperçûë en 1666 & 1667 se soit dissipée entiérement, sans avoir paru depuis ce temps-là, d'autant plus que l'on n'a pas toûjours d'occasion favorable d'observer cette Planete, qui n'est que rarement dégagée des vapeurs.

De ce que nous venons de rapporter, il résulte que si l'on suppose la révolution de Venus autour de son axe, de $23^h\ 20'$, on représente également bien les observations de M. Bianchini & celles de mon Pere, & que si on soûtient qu'elle ne s'acheve qu'en 24 jours, comme l'a prétendu M. Bianchini, il faut entiérement rejetter celles de mon Pere, comme n'étant qu'une apparence trompeuse. Nous avons d'abord fait voir que la principale observation sur laquelle M. Bianchini s'est fondée, ne concluoit rien contre la période de cette révolution en $23^h\ 20'$, & nous avons crû ensuite devoir répondre, peut-être trop au long, aux objections qui ont été proposées pour insinuer que ces apparences étoient trompeuses.

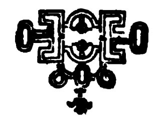
Nous avons donc jugé qu'en attendant qu'on eût des observations plus décisives sur la période de la révolution de Venus, nous étions bien fondés à soûtenir qu'elle s'acheve en $23^h\ 20'$, à peu-près de même qu'elle a été établie par mon Pere, & conformément au sentiment de presque tous les Astronomes & les Physiciens qui l'ont suivi.

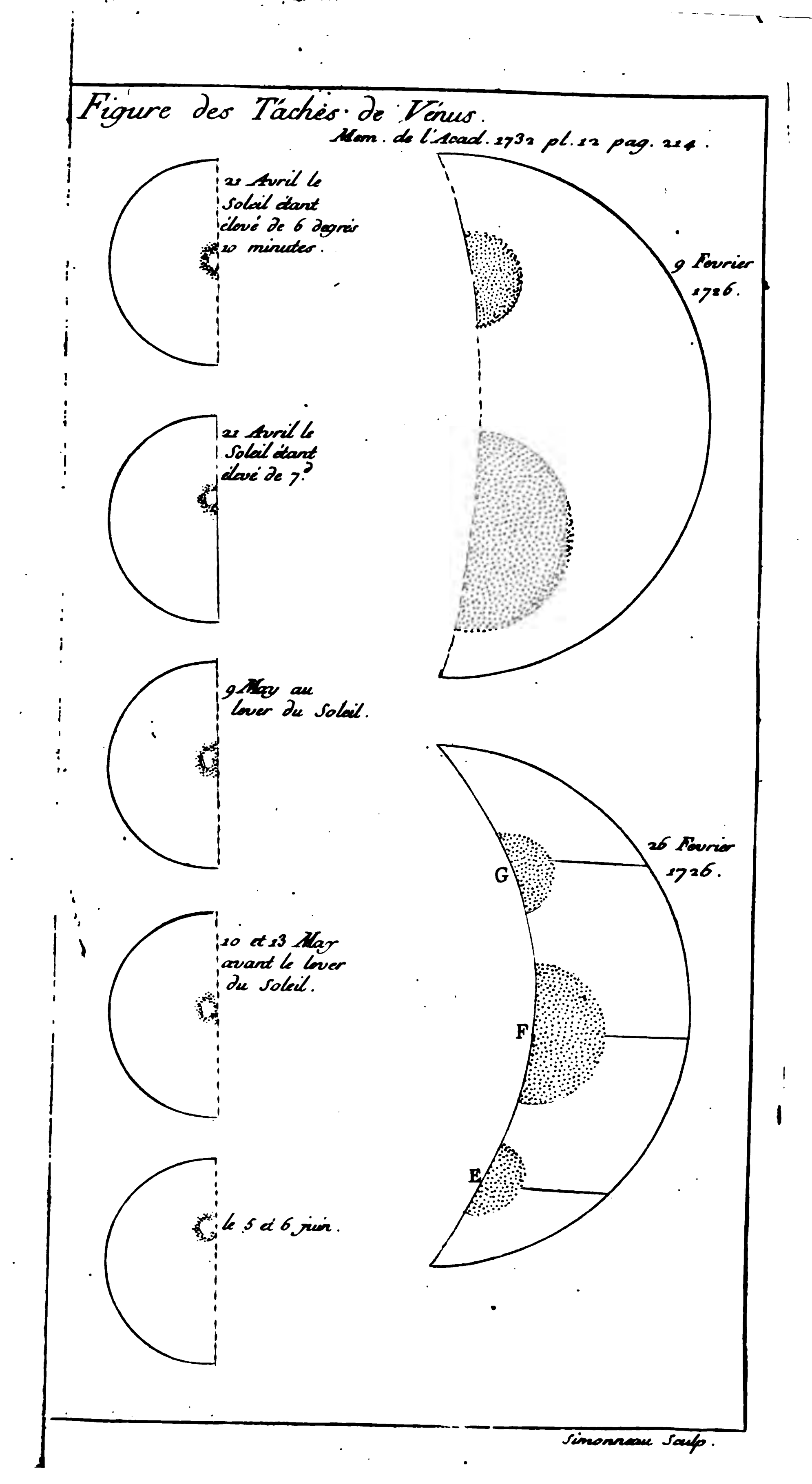
Pour nous, après avoir été averti par M. Bianchini, des observations qu'il avoit faites à Rome sur la Planete de Venus, nous avons essayé, si on pourroit appercevoir les mêmes taches en ce pays-ci.

On a pour cet effet fait dresser à l'Observatoire, un grand mât de 60 pieds de longueur, en forme d'une poutre quarrée depuis 11 jusqu'à 14 pouces d'épaisseur, où l'on avoit pratiqué des rainures dans les faces opposées sur toute leur longueur. On avoit construit, pour supporter l'objectif & l'élever à la hauteur convenable, une cage ou lanterne de fer qui embrassoit ce mât, avec des roulettes de cuivre qui entroient dans les rainures du mât, pour élever plus commodément

le Verre avec ſon ſupport, & l'aſſujettir de maniere qu'il n'eût aucun mouvement ſenſible.

Dans cet état, nous avons obſervé Venus un grand nombre de fois, avec une grande facilité, y employant d'abord un Verre de 114 pieds de foyer de longueur, fait par M. Hartſoëker, qui étoit un des meilleurs qu'il eût travaillé, & enſuite un objectif de Campani, de 120 palmes Romaines, ou 82 pieds de Roy, eſſayé par M. Bianchini, qui l'avoit jugé excellent, comme il l'eſt en effet, & qui appartient à M. d'Onzembray. Cependant avec toutes ces précautions, il ne nous a jamais réüſſi à feu M. Maraldi, ni à moi, de voir aucunes taches diſtinctes dans Venus, par un grand nombre d'obſervations faites le ſoir, en 1729, dans les temps les plus favorables; ſoit que celles qui avoient été remarquées par M. Bianchini les années précédentes euſſent diſparu, ſoit que l'air ne fût pas aſſés ſerein en ce pays-ci, pour pouvoir les appercevoir diſtinctement: ce qui peut être la cauſe de ce que mon Pere, qui avoit apperçû en Italie quelques taches dans Venus, ne les a jamais pû découvrir ici, même avec de plus longues Lunettes. Nous avons ſeulement remarqué, que la partie la plus proche de la ſection étoit plus obſcure que celle qui étoit vers les bords, ce qui nous faiſoit ſoupçonner qu'il y avoit des taches. Cependant comme cette apparence peut provenir de ce que la partie la plus proche de la ſection eſt moins éclairée du Soleil par ſes rayons qui y tombent plus obliquement que vers les bords; nous n'avons pas crû pouvoir y aſſeoir de jugement certain, juſqu'à ce que nous ayons d'autres obſervations ſur l'évidence deſquelles on puiſſe compter, & que nous continuerons de faire, lorſque l'occaſion s'en préſentera.




Figure des Táchés de Vénus.
Mem. de l'Acad. 1732 pl. 12 pag. 224.
21 Avril le Soleil étant élevé de 6 degrés 10 minutes.
21 Avril le Soleil étant élevé de 7d.
9 May au lever du Soleil.
10 et 13 May avant le lever du Soleil.
le 5 et 6 juin.
9 Fevrier 1726.
26 Fevrier 1726.
G
F
E
Simonneau Sculp.

DISSERTATION SUR L'AMPUTATION,

Où l'on déduit les différents moyens dont on s'est servi pour faire cette opération, & pour arrêter le sang des Arteres, depuis Hippocrate jusqu'à la fin du Siécle dernier.

Par M. PETIT le Médecin.

JE ne parlerai dans cette Dissertation que des principaux Auteurs qui ont décrit l'opération de l'Amputation. Il seroit ennuyeux & même inutile de les parcourir tous. Mon dessein est d'exposer en raccourci tout ce qu'on a inventé depuis Hippocrate, pour rendre cette opération plus utile, plus sûre & plus parfaite. 21 Juin 1732.

Celse, qui vivoit plus d'un siécle avant Galien, est le premier auteur dans lequel on trouve la description de cette opération; il ne la donne pas comme nouvelle, & quoique sa chirurgie soit, dit-on, tirée d'Hippocrate & d'Asclépiade, il ne cite ni l'un ni l'autre par rapport à cette opération.

Hippocrate traite de la Gangrene & du Sphacele, il dit [a] qu'il faut amputer ce qui est pourri, mais il ne décrit point l'amputation du membre. Asclépiade vivoit un siécle avant Jesus-Christ [b], nous n'avons rien de lui sur cette matiére, on ne sçait s'il a fait cette opération. On en doit dire autant d'Erophile & d'Erasistrate, qui faisoient les opérations de Chirurgie, comme je l'ai dit ailleurs *. Nous ne trouvons donc aucune description de cette opération avant Celse. Il ne faut point douter qu'elle n'ait été faite avant lui, & même

* *Mem. Acad. an. 1725. p. 8.*

[a] *De articul. 4. observ. 17. de morb. vulg. lib. 2. sect. 7. Epidem. lib. 7.*

[b] Daniel le Clerc, dans son histoire de la Médecine, edit. 1723. p. 392. dit que ce Médecin étoit dans une grande réputation à Rome pendant la vie de Mithridate, c'est-à-dire, vers le milieu du siécle XXXIX.

qu'elle n'ait été décrite par quelques auteurs dont les ouvrages ont été perdus. Selon toute apparence on n'a fait cette opération dans ces temps-là, & même depuis, jusqu'au 15me siécle, qu'à l'occasion du Sphacele survenu à un bras ou à une jambe. Il paroît qu'on la devoit faire très-rarement, parce que les malades étoient toûjours en danger de mourir, &, selon Celse [a], mouroient le plus souvent par l'hémorragie pendant l'opération. Il ne faut pas s'en étonner, Celse ne faisoit point de ligature au dessus du lieu qu'il vouloit amputer, pour comprimer les vaisseaux, & y suspendre l'hémorragie, du moins il n'en dit rien dans la description de son
Lib. 7. c. 33. opération. La voici : *Igitur inter sanam vitiatamque partem incidenda scapello caro usque ad os est sic, ut neque contra ipsum articulum id fiat, & potius ex sana parte aliquid excidatur, quam ex ægra relinquatur. Ubi ad os ventum est, reducenda ab eo sana caro, & circa os subsecanda est, ut ea quoque parte aliquid ossis nudetur : dein id serrula præcidendum est, quam proxime sanæ carni etiam inhærenti, ac tunc frons ossis quam serrula exasperavit, lævanda est supraque inducenda cutis, quæ sub ejusmodi curatione laxa esse debet, ut quam maxime undique os contegat. Quo cutis inducta non fuerit, id linamentis erit contegendum, & super id spongia ex aceto deliganda. Cætera postea sic facienda, ut in vulneribus, in quibus pus non moveri debet, præceptum est.*

On ne voit dans cette description aucun moyen de suspendre l'hémorragie, & voilà pourquoi les malades mouroient souvent par la perte de leur sang pendant l'opération. Ce qu'il y a de surprenant, c'est qu'on ne trouve point ce moyen dans aucun des auteurs qui ont décrit cette opération jusqu'au 16me siécle.

Paul Æginete, Avicenne, Guy de Chauliac, n'en disent pas un mot. Guy de Chauliac, qui vivoit vers le milieu du 14me siécle, faisoit deux ligatures, une au dessus de l'endroit où il devoit faire l'amputation, & une autre au dessous, mais il ne

[a] *Lib. 7. cap. 33.* Sed id quoque cum summo periculo fit, nam sæpe in ipso opere, vel profusione sanguinis, vel animæ defectione, moriuntur.

dit

dit point qu'il les faisoit pour suspendre l'hémorragie, ou même pour ôter le sentiment à la partie. Il est aisé de comprendre qu'il ne les faisoit que pour assujettir les chairs, & les affermir de maniére que le couteau pût les couper plus uniment & avec plus de facilité, ce que l'on fait encore aujourd'hui. On ne sçait si Vesale s'est servi d'une ligature pour suspendre l'hémorragie, on ne le voit pas bien clairement dans sa description.

Bartholomæus Maggius [a], qui a écrit vers le milieu du 16me siécle, & dont les œuvres ont été recueillies par Gesner, faisoit une ligature sur la partie saine au dessus de la partie corrompuë. L'on serroit cette ligature très-fort, pour ôter en quelque maniére le sentiment à la partie. Il ne parle point du tout des moyens de suspendre l'hémorragie pendant l'opération. Il dit que Celse faisoit une ligature au dessus de la partie corrompuë, mais Celse n'a point décrit son opération de la maniére dont Maggius la rapporte. J'ai fait voir ci-dessus qu'il ne dit rien de cette ligature. Botal [b], Médecin de Charles IX, dit qu'on faisoit trois ligatures de son temps, une sans doute pour ôter le sentiment (il ne le dit pas positivement), & les deux autres au dessus & au dessous de l'endroit où l'on devoit couper le membre, sans rien dire des moyens de suspendre l'hémorragie.

Paré, Chirurgien de Charles IX, dit [c] que lorsque l'on veut amputer un membre, il faut tirer la peau & les muscles vers la partie saine, & faire une ligature extrême au dessus de l'endroit où l'on voudra couper, avec un fort lien délié & de figure plate. Elle sert, dit-il, 1.° à tenir le cuir & les muscles relevés en haut avec l'aide des serviteurs. 2.° Elle prohibe l'hémorragie. 3.° Elle ôte le sentiment à la partie. Voilà le premier auteur que j'ai trouvé qui parle bien clairement de la maniére de suspendre l'hémorragie pendant l'opération.

Pigray, Fabrice d'Aquapendente, Fabrice Hildam, & tous les Chirurgiens qui sont venus après lui, l'ont mise en usage.

[a] *De vulner. sclop. cur. de memb. sphacelo affecti & corrupti excisione.*

[b] *Leonardi Botalli opera de vulner. sclopet. c. 23. p. 789. edit. 1660. de Van Horne.*

[c] *Oeuvre de Chirurgie, liv. 12. des combustions & gangrenes, edit. 1664.*

Il est vrai que cette ligature ne suspendoit pas toûjours & totalement l'hémorragie, car les vaisseaux laissoient échapper plus ou moins de sang malgré cette ligature : cet inconvénient mettoit quelquefois le malade en danger de perdre la vie. Le S.[r] Morel, Franc-Comtois, Chirurgien d'armée, & fort ingénieux, a trouvé le moyen d'arrêter le sang avec plus de sûreté ; il a inventé le Tourniquet en 1674, de la maniére dont on s'en sert aujourd'hui [a]. Avec cet instrument on est le maître d'arrêter totalement le sang, & d'en laisser couler si peu & autant que l'on veut, en le serrant plus ou moins. Il ôte le sentiment à la partie, ensorte que les malades ne sentent point une douleur si vive, lorsque l'on coupe les chairs, & que l'on fait la ligature des vaisseaux, ce qui fait qu'ils supportent avec plus de patience cette cruelle opération; avantage qui ne se trouve qu'imparfaitement dans la ligature de Paré.

Un des défauts de ce Tourniquet est, dit-on, de pincer la peau, & de causer des douleurs très-vives ; ce qui est vrai, lorsque le Chirurgien n'a pas l'adresse de l'accommoder comme il faut, mais avec un peu de soin & d'attention, & à l'aide d'un carton que l'on met à l'endroit du bâton ou garot, on évite cet accident.

Un autre défaut que l'on donne à ce Tourniquet est que si l'on apprehende l'hémorragie après l'opération, on ne peut le laisser sur la partie, parce qu'il supprime totalement la circulation du sang au dessous de l'endroit où il est appliqué. Cette partie courroit risque de tomber en mortification, ce qui a engagé quelques Chirurgiens habiles à imaginer de nouvelles Machines dont je parlerai dans un Mémoire, où j'exposerai celles qui ont été inventées depuis le dernier siécle pour suspendre & arrêter l'hémorragie des Arteres. En attendant, je dirai que le S.[r] Morel n'a prétendu se servir de son Tourniquet que pour suspendre sûrement l'hémorragie dans le temps de l'opération, & jusqu'à ce qu'on s'en soit rendu maître par la ligature des vaisseaux, ce que l'on n'avoit encore

[a] *Voyés l'Art de saigner du S.[r] Meurisse, edit. 1728. p. 302.*

pû faire ; d'ailleurs c'est un cas très-rare de voir renouveller l'hémorragie, lorsque la ligature est faite de la maniére dont nous le dirons dans la suite de ce Mémoire, après que nous aurons vû de quelle maniére on coupoit les chairs.

Hippocrate ni Galien, comme je l'ai dit, n'ont donné aucune description de l'amputation, il ne faut donc pas chercher chés eux de quelle maniére on coupoit les chairs, ni comment on arrêtoit le sang des vaisseaux, ils ont rapporté en général les moyens d'arrêter les hémorragies, mais ils n'ont rien dit en particulier des moyens d'arrêter le sang dans l'amputation.

J'ai été surpris de ne point trouver dans Galien l'opération de l'amputation, lui qui décrit volontiers les opérations de Chirurgie. Il a parlé de la Gangrene & du Sphacele [a]; il dit, après Hippocrate, qu'il faut amputer la chair pourrie & gâtée, mais il n'en dit pas davantage. Cette opération devoit pourtant se pratiquer de son temps à Rome, puisque Celse qui étoit Romain, & qui vivoit cent ans ou environ avant Galien, l'a décrite, & qu'il l'a faite ou vû faire. Galien ne cite aucun Médecin ni Chirurgien qui ait fait cette opération ; il auroit dû au moins citer Celse, qui doit avoir été en grande réputation pour la Chirurgie, je n'ai trouvé même le nom de Celse en aucun endroit des ouvrages de Galien.

Nous avons rapporté au commencement de cette Dissertation, la description que Celse a faite de cette opération ; nous avons vû qu'il coupe les chairs jusqu'à l'os, & plûtôt dans le vif que dans le mort. Il scie l'os, & ramene la peau par dessus l'os, & sans doute par dessus l'embouchure des vaisseaux, quoiqu'il ne le dise pas. Mais comment cette peau pouvoit-elle recouvrir l'os & les vaisseaux ? on ne voit point qu'il prenne la précaution de tirer la peau & les chairs vers le haut de la partie, à moins qu'on ne veuille le sousentendre. Il ne paroît pas d'ailleurs qu'il ait formé un lambeau de peau, comme quelques Chirurgiens ont fait à la fin du dernier siécle ; la

[a] *Lib. 2. ad Glauc. cap. 9. In lib. Hippocr. de fract. comment. 11. De method. medend. lib. 2. cap. 9.*

chose est trop singuliére, il n'auroit pas manqué de le dire. Il coupoit très-près des chairs sphacelées *inter sanam vitiatamque partem*, ce qui ne pouvoit pas lui procurer la facilité de laisser un lambeau ; il ne passoit point un fil en croix dans les chairs & dans la peau, comme on a fait depuis, pour assujettir cette peau sur l'endroit amputé, cependant il est clair, par sa description, qu'il vouloit que la peau couvrît l'os, & qu'elle se réunît à l'os & aux chairs ; & afin que cela se fît avec plus de facilité, il laissoit la peau lâche, mais il ne le pouvoit, s'il ne faisoit tirer & relever cette peau vers la partie supérieure : c'est ce qu'il ne dit point, il dit simplement, *supraque inducenda cutis, quæ sub ejusmodi curatione laxa esse debet.* Il nettoyoit la partie antérieure de l'os de toutes les aspérités que les dents de la scie peuvent y avoir produites, & qui doivent s'exfolier. Enfin il n'appliquoit aucun astringent sur les vaisseaux. Il n'appliquoit point le feu, ni ne faisoit point la ligature des vaisseaux. Cela auroit été contre son intention, qui étoit vrai-semblablement de boucher l'orifice des vaisseaux avec la peau & les chairs qu'elle amenoit avec elle, pour prévenir par ce moyen l'hémorragie, & réunir le tout ensemble. Il se contentoit de mettre du linge sur les endroits que la peau ne pouvoit recouvrir, il appliquoit sur le tout une éponge imbibée de vinaigre, & par cet appareil il évitoit la suppuration, & consolidoit la playe très-promptement. Voilà précisément l'intention des S.rs Verduin [a] & Sabourin [b], l'un Hollandois & l'autre Genevois, qui se sont proposé tous deux en même temps, sur la fin du siécle dernier, de laisser dans cette opération une partie de peau & de chair en lambeau pour recouvrir plus facilement les os & l'embouchure des vaisseaux, ce qu'ils ont appellé l'*opération de l'amputation à lambeau ;* ils évitoient la suppuration, & abrégeoient ainsi la guérison de la playe.

Il seroit à souhaiter que Celse se fût expliqué plus clairement sur les moyens dont il se servoit pour tenir la peau

[a] *Mangeti Bibliot. anatom. chirurg. tom. 1. lib. 7. p. 255. & seqq.*
[b] *Hist. de l'Acad. des Sciences, 1702. p. 33.*

lâche: nous voyons aujourd'hui que quelque effort que l'on fasse pour tirer & relever la peau & les chairs en haut avant que de les couper, on ne peut ramener la peau sur l'os après l'amputation, du moins on ne peut l'y contenir avec facilité; ce qui a engagé plusieurs Chirurgiens célebres à retenir sur la playe la peau & les chairs par le moyen d'un fil qu'ils y passoient en croix, & c'est ce que nous verrons en parlant des Chirurgiens qui ont décrit cette opération à la fin du 16me & dans le 17me siécle.

On voit, par tout ce que je viens de dire, bien des obscurités dans la description de l'opération de Celse.

Paul Æginete [a], qui, selon Freind, vivoit dans le 7me siécle, est le premier que j'ai trouvé qui, après Celse, a décrit cette opération. Il ne manque pas d'obscurité, non plus que Celse, on ne peut découvrir facilement s'il coupoit dans la partie saine, ou dans ce qui étoit sphacelé. Il rapporte la maniére dont Leonides faisoit cette opération. Il dit qu'avant que de scier l'os, on doit mettre un linge ou bande large sur la partie coupée pour empêcher que la scie ne la touche, & ne cause de la douleur : ce qui marque en quelque maniére qu'il coupoit dans le vif; & pour arrêter l'hémorragie, il brûloit l'orifice des vaisseaux avec le cautere actuel.

Avicenne, qui vivoit dans le 12me siécle, veut [b] que l'on coupe dans le sphacelé pour éviter l'hémorragie, & que l'on applique les fers chauds sur la partie gâtée que l'on a laissée sur la partie saine.

Guy de Chauliac [c] coupoit la chair entre deux ligatures; & à l'exemple de Paul, il appliquoit un linge ou bande large sur la partie coupée, pour la garantir de la scie, il scioit l'os, & cautérisoit la chair saine avec des fers brûlants, ou avec l'huile bouillante.

Vésale [d] qui a écrit dans le 16.me siecle, a donné une

[a] *Lib. 6. cap. 84. p. 243. de extremarum partium præsectione.*
[b] *Tom. 2. lib. 4. fen. 3. tract. 1. p. 114. 115.*
[c] *Magna Chirurg. a Laurentio Jouberto. Lugd. 1585. in 4.° tract. 6. doctrina 1. cap. 8. de memb. superf. &c.*
[d] *Chirurg. magn. lib. 5. cap. 12. de Gangræna.*

description de cette opération un peu embrouillée. Il parle de ligature, mais on ne peut découvrir ni comment ni pourquoi il s'en sert. On voit qu'il coupe les chairs avec un couteau chauffé, mais il faut deviner si c'est dans le vif, plûtôt que dans le mort; ensuite il applique des fers chauds sur les grands vaisseaux, & sur la chair qu'il brûle jusqu'à ce que le malade sente de la douleur, ce qui fait soupçonner qu'il coupe dans le mort, & que les vaisseaux ne fournissent plus de sang, puis il cautérise la partie antérieure de l'os pour la faire exfolier plus promptement.

Bartholomæus Maggius[a], contemporain de Vésale, coupoit la partie corrompuë, & la séparoit de la partie saine; & après avoir scié l'os, il appliquoit des fers chauds sur les vaisseaux & les chairs à demi-corrompuës, ou bien il trempoit le membre dans l'huile bouillante seule, ou mêlée avec du soufre, jusqu'à la partie saine. Voilà, à peu de chose près, la méthode de Guy de Chauliac.

Botal[b] rapporte l'opération, de la même maniére que Maggius; il ne fait pourtant point mention d'huile bouillante: mais Botal trouvoit que l'on employoit trop de temps, en faisant l'opération de cette maniére; outre cela, on faisoit, selon lui, trop de douleur en sciant l'os, dont on ne pouvoit ôter toutes les chairs qui y étoient attachées, que l'on déchiroit avec la scie, & principalement lorsqu'il y avoit deux os à scier. Il a imaginé un autre moyen de couper le membre tout d'un coup, & qu'il dit être plus sûr, plus facile, & plus prompt. Il se servoit pour cela de deux couteaux fort larges, en forme de couperet, comme ceux des bouchers, dont l'un étoit assujetti & engagé sur une piece de bois ou billot, placé entre deux colomnes de bois; l'autre étoit assujetti à la partie inférieure d'une autre piece de bois qui couloit entre les deux colomnes; elle pouvoit monter & descendre, au moyen de deux rainures pratiquées dans les deux colomnes de bois,

[a] *De vulnerib. sclopet. curat. in Chirurg. de Chirurg. script. Tiguri, Gesneri, 1555.*

[b] *Leon. Botalli opera de vulner. sclopet. cap. 23. edit. de Van Horne, p. 789.*

comme dans la machine qui sert à enfoncer des pieux. Il plaçoit le membre entre ces deux colomnes au-dessus du couperet inférieur, & laissant tomber la piece de bois, chargée de plomb pour la rendre plus pesante, le membre étoit coupé dans l'instant, par la rencontre des deux couteaux, le malade ne sentoit qu'une douleur très-légére, l'on cautérisoit aussi-tôt les vaisseaux, & il ne se perdoit que très-peu de sang.

On a reproché à cette méthode, la contusion qui arrivoit aux chairs, & principalement la fracture des os qui se brisoient en plusieurs pieces, ce qui rendoit dans la suite, la guérison difficile. C'est, je crois, cette derniére raison qui est la principale cause que cette opération n'a point été suivie. Botal cite, page 791, un certain Maître Jacques; Chirurgien, *Magister Jacobus cognomine Regius*, qui réüssissoit dans cette opération. Hildam s'est élevé contre cette méthode.

Paré, contemporain de Botal, coupoit les chairs dans le vif, avec un couteau courbe, il se servoit d'une bande large, coupée en deux, comme Paul Æginete, & Guy de Chauliac, pour relever les chairs, les couvrir & les garantir de la scie. Il coupoit avec un bistouris un peu courbe, les chairs qui se trouvoient entre les deux os, lorsque l'amputation se faisoit à la jambe; il scioit les os, puis il prenoit les vaisseaux avec un bec de corbin, il les tiroit, & les lioit d'un double fil avec de la chair, si elle s'y rencontroit; ensuite il défaisoit le lien qui serroit le membre au-dessus de l'amputation, il faisoit quatre points d'aiguille en croix, aux levres de la playe, & ramenoit sur les os, les muscles coupés avec la peau, mais seulement autant qu'elles se trouvoient à pareille longueur qu'elles étoient avant l'amputation, & il ne serroit point trop le fil. Si la ligature de quelque vaisseau se délioit, Paré ne se mettoit pas en peine de chercher ce vaisseau avec le bec de corbin, on ne le trouveroit pas; mais sans relier le membre avec une ligature, il le faisoit empoigner par un homme robuste qui pressoit fortement l'endroit de la route des vaisseaux. Pour lors Paré prenoit une aiguille quarrée & bien tranchante, longue de 4 pouces, enfilée d'un bon fil en trois

ou quatre doubles, il paſſoit l'aiguille dans les chairs, à un demi-doigt de l'orifice du vaiſſeau & par-deſſus, puis il la repaſſoit de même par deſſous, en faiſant le tour du vaiſſeau, & la faiſoit ſortir à un doigt de ſon entrée; il mettoit entre les deux bouts du fil, une petite compreſſe ſur laquelle il faiſoit la ligature, puis il mettoit les aſtringents ſur la playe, & levoit l'appareil le 4.me jour.

Paré fait remarquer que ſi c'eſt une amputation de la jambe, il la fait tenir pliée, puis après la ſection de l'os, il la fait étendre, afin que les vaiſſeaux que l'on veut lier ſe manifeſtent mieux. Il dit qu'il eſt le premier qui a trouvé ce moyen. Je ne me ſuis point apperçû qu'il ait produit l'effet qu'il lui attribuë, car comme les vaiſſeaux ſont attachés aux chairs qui les environnent, ils les ſuivent par leur reſſort, lorſqu'elles ſe retirent. Paré a fait d'autres découvertes plus importantes, il eſt le premier qui a fait la ligature des vaiſſeaux dans l'amputation. Gourmelen s'eſt gendarmé en vain contre cette ligature des vaiſſeaux; malgré tout ce qu'il a pû dire, cette méthode a été trouvée très-utile, & a été ſuivie..

J'ai trouvé encore d'autres nouveautés dans Paré; il ne ſe les attribuë pas, mais je ne les ai point rencontrées ailleurs. L'une qu'il eſt le premier où je vois l'uſage du couteau courbe pour couper les chairs, il ne paroît pas que Maggius, qui a écrit peu de temps avant Paré, s'en ſoit ſervi, il ne le dit pas dans ſa deſcription : je ne voudrois pourtant pas aſſûrer que l'on ne s'en ſoit ſervi avant Paré, il y a un endroit dans Botal qui le feroit ſoupçonner. Dans la deſcription qu'il donne de la maniére dont on faiſoit l'opération de ſon temps, il ſe ſert ſeulement du mot de *cultro* [a] à l'ablatif, ſans dire que ce couteau étoit courbe : mais ſon Commentateur Van Horne dit, *cultrum intelligit inſtar corniculatæ lunæ falcatum.* Botal ſe ſert du mot de *novacula.* Mais Hildam, qui s'eſt ſervi du couteau courbe, employe auſſi le mot de *novacula.*

L'autre nouveauté que j'ai vûë dans la deſcription de Paré, eſt

[a] *De vuln. ſclop. c. 22. p. 788.* Il dit : *Duplici modo chirurgica ars, dum fas eſt, amputare ſolet, nempe ſerra & cultro.*

est qu'il coupe les chairs entre les deux os de la jambe; il se servoit pour cela d'un bistouri un peu courbe. Il n'est pas sûr que Paré soit l'auteur de ces deux derniéres nouveautés, il n'auroit pas manqué de s'en faire honneur, comme il a fait des précédentes, puisqu'elles sont d'une grande utilité: car l'on s'en est toûjours servi depuis ce temps-là.

Il y en a encore une autre que je ne trouve point avant lui, & qu'il ne s'attribuë pas plus que les deux derniéres, c'est qu'après avoir lié les vaisseaux, il ramenoit la peau & les chairs sur les os, & les y contenoit en faisant quatre points d'aiguille en croix, aux levres de la playe. Sans doute que cette méthode se pratiquoit de son temps, mais elle étoit inutile, & même impossible en quelques occasions. Elle n'étoit d'aucun usage, 1.° lorsqu'on coupoit les chairs dans la partie morte, parce que les chairs & la peau sphacelée ne pouvoient soûtenir les points d'aiguille, elles se seroient facilement déchirées. 2.° Ceux qui coupoient dans le vif, & qui appliquoient les fers chauds sur toute la surface de l'amputation, ne pouvoient aussi s'en servir, à cause de la croûte qui s'y formoit, & parce que ces chairs étant à moitié cuites devoient se déchirer facilement. Ceux mêmes qui ne se sont point du tout servis de feu, ont été obligés de l'abandonner, à cause que lorsque les fils serroient un peu fort, elle causoit beaucoup de douleur, & produisoit de l'inflammation à la partie, ce qui obligeoit de couper les fils au plus vîte. Elle devenoit inutile, si on ne serroit un peu les fils. Le bandage seul satisfait à l'intention que l'on se propose dans cette méthode.

Daniel Sennerte décrit l'amputation de la même maniére que Paré.

Pigray ne différe de Paré, qu'en ce qu'il dit que lorsqu'il ne peut prendre aisément les vaisseaux avec le bec de corbin, il les cautérise avec le cautere actuel.

Guillemeau est de même sentiment; outre cela il fait la ligature des vaisseaux d'une maniére particuliére (page 508), il perce la peau au dessus de l'amputation avec une aiguille

enfilée d'un bon fil qu'il conduit au dessus, & au de-là du vaisseau, puis il perce la chair au dessous du vaisseau, avec la même aiguille qu'il fait sortir sur la peau à un doigt du premier point, il embrasse de cette maniere le vaisseau & les chairs, qu'il serre, en liant les deux extrémités du fil sur une petite compresse qu'il y met, pour empêcher le fil de couper la peau. Cette méthode ne paroît avoir été suivie que de Dionis, encore y a-t-il fait un changement, comme je le dirai en son lieu.

Fabrice d'Aquapendente qui a écrit au commencement du 17.me siécle [a], coupoit les chairs dans le sphacelé, dont il laissoit l'épaisseur d'un doigt, comme Avicenne & Vésale, & par-là, dit-il, il évitoit l'hémorragie & la douleur; puis il appliquoit le feu sur la partie, jusqu'à ce que le malade sentît la chaleur, & qu'il se fût formé une croûte sur l'embouchure des vaisseaux.

Cette pratique a été enfin rejettée, parce qu'elle est sujette à plusieurs inconvénients. Le premier est que quelque précaution que l'on prenne pour brûler tout le mort que l'on laisse sur le vif, on doit craindre qu'il n'en reste assés pour produire la corruption dans la partie saine. Le second inconvénient est que la partie sphacelée & cautérisée, étant séparée du vif par la suppuration, il reste un bout d'os allongé, qui retarde beaucoup la guérison de la playe, qui ne peut se consolider facilement.

Marcus Aurelius Severinus [b] décrit l'opération comme Paré, il en differe pourtant en ce qu'il ne fait point la ligature des vaisseaux. Il se contente de ramener la peau par dessus la playe. Il recouvre les vaisseaux, il y assujettit cette peau avec du fil passé en croix, enfilé dans deux aiguilles. Nous avons fait voir ci-dessus les inconvénients de cette méthode.

Guillaume Fabrice Hildan [c], après avoir lié le membre très-fortement, pour suspendre la circulation du sang, assujettit

[a] *De Chirurg. operat. cap. 96. p. 123. edit. 1619.*

[b] *Chirurg. lib. 2. pars prima, cap. 9. pag. 243. edit. 1632.*

[c] *Chirurg. lib. 7. cap. 23. de sphacelo.*

la partie ſur un banc avec une bande; il enveloppe le membre avec une eſpece de manche de cuir, dont l'extrémité peut être ſerrée en forme de bourſe, puis il coupe les chairs dans le vif juſqu'à l'os, avec un raſoir ou autre couteau courbe tranchant des deux côtés. Il dépouille l'os de ſon périoſte, & lorſqu'il y a deux os, il coupe les chairs qui ſe trouvent entre deux avec un biſtouri un peu courbe, après quoi il enveloppe la chair coupée, en ſerrant les cordons de la manche, & par ſon moyen il retire les chairs en haut, il découvre l'os, & empêche que le ſang qui ſort des vaiſſeaux ne cache l'endroit où l'on doit appliquer la ſcie avec laquelle il coupe l'os: puis ayant ôté la manche & les liens, il applique le cautére actuel ſur les vaiſſeaux, juſqu'à ce qu'il s'y ſoit formé une croûte pour arrêter le ſang.

Ce que Hildan a de ſingulier, c'eſt 1.° qu'il ſe ſert d'un banc pour aſſujettir le membre qu'il veut amputer; mais cela paroît très-inutile, & peut même être embarraſſant, ce qui eſt cauſe que l'on ne l'a pas ſuivi en cela. 2.° Il ſe ſert d'une eſpece de manche de cuir qui eſt auſſi plus embarraſſante qu'utile, puiſque l'on ſe ſert avec plus de facilité & de promptitude d'une bande de linge large & fenduë en deux par une de ſes extrémités. Hildan s'eſt auſſi quelquefois ſervi du couteau rougi au feu pour couper les chairs. Il ſe ſert du cautere actuel pour arrêter le ſang des vaiſſeaux, principalement lorſque le membre eſt ſphacelé; mais, ſelon lui, on peut ſe ſervir de la ligature, ſi le patient eſt jeune, robuſte & pléthorique, & pour lors il fait la ligature du vaiſſeau comme a fait Ambroiſe Paré. Il cite mal-à-propos Celſe, Galien & Avicenne ſur la ligature des vaiſſeaux dans l'amputation, puiſqu'ils ne l'ont faite qu'aux vaiſſeaux ouverts par des playes, comme je l'ai dit ci-deſſus.

Hildan ramene la peau & les chairs autant qu'il peut par deſſus les os, ſans les y aſſujettir avec du fil paſſé en croix dans les chairs & dans la peau, & dont il ne veut pas qu'on ſe ſerve pour les raiſons que nous avons dites ci-deſſus.

Vigier, qui a donné ſes œuvres de Chirurgie vers le milieu

du siécle passé, faisoit l'amputation de la même maniére & avec les mêmes précautions que Pigray. Barbet a fait la même chose, il a écrit un peu plus tard que Vigier, Nuck les a suivis de près. Il est le premier qui parle du Tourniquet que le S.r Morel a inventé pour suspendre l'hémorragie, mais il trouve la ligature des vaisseaux si douloureuse, qu'il aime mieux se servir du cautere actuel. Il se trompe, car la ligature du vaisseau bien faite, est moins douloureuse & bien plus sûre que le cautere actuel. Nuck dit qu'on peut se servir d'une espece de champignon qu'il appelle *bouist*, & que nous nommons *vesce de Loup* [a]; on s'en sert communément en Allemagne & en Hollande pour arrêter les hémorragies. Charriére [b], Jean-Baptiste Verduc [c], Dionis, n'ont fait que copier les auteurs qui les ont précédés dans la description qu'ils ont donnée de l'amputation. Mais Dionis donne deux nouveaux moyens d'arrêter le sang par la ligature des vaisseaux. Dans le premier, il lie le vaisseau avec un fil ciré & enfilé dans une aiguille, & se sert du valet à Patin pour prendre le vaisseau & le tirer dehors; il entoure le vaisseau avec le fil, il passe après cela l'aiguille & le fil à travers l'extrémité du vaisseau, puis il le lie & le fixe de maniére qu'il ne peut se déranger par la pulsation du sang. Dans le second moyen, il prend deux aiguilles enfilées du même fil ciré, il en passe une au dessus du vaisseau dans les chairs qu'il traverse avec la peau, & qu'il fait sortir à deux travers de doigts au dessus de l'amputation. Il perce avec l'autre aiguille les chairs & la peau au dessous du vaisseau, & la fait sortir à un demi-travers de doigt de l'autre point d'aiguille; il met entre les deux une petite compresse sur laquelle il noue ces deux fils, & serre ainsi le vaisseau. Ce second moyen ne differe de celui dont parle Guillemeau, que parce que ce dernier ne se sert que d'une aiguille.

Le valet à Patin est une espece de pince qui a été inventée vers le milieu du siécle passé, & dont on ne fait pas aujourd'hui

[a] *V. les Mem. de l'Acad. de cette année 1732. p. 33.*

[b] *Edit. 1721. p. 322.*

[c] *Edit. 1721. p. 351.*

un grand usage. M. Garangeot, Maître Chirurgien de Paris, en donne la description [a] & sa figure. Dans le commencement qu'on s'est servi de cet instrument, on y passoit un fil en nœud coulant, on tiroit l'artere en dehors avec le valet à Patin, & l'on lioit l'artere à nud sur laquelle le fil n'étoit pas fixé, de maniére qu'il ne pût couler, ce qui étoit sujet à deux inconvénients. 1.° Si on serroit le fil un peu fort pour l'empêcher de couler, il coupoit peu-à-peu l'artere dont le bout lié se séparoit trop tôt, & l'hémorragie se renouvelloit plus dangereusement qu'auparavant. 2.° Si la ligature que l'on faisoit étoit un peu lâche, la pulsation continuelle du sang poussoit peu-à-peu le fil, & le faisoit couler jusqu'à l'extrémité du vaisseau qu'il abandonnoit. Dionis a voulu remédier à ce défaut, en passant le fil à travers le vaisseau, dans le premier moyen qu'il propose, & qui n'a pas été suivi, parce qu'il est trop composé. Le second moyen l'est encore davantage, il est aussi plus douloureux. Aujourd'hui on lie les arteres à la maniére de Paré, qui est la plus simple, & suivie de tous les bons praticiens. On passe l'aiguille, comme je l'ai déja dit, à travers les chairs qui sont autour de l'artere, & l'on nouë les deux bouts du fil sur une petite compresse de linge. Dionis dit aussi qu'on peut arrêter le sang avec un bouton de vitriol, ce qui a été pratiqué & recommandé par plusieurs praticiens du dernier siécle.

Le vitriol de Cypre, qui est celui dont on se sert pour brûler l'orifice des arteres ouvertes, & qui y fait un bon escarre, n'arrête pas si promptement le sang que le cautere actuel & la ligature, il faut qu'il se liquefie pour s'insinuer dans les pores des chairs; ainsi ce remede ne peut agir que lentement. Le sang auroit bientôt franchi la barriére qu'on lui oppose, si on ne prenoit de grandes précautions : ceux qui s'en sont servis, ont mis des compresses graduées sur le bouton de vitriol, & d'autres compresses longues sur le passage des vaisseaux, de maniére qu'au moyen d'un bandage un peu serré, les chairs pouvoient être comprimées sur les vaisseaux.

[a] *Traité des instrum. de Chirurg. tom. 2. p. 13. & suiv.*

On ne manquoit pas de mettre un garçon qui tenoit inceſſamment la main ſur le moignon. On prenoit, à la vérité, les mêmes précautions dans les autres appareils de l'amputation, mais ſur-tout dans celui-ci on y avoit une attention très-exacte.

Au ſurplus on évitoit de ſe ſervir de forts ſupuratifs, pour ne point donner occaſion à l'eſcarre de ſe ſéparer trop promptement, & de tomber avant que l'extrémité du vaiſſeau fût entiérement reſſerrée & tout-à-fait bouchée.

Il ne ſera pas hors de propos d'expliquer ici l'action des Eſcarrotiques. Je vais donner mes conjectures ſur cette matiére, qui eſt remplie de difficultés comme beaucoup d'autres. Il me paroît qu'il eſt toûjours bon de les hazarder, cela engagera ſans doute quelques Phyſiciens à les examiner avec attention, & peut-être à en propoſer de plus vrai-ſemblables, que l'on recevra avec plaiſir.

On fait en général deux ſortes de cauſtiques ou cauteres; l'un eſt appellé *cautere actuel*, & l'autre *cautere potentiel*. Le cautere actuel eſt le feu, & tous les corps brûlants, comme le fer, l'eau & les huiles très-chaudes, &c. Lorſqu'on les applique ſur une partie, leur chaleur pénetre les chairs où il ſe trouve de l'air enfermé dans les liqueurs qui y circulent, cet air eſt rarefié & dilaté extraordinairement par la grande chaleur. Cette violente dilatation ſépare & deſunit toutes les parties entre leſquelles l'air ſe trouve logé, & en détruit ainſi la ſtructure. L'air dilaté s'échappe facilement des pores & des interſtices des chairs qu'il a détruites, il enleve en même temps toutes les parties aqueuſes qui s'y trouvent, ce qui eſt cauſe que l'endroit brûlé ſe ſéche, & qu'il s'y forme une croûte.

Le plomb fondu, le ſoufre fondu & les huiles très-chaudes, dont quelques praticiens ſe ſont ſervis, agiſſent de la même maniére.

Je fais de trois ſortes de Cauteres potentiels, par rapport aux parties ſur leſquelles ils agiſſent. Les premiers n'ont d'action que ſur les chairs découvertes de la peau ; les ſeconds agiſſent ſur la peau & les chairs, & les troiſiémes n'attaquent ſeulement que la peau.

Les cauteres de la premiére sorte sont le vitriol de Cypre, l'arsenic, le sublimé corrosif, &c. Ils ne font escarres que dans les chairs, & n'en font point lorsqu'ils sont appliqués sur la peau. On ne se sert pour l'ordinaire que du vitriol de Cypre pour cautériser les vaisseaux, parce que l'arsenic & le sublimé corrosif agissent trop lentement, quoique d'ailleurs ils fassent un bon escarre. Ces sels absorbent l'humidité qui les dissout, au moyen de laquelle ils s'introduisent dans les pores des parties intégrantes & insensibles qui composent les chairs, de la maniére dont je l'ai expliqué dans mon dernier Mémoire*. Le sang, qui circule dans ces parties, y fournit incessamment de nouvelle humidité, qui vrai-semblablement s'unit aux particules des sels à mesure qu'elles y arrivent, ce qui donne occasion aux particules salines de pénétrer de plus en plus dans les chairs, où elles trouvent toûjours de nouvelle humidité qui s'accumule autour des sels ; les pores qui les contiennent sont obligés de s'aggrandir, les particules solides qui en forment les parois sont forcées de s'écarter & de se desunir, & par ce moyen toute la tissure des fibres qui composent les vaisseaux & les chairs est bouleversée, & forme une substance qui n'est plus chair, & ne peut plus recevoir aucune nourriture.

* *En cette année 1732. p. 44.*

Les cauteres potentiels de la seconde sorte sont de plusieurs especes. Il y en a de liquides, il y en a de solides. Les liquides cautérisent la peau & les chairs dans l'instant qu'on les y met ; tels sont l'huile de vitriol, l'esprit de nitre, l'eau régale ; leur action est fort vive. L'esprit de sel & l'esprit de vitriol ne cautérisent que légerement ; on n'employe pas ordinairement ces esprits seuls pour cautériser, mais seulement lorsqu'ils sont joints à quelques parties métalliques ou salines ; on employe plus souvent le beurre d'antimoine, le beurre d'arsenic, l'huile ou la liqueur du mercure qui provient des lotions du turbit minéral.

Les caustiques solides sont ou métalliques ou salins. Les métalliques sont la pierre infernale faite avec l'argent ou le cuivre dissous dans l'esprit de nitre ou l'eau-forte, &c.

Les cauſtiques ſalins ſont ceux que l'on employe ordinairement, & que l'on appelle proprement *cauteres.* Ils ſont faits avec la chaux & la cendre gravelée, &c. on en fait avec la leſſive de ſavonnerie, compoſée de ſoude, de chaux vive, de couperoſe, &c. mais ces cauteres ne ſont pas ſi bons que les précédents.

Ces cauſtiques brûlent & cautériſent la peau & les chairs, & produiſent un eſcarre ſans cauſer de grandes douleurs.

Pour expliquer l'action de ces cauſtiques, il faut obſerver qu'en général toutes les matiéres qui ont ſouffert un grand feu ſont cauſtiques. Les unes perdent cette cauſticité en ſe refroidiſſant, comme ſont tous les cauteres actuels. Les autres conſervent leur cauſticité en ſe refroidiſſant, comme il arrive aux cauteres potentiels; la matiére éthérée, qui s'y eſt fait un paſſage & un courant pendant qu'ils ont été dans le feu, elle les y conſerve après qu'ils ſont refroidis, de la même maniére que la matiére magnétique ſe fait un paſſage & un courant dans les pierres d'aimant & dans le fer poſés dans une certaine ſituation, & les y conſerve après qu'ils ſont retirés de cette ſituation. La matiére éthérée s'eſt fait un paſſage dans la chaux & dans les eaux fortes pendant qu'ils ont été dans le feu, par une diſpoſition & un arrangement qu'il donne aux parties qui les compoſent, ce qui les a rendus cauſtiques, elle y conſerve ce paſſage après même qu'elles ſont refroidies. Si l'on met la chaux dans de l'eau, elle s'y échauffe conſidérablement. Si l'on met de l'eau dans les eaux fortes, toutes liquides qu'elles ſont, elles s'échauffent ſi fort qu'elles en deviennent brûlantes par la ſeule chaleur qui s'y produit, & principalement l'huile de vitriol qui a ſouffert un plus grand feu que les autres.

Les ſels & les autres matiéres dont on fait les cauteres potentiels ordinaires, ne deviennent cauſtiques que par une pareille diſpoſition & un arrangement que le feu donne aux parties qui les compoſent, & qui fait que la matiére éthérée y circule en quantité, même après qu'elles ſont refroidies. Cette matiére éthérée ranimée, pour ainſi dire, par celle qui circule

circule dans la partie chaude sur laquelle le caustique est appliqué, passe dans les chairs, y entraîne avec elle des parties salines du caustique, excite quelque fermentation dans les liqueurs qui y circulent, & y rarefie extrêmement l'air qui s'y trouve, comme nous l'avons dit en expliquant l'action des fers chauds.

Voilà ce qui me paroît de plus vrai-semblable pour l'intelligence de ce phénomene, en attendant que quelques expériences nous donnent occasion, ou à quelques autres, d'en proposer de plus probables.

Les caustiques de la troisiéme sorte agissent sur la peau. C'est improprement qu'on les appelle *escarrotiques*, ils ne font point d'escarre, il ne paroît pas même qu'ils agissent sur l'épiderme qui reste dans son entier. Je ne les place dans ce rang, que parce qu'ils font à peu-près le même effet que les corps très-chauds, qui ne restent que très-peu de temps sur une partie, ils ne produisent que des vessies sur la peau, & pour cela on leur a donné le nom de *vessicatoirs* [a].

On met au nombre des vessicatoirs les cantharides dont on se sert le plus souvent.

Le *Ranunculus tuberosus major. J. B. tom. 3. p. 417.*

Le *Flammula Ranunculus. Dod. pempt. p. 432.*

Le *Flammula. Dod. pempt. p. 404.*

Le *Flammula altera. Dod. pempt. p. 405.* qui est le *Flammula Jovis surrecta. Ger.*

Fabrice d'Aquapendente aimoit mieux se servir de cette plante que des cantharides, parce qu'elle ne cause point d'accident à la vessie comme le font quelquefois les cantharides, selon lui. Pour moi je n'ai jamais vû arriver aucun de ces accidents, quoique j'aye ordonné un grand nombre de fois l'application des cantharides.

On employe aussi très-souvent la racine de *Thymelea*.

Pour bien découvrir de quelle maniére agissent les vessicatoirs sur la peau, il n'y a qu'à examiner comment l'eau très-chaude & les fers chauds produisent le même effet.

[a] *Willis, tom. 1. de medic. operat. p. 268.*

Si l'eau bouillante ou un fer très-chaud touche la peau en quelque endroit de notre corps, nous y ſentons une douleur vive. Il ſe forme en peu de temps des veſſies pleines de liqueur ſur la peau. L'eau très-chaude ou bouillante n'eſt différente de l'eau froide, qu'en ce que l'eau chaude contient une plus grande quantité de matiére éthérée qui paſſe de l'eau dans la peau, elle la pénetre, elle dilate l'air enfermé dans les liqueurs qui y circulent : elle rarefie donc la lymphe qui ſe trouve dans les vaiſſeaux, & qui fait en partie la matiére de la tranſpiration, elle accelere ſon mouvement vers les vaiſſeaux excrétoirs de la peau. Ces vaiſſeaux délicats qui ne peuvent contenir la liqueur rarefiée, ſe rompent ſous l'épiderme où ils ſe terminent; la lymphe que ces vaiſſeaux tranſportent pour la faire paſſer à travers les pores de l'épiderme, s'y épanche & produit une veſſie.

L'expérience fait ſouvent voir pendant l'hyver qu'en ſe tenant auprès du feu, il ſe produit ſur les jambes de pareilles veſſies, quoiqu'elles ſoient quelquefois éloignées du feu de plus de deux pieds, ſelon que le feu eſt plus ou moins ardent. On produit le même effet avec les fers très-chauds que l'on approche de la peau ſans y toucher.

Les cantharides & les autres veſſicatoirs appliqués ſur le corps vivant, excitent ſur la peau les mêmes veſſies remplies de liqueur. Il faut donc qu'il y ait dans les cantharides quelque choſe qui, comme l'eau chaude & le fer chaud, rarefie la liqueur qui circule dans la peau : ce n'eſt point la chaleur actuelle des cantharides, on les applique froides, mêlées avec quelque onguent ou quelque pâte. Ce ne peut être vrai-ſemblablement que le ſel volatil que contiennent les cantharides, qui eſt très-ſubtil & très-dégagé, capable d'être mis en mouvement par la tranſpiration & par la chaleur que lui fournit la partie ſur laquelle on l'applique. Ces ſels, mis en mouvement, pénétrent la peau, font efferveſcence avec la lymphe, qui par ſa rarefaction dilate & rompt les vaiſſeaux excrétoirs, produiſent enfin le même effet que l'eau bouillante & le fer chaud; mais comme l'efferveſcence que les veſſicatoirs

excitent n'est pas si vive & si prompte, elle ne produit pas de douleur. Une preuve que les vessicatoirs ont besoin de la chaleur de la partie pour agir, c'est qu'ils ne produisent aucun effet sur les cadavres.

Van Helmont [a] paroît être le premier qui a fait cette observation. J'ai trouvé, comme lui, par les expériences que j'en ai faites à Namur, que les cantharides n'excitoient aucune vessie sur les cadavres; mais l'eau chaude & le fer chaud en produisent, à cause de la quantité de matiére éthérée qu'ils fournissent à la peau. Van Helmont a encore observé que les cauteres potentiels ne font aucun escarre sur les cadavres, quoiqu'ils les dissolvent, j'en ai fait l'expérience.

J'ai appliqué une pierre à cautere sur une partie de cadavre humain, j'ai mis sur le cautere un morceau de peau appliquée par le côté de la graisse. J'ai trouvé quinze heures après le cautere fondu; la surface externe de la peau qui couvroit le cautere étoit de couleur incarnat de la largeur d'un pouce, le poil n'y tenoit plus, & s'enlevoit facilement. Cette peau étoit très-ferme dans l'étenduë de deux pouces, mais au de-là la peau avoit sa couleur & sa mollesse naturelle, & le poil y tenoit très-bien.

La graisse de cette peau, & qui touchoit immédiatement le cautere, étoit aussi devenuë incarnat d'environ l'étenduë d'un pouce & demi, mais elle étoit noire dans l'endroit où la pierre l'avoit touchée. Trois jours après cette graisse étoit dissoute de l'épaisseur d'une ligne, elle étoit très-brune & molle comme de la bouillie refroidie.

La peau de la partie sur laquelle la pierre avoit été appliquée, n'avoit aucun de ces changements, car quoique la pierre fût fonduë, & qu'elle eût pû agir sur cette peau comme sur la graisse de la peau qui la couvroit, la peau n'avoit point changé de couleur, les poils y tenoient très-bien. Trois jours après, la matiére du cautere fonduë n'avoit pas fait plus d'impression à la peau, mais les poils n'y tenoient plus si bien, l'épiderme s'enlevoit facilement en quelques endroits.

[a] *Tractat. de potestate medicam. n.° 60.*

J'ai réitéré cette expérience avec de pareille pierre à cautere ſur une autre partie de cadavre. J'ai appliqué cette pierre ſur la peau, je l'ai recouverte d'une portion de la même peau diſſéquée, enſorte que la pierre étoit enveloppée de tous côtés de l'épiderme de la peau, la graiſſe du morceau de deſſus étoit à l'extérieur; j'ai appliqué ſur le tout des linges très-chauds.

J'ai trouvé quinze heures après, que la peau qui couvroit le cautere deſſus & deſſous étoit devenuë brune, le cautere fondu, les poils ſe tiroient facilement, & ne tenoient plus en cet endroit. J'ai touché cette peau avec le bout d'une ſonde, je l'ai trouvée comme de la bouillie refroidie, c'eſt-à-dire, diſſoute juſques dans la graiſſe environ deux ou trois lignes de profondeur; ſans doute la chaleur que j'ai portée dans cette partie avec des linges a produit cet effet.

L'on voit dans ce Mémoire le progrès que la Chirurgie a fait dans l'opération de l'Amputation. Elle eſt devenuë moins dangereuſe & plus ſûre, les malades ne courent plus de riſque de mourir par l'hémorragie pendant l'opération ; & après l'opération, au moyen du Tourniquet, & de la ligature des vaiſſeaux bien faite, on ſe rend maître de l'écoulement du ſang. Elle eſt devenuë moins douloureuſe & moins cruelle depuis qu'on ne ſe ſert plus de Cauteres actuels. La guériſon en eſt devenuë plus facile & plus prompte, en évitant la ſuppuration, & en panſant rarement & doucement.



PROBLEME
SUR
LES EPICYCLOIDES SPHERIQUES.

Par M. BERNOULLI, Professeur de Mathématique à Bâle.

Voy. Acad. Petrop. vol. 1. p. 210.

SOIT le cercle immobile *HBED*, dont le centre est *C*, & le rayon *CB*. Soit sur ce cercle un autre cercle mobile *BLA*, qui tourne de *E* par *B* vers *H*, dont le rayon est *GB*, & qui conserve, en tournant, la même inclinaison sur le plan du cercle immobile. Soit le commencement de la rotation en *E*, d'où un point *L*, dans la circonférence du cercle mobile, commence à décrire l'Epicycloïde *ELl*, qui sera sur quelque superficie sphérique; on demande la rectification de l'Epicycloïde *ELl*, la maniere de la déterminer, &c. Fig. 1.

Préparation pour la Solution.

Considérons le cercle mobile dans une situation quelconque touchant en *B* le cercle immobile, & prêt à parvenir en *b*, infiniment proche de *B*, pendant que le point décrivant *L*, pris sur la circonférence du cercle mobile, passe en *l*; & l'on aura *Ll* pour l'élement de l'Epicycloïde *ELl*.

Soit donc conçû le point du contact *B* estre venu en *b*, & l'arc du cercle mobile *BL*, transporté en *bl*, qui sera augmenté de la particule *Bb*, élement commun aux deux cercles dans lequel ils se touchent. On aura donc, par la nature de la rotation, *Bb* $=$ la différence de l'arc *BL*, & partant $=$ l'arc *bl* — l'arc *BL*. Des points *B* & *b* soient tirées les tangentes *BS*, *bs* communes aux deux cercles: *BS* sera la commune intersection des plans du cercle mobile,

& de l'immobile pour le point de contact B; mais bs sera l'intersection commune des mêmes plans pour le point de contact passé en b. D'où l'on voit que BS est perpendiculaire aux deux rayons CB & GB, & que l'angle CBG est la mesure de l'inclinaison mutuelle des plans, qui est donnée. Du point décrivant L, soit tirée la perpendiculaire LS sur la tangente BS, & la perpendiculaire LR sur le rayon BG du cercle mobile.

Soit de même, du point l, tirée la perpendiculaire ls sur la tangente bs, & la perpendiculaire lr sur le rayon bg dans la situation prochaine. Si maintenant des mêmes points S & s, on tire dans le plan immobile les droites SO & sO perpendiculaires aux tangentes BS & bs, & qu'on abbaisse des points L & l du cercle mobile, dans l'une & l'autre situation, les lignes LN & ln perpendiculaires au plan immobile; le point N sera dans la droite SO, & le point n dans sO; & la courbe ENn qui passe par tous ces points sera la projection ichnographique de l'Épicycloïde ELl. Car comme BS est perpendiculaire au plan qui passe par les droites BC & BG, de même BS est perpendiculaire au plan qui passe par les droites SN & SL : il faut entendre la même chose des deux autres plans qui passent par bC, bG, & par sn, sl, ausquels plans bs est perpendiculaire, & l'on aura ainsi les angles OSL, CBG, Cbg, Osl égaux entr'eux, & chacun égal à l'inclinaison constante des plans du cercle mobile & de l'immobile. Soit mis t au point où sO coupe BS, & l'on aura le triangle SOt semblable au triangle tbs qui est semblable au triangle BCb, comme on le voit facilement. Enfin soit conçûë NP dans le plan immobile parallele à St.

SOLUTION.

Cette préparation faite; soient le rayon du cercle immobile CB ou $Cb = a$, le rayon du cercle mobile GB, ou $gb = b$, le sinus droit de l'inclinaison des deux plans $= g$, en prenant l'unité pour le sinus total, son cosinus $= \sqrt{(1 - gg)} = h$,

l'abſciſſe dans le cercle mobile $BR = x$, ce qui donne RL ou $BS = \sqrt{(2bx - xx)}$, & partant $d(BR) = dx$, & $d(RL)$ ou $d(BS) = \frac{b-x}{\sqrt{(2bx-xx)}}dx$; $d(\text{arc } BL) = \frac{bdx}{\sqrt{(2bx-xx)}}$.

§. I. On trouvera le rayon de la ſphere ſur la ſuperficie de laquelle on décrit l'Epicycloïde, en prenant une quatriéme proportionnelle, au ſinus d'inclinaiſon des plans, au ſinus total, & à la diſtance CG des centres des deux cercles; or $CG = \sqrt{(aa - 2hab + bb)}$; on aura donc le rayon de la ſphere $= \frac{1}{g}\sqrt{(aa - 2hab + bb)}$. La démonſtration en eſt ſi facile, qu'elle ne mérite pas que je la mette ici.

§. II. Puiſque $d(BS)$ ou $\frac{b-x}{\sqrt{(2bx-xx)}}dx = bs - BS = bB - tS$; & que $d(\text{arc } BL)$ ou $\frac{bdx}{\sqrt{(2bx-xx)}} =$ l'arc bl — l'arc $BL =$ l'arc bE — l'arc $BE = bB$, on aura $tS = \frac{xdx}{\sqrt{(2bx-xx)}}$.

§. III. A cauſe des triangles ſemblables CBb, OSt, on a Bb ou $\frac{bdx}{\sqrt{(2bx-xx)}} . St$ ou $\frac{xdx}{\sqrt{(2bx-xx)}} :: CB$ ou $a . OS = \frac{ax}{b}$.

§. IV. A cauſe des triangles ſemblables CBb, bst, on a CB ou $a . bs$ ou $\sqrt{(2bx - xx)} :: Bb$ ou $\frac{bdx}{\sqrt{(2bx-xx)}} . ts = \frac{bdx}{a}$.

§. V. Maintenant à cauſe de l'angle droit LNS & de $LSN = ABC =$ l'inclinaiſon des deux plans, on aura $1 . h :: SL$ ou $x . SN$; d'où l'on tire $SN = hx$; donc $d(SN) = hdx$. Or $d(SN) = sn - SN = sn - tP = st + Pn$, donc $st + Pn = hdx$, & ôtant de part & d'autre st ou $\frac{bdx}{a}$, reſte $Pn = hdx - \frac{bdx}{a} = (\frac{ha-b}{a})dx$.

§. VI. On a OS ou (§. 3.) $\frac{ax}{b} . ON (OS - SN)$ ou $\frac{ax}{b} - hx :: St$, ou (§. 2.) $\frac{xdx}{\sqrt{(2bx-xx)}} . NP$, & ainſi $NP = \frac{(a-hb)xdx}{a\sqrt{(2bx-xx)}}$.

§. VII. De plus $1 . g :: SL$ ou BR ou $x . LN$, qui est la hauteur du point L sur le plan immobile; on aura donc $LN = gx$ & $d(LN)$ ou $ln - LN = gdx$.

§. VIII. Ayant ainsi trouvé les trois éléments $NP = \frac{(a-hb).xdx}{a\sqrt{(2bx-xx)}}$ (§. 6.), $Pn = \frac{ha-b}{a}dx$ (§. 5.) & $d(LN) = gdx$ (§. précéd.) on aura premiérement l'élement de la courbe de projection, ou $Nn = \sqrt{(NP^2 + Pn^2)} = dx\sqrt{\left[\frac{(a-hb)^2.x}{2aab-aax} + \frac{(ha-b)^2}{aa}\right]}$, & ensuite l'élément Ll de l'Epicycloïde $= \sqrt{[Nn^2 + d(NL)^2]} = dx\sqrt{\left[\frac{(a-hb)^2.x}{2aab-aax} + \frac{(ha-b)^2}{aa} + gg\right]}$ = (à cause de $hh + gg = 1$) $\frac{1}{a}dx\sqrt{\left[\frac{(a-hb)^2.x}{2b-x} + aa - 2hab + bb\right]}$, dont l'intégrale donne la longueur de l'arc de l'Epicycloïde EL. Mais, $aa - 2hab + bb$ étant $> (a - hb)^2$, on verra avec une légere attention, que cette intégrale en général dépend de la quadrature de l'hyperbole. *C. Q. F. T.*

§. IX. On voit par-là que M. Herman se trompe, lorsqu'il croit l'Epicycloïde sphérique rectifiable algébriquement; son paralogisme se trouve dans la ligne pénult. p. 215. là où il dit, *interea vero* (dum circulus generator rotatur) *describet BL sectorem LBl similem sectori Bβb*. Ce qui n'est pas vrai; car la ligne Bb n'est pas dans le même plan que le cercle générateur BLA, mais Bb décline de ce plan de la quantité de l'angle de contact bBe; d'où il est facile de voir que cette déclinaison dans la rotation empêche le secteur LBl d'être semblable au secteur $Bβb$.

Voyés sa Figure 5.

§. X. *Corol. 1.* Si $h = 1$, & par conséquent $g = 0$, on aura pour l'élément de la courbe cycloïdale $\frac{1}{a}dx\sqrt{\left[\frac{(a-b)^2.x}{2b-x} + (a-b)^2\right]} = \frac{a-b}{a}dx.\sqrt{\left(\frac{x}{2b-x}+1\right)} = \frac{a-b}{a}dx.\sqrt{\left(\frac{2b}{2b-x}\right)}$, dont l'intégrale (en lui faisant la correction nécessaire) donne $\frac{2a-2b}{a} \times [2b - \sqrt{(4bb - 2bx)}]$; dans laquelle si l'on prend $x = 2b$, on aura toute la demi-épicycloïde

épicycloïde $= \frac{4ab-4bb}{a}$. Or $\frac{4ab-4bb}{a} . 4b :: a-b . a$, c'eſt-à-dire, toute la demi-épicycloïde eſt au double du diametre AB du cercle générateur, comme la différence des rayons de l'un & de l'autre cercle, eſt au rayon du cercle immobile; c'eſt ce que trouve M. Herman dans ſon ſecond corollaire, & cela ne doit pas ſurprendre, parce que ſon paralogiſme ceſſe dans ce cas, où la cycloïde ceſſe d'être ſphérique, & devient plane; car h étant $= 1 =$ ſinus total, l'inclinaiſon des plans s'évanouit, & ils s'appliquent l'un ſur l'autre, de maniére que la petite ligne Bb ſe trouve dans le plan du cercle mobile auſſi-bien que dans l'autre, cas dans lequel on peut conclure avec vérité que le ſecteur LBl (dans la Figure de M. Herman) ſera ſemblable au ſecteur $B\beta b$, ce qui n'eſt pas permis dans les Epicycloïdes ſphériques, à cauſe de la non-coïncidence des plans.

§. XI. Il y a encore un autre cas dans lequel la ſimilitude de ces ſecteurs a lieu; c'eſt quand a ou le rayon du cercle immobile eſt infini, & qu'ainſi ſa circonférence dégénére en ligne droite coïncidente avec la tangente, & que par conſéquent la ligne Bb ſe confond avec Be qui eſt dans le même plan que le cercle mobile. Ainſi dans ce cas, il ſera vrai que toute la demi-cycloïde ſera au double du diametre AB, comme $\sqrt{(aa-2hab+bb)}$ à a, ou ſimplement comme a à a; car $\sqrt{(aa-2hab+bb)}$ devient $=a$, à cauſe de a infini, par rapport à b & hb. On aura donc dans ce cas-là la demi-cycloïde qui n'eſt que la cycloïde ordinaire, égale au double du diametre. Ce qu'on ſçait, il y a long-temps.

Mais notre formule $\frac{1}{a} dx \sqrt{\left[\frac{(a-hb)^2 . x}{2b-x} + aa - 2hab + bb\right]}$ le donne auſſi, en effaçant les termes qui s'évanouiſſent devant a & aa; car elle ſe change en celle-ci, $dx\sqrt{(\frac{2b}{2b-x})}$, qui étant intégrée, donne $4b - 2\sqrt{(4bb-2bx)}$ pour la longueur de l'arc de la cycloïde EL; ainſi prenant $x=$ tout le diametre $2b$, on a la demi-cycloïde $=4b$, c'eſt-à-dire, égal au double du diametre.

Mais ces deux cas dans lesquels la Solution de M. Herman est bonne, par la raison que nous en avons donnée, ne peuvent pas, comme nous avons dit à l'égard du premier, se rapporter à la classe des cycloïdes sphériques : car en effet ces cycloïdes sont toutes deux planes. Ainsi il n'y a pas une seule Epicycloïde sphérique qui ait la longueur que prescrit la regle tirée de cette Solution.

COROLLAIRE II.

§. XII. Soit maintenant $h = 0$, & par conséquent $g = 1$; ce qui est le cas où les plans des cercles sont perpendiculaires l'un à l'autre; on aura l'élement de l'Epicycloïde $Ll = \frac{1}{a} dx \surd(\frac{aax}{2b-x} + aa + bb) = \frac{1}{a} dx \surd(\frac{2aab + 2b^3 - bbx}{2b-x})$, dont l'intégrale, comme on a déja observé en général (§. 8.) dépend de la quadrature de l'hyperbole. Mais l'élement de la courbe de projection $Nn = \frac{1}{a} dx \surd(\frac{2b^3 + aax - bbx}{2b-x})$ s'integre par la quadrature du cercle si $a > b$, par la quadrature de l'hyperbole si $a < b$, mais algébriquement si $a = b$; car on a dans ce cas $\int \frac{b}{a} dx \surd(\frac{2b}{2b-x}) = \frac{4bb}{a} - \frac{2b}{a} \surd(4bb - 2bx)$. $= 4b - 2\surd(4bb - 2bx)$. Et ainsi la courbe de projection de toute la demi-Epicycloïde $= \frac{4bb}{a} = 4b$, c'est-à-dire, égal au double du diametre du cercle générateur : ce qu'on peut aussi déduire d'ailleurs; car cette courbe de projection est une Epicycloïde plane, produite par la rotation du cercle sur un cercle égal dans le même plan, le diametre de ce cercle étant sous-double du diametre du cercle mobile générateur de l'Epicycloïde sphérique, dont il est ici question, & dont la courbe de projection est aussi du genre des caustiques.

§. XIII. On a la rectification de la courbe de projection dans le cas $a = b$, non-seulement lorsque $h = 0$, mais quel que soit h; car alors l'élément Nn que nous avons trouvé en général (§. 8.) $= \frac{1}{a} dx \surd[\frac{(a-hb)^2 . x}{2b-x} + (ha - b)^2]$

dans ce cas où $a = b$, devient $= (1 - h)\, dx \sqrt{(\frac{2b}{2b - x})}$, dont l'intégrale est $(1 - h) \times [4b - 2\sqrt{(4bb - 2bx)}] =$ l'arc EN; & lorsque $x = 2b$, on aura la longueur de la demi-projettée, qui répond à la demi-épicycloïde $= 4b - 4hb$.

§. XIV. Au reste dans le cas $h = 0$, lorsque les deux cercles sont perpendiculaires l'un à l'autre, on trouve le rayon de la sphere, sur la superficie de laquelle l'Epicycloïde ELl est décrite $= \sqrt{(aa + bb)}$. D'où l'on voit qu'aucun des deux cercles ne sçauroit être un grand cercle de la sphere; car l'un & l'autre de leurs rayons, tant a que b est $< \sqrt{(aa + bb)}$.

COROLLAIRE III.

§. XV. Pour trouver maintenant les cas de rectificabilité de l'Epicycloïde sphérique; je vois d'abord que si dans la formule générale (§. 8.) $Ll = \frac{1}{a} dx \sqrt{[\frac{(a - hb)^2}{2b - x} + aa - 2hab + bb]}$, on fait $a = hb$, elle se change en $Ll = \frac{1}{hb} dx \sqrt{(bb - hhbb)}$, qui à cause de $1 - hh = gg$, devient $\frac{g\,dx}{h}$; ainsi donc en intégrant simplement, on a la longueur de l'arc de l'Epicycloïde $= \frac{g}{h} x$, ce qui fait voir que chacun de ses arcs EL dans le cas $a = hb$ est à l'abscisse BR en raison donnée de g à h, c'est-à-dire, comme la tangente de l'inclinaison mutuelle du cercle mobile & de l'immobile, au sinus total; propriété si singuliére, que je ne sçais pas si aucune autre courbe peut l'avoir, c'est-à-dire, s'il y a aucune autre courbe dont l'abscisse prise indéfiniment soit en raison donnée à son arc correspondant. On a donc dans ce même rapport de g à h toute la demi-Epicycloïde, au diametre du cercle mobile ou générateur; ou, ce qui revient au même, toute la demi-Epicycloïde est au double du diametre comme $\frac{1}{2} g$ est à h, ce qui s'éloigne beaucoup du rapport que donne M. Herman dans son premier Corollaire, où il dit, que toute l'Epicycloïde (il entend par-là seulement

la demi-Epicycloïde) eſt au double du diametre comme $\surd(aa+2hab+bb)$ à a, c'eſt-à-dire (dans le cas $a=hb$) comme g à h, rapport deux fois plus grand que le nôtre de $\frac{1}{2}g$ à h.

§. XVI. De plus, comme on a trouvé ci-deſſus (§. 8.) l'élément de la projection $Nn = \frac{1}{a}dx\surd[\frac{(a-hb)^2 . x}{2b-x} + (ha-b)^2]$ il eſt clair que cette courbe ENn eſt auſſi algébriquement rectifiable, lorſque $a=hb$, car on a alors $Nn = \frac{1}{hb}dx\surd(hhb-b)^2$ ou (à cauſe de $hh-1=-gg$) $= \frac{1}{hb}dx\surd g^4bb = \frac{ggdx}{h}$, dont l'intégrale donne la courbe $ENn = \frac{gg}{h}x$. D'où l'on voit que dans ce cas l'Epicycloïde eſt à la courbe de projection correſpondante, comme $\frac{gx}{h}$ à $\frac{ggx}{h}$, ou comme 1 à g, c'eſt-à-dire, comme le ſinus total au ſinus d'inclinaiſon des cercles : & ces trois lignes, l'épicycloïde, la courbe de projection, & l'abſciſſe correſpondante, ſont entre elles comme ces trois termes pris dans le même ordre, g, gg, & h.

SCHOLIE I.

§. XVII. Ce cas ou $a=hb$ eſt le ſeul qui rend l'Epicycloïde ſphérique algébriquement rectifiable ; & ſi de plus les rayons des deux cercles ſont commenſurables entre eux, c'eſt-à-dire, ſi a ou hb eſt à b, ou h à 1, où le coſinus d'inclinaiſon des plans eſt au ſinus total comme nombre à nombre, l'Epicycloïde ſera algébrique. Mais c'eſt ici une choſe digne de remarque, qu'ayant pris à volonté pour le cercle immobile, quelqu'un des petits cercles de la ſphere, le cercle mobile ſera toûjours un grand cercle de la même ſphere; car ces deux cercles en ſe touchant, ont l'inclinaiſon requiſe pour que $a=hb$, comme il eſt facile de voir ; car il eſt clair qu'ayant tiré des rayons des deux centres au point commun d'attouchement, on a le rayon du petit cercle, au rayon du

grand, comme le cosinus d'inclinaison, au sinus total, c'est-à-dire, a à b comme h à 1, & par conséquent $a = hb$: ce qu'on voit aussi par le §. 1, où les rayons du cercle immobile & du mobile a & b étant donnés & l'inclinaison de leurs plans, nous avons trouvé en général le rayon de la sphere $= \frac{1}{g} \sqrt{(aa - 2hab + bb)}$; car si pour a on substituë hb, on aura $\frac{1}{g} \sqrt{(aa - 2hab + bb)} = \frac{1}{g} \sqrt{(bb - hhbb)} =$ (à cause de $1 - hh = gg$) $\frac{1}{g} \sqrt{(ggbb)} = \frac{gb}{g} = b$.

SCHOLIE II.

§. XVIII. On peut rendre sensible la maniére dont cette Epicycloïde sphérique se décrit par un exemple assés élégant : concevons dans la Sphere céleste l'Ecliptique qui dans le point le plus bas touche le Tropique du Capricorne, faisant avec son plan une inclinaison de 23 degrés $\frac{1}{2}$.

Maintenant on peut concevoir de deux maniéres la génération de l'Epicycloïde ; car ou l'on peut supposer que la Sphere & le Tropique demeurant immobiles, l'Ecliptique se meut en tournant sur le Tropique, tandis que chacun de ses points, par exemple, celui qui est au commencement du Capricorne décrit l'Epicycloïde sphérique qu'on demande : ou bien, ce qui fait le même effet, on peut supposer que la Sphere entiére avec tous ses cercles conservant entre eux la même situation, se meut d'un mouvement uniforme autour de l'Axe du Monde d'Orient en Occident, pendant que quelque point mobile partant du commencement du Capricorne, s'avance d'un mouvement propre & uniforme dans l'Ecliptique d'Occident en Orient, avec une vîtesse uniforme & égale à celle d'un des points du Tropique. Car on voit que par ce moyen le point mobile dans l'Ecliptique décrira la même courbe qui avoit été décrite de la premiére maniére. Cette seconde maniére a une certaine analogie avec le mouvement du Soleil composé du mouvement diurne ou commun & du mouvement propre selon le systeme de Ptolémée

ou de Tycho; car en effet si le Soleil se mouvoit dans l'Ecliptique avec une vîtesse égale à celle qu'a le Tropique pour executer le mouvement diurne, & qu'ainsi le temps d'une révolution du Soleil dans l'Ecliptique fût au temps d'une révolution de la Sphere qui fait la longueur du jour naturel, dans le même rapport qu'a le rayon de l'Ecliptique *ou le* rayon de la Sphere au rayon du Tropique, ou comme le sinus total au cosinus de 23 degrés $\frac{1}{2}$, le centre du Soleil décriroit exactement une de nos Epicycloïdes sphériques algébriquement rectifiables. Mais comme le Soleil a son mouvement propre dans l'Ecliptique beaucoup plus lent qu'il ne faudroit pour cela, la ligne que le centre du Soleil décrit entre les deux Tropiques pendant l'espace d'une année par le mouvement combiné du mouvement commun & du mouvement propre, sera du genre des *Cycloïdes allongées* comme les Géometres les appellent, plûtôt que du genre des *Spirales* sous la forme desquelles Tycho les a conçûës.

SCHOLIE III.

§. XIX. Après tout cela, on voit comment il faut satisfaire au probleme de M. Offenburg, dans lequel on demande de faire à une voûte hémisphérique, des fenêtres ovales, dont le contour de chacune soit absolument rectifiable. Car quoique les Epicycloïdes sphériques, décrites selon la condition du Corollaire 3, n'ayent pas la forme d'ovales; cependant de deux ou plusieurs de leurs parties jointes & disposées comme il faut, on formera facilement une figure fermée & ovale, pourvû qu'on observe dans la description de notre Epicycloïde, de choisir pour le cercle immobile quelqu'un des petits cercles de la sphere, dont le rayon soit au rayon de la sphere, comme nombre à nombre, ce qui fera qu'on aura la construction géométrique de l'Epicycloïde, & tout à la fois sa longueur absolument rectifiable. *C. Q. F. T.*

SCHOLIE IV.

§. XX. Quant à la description ichnographique de l'Epi-

cycloïde ſphérique, c'eſt-à-dire, la maniere de déterminer la courbe de projection dans un plan, en abbaiſſant de chaque point de l'Epicycloïde, des perpendiculaires ſur le plan du cercle immobile, conſidéré comme la baſe; voici comment cela ſe fait. Soit décrit ſéparément un cercle $\alpha\lambda\beta$ égal au cercle mobile, & de quelque point fixe λ qui repréſente le commencement de la rotation, ſoit pris un arc $\lambda\beta$ à volonté, par le point β ſoit tiré le diametre $\beta\alpha$ auquel ſoit tirée la perpendiculaire $\lambda\tau$; enſuite du point E du cercle immobile qui ſoit l'origine commune de l'Epicycloïde & de la courbe projettée qu'on veut conſtruire, ſoit pris l'arc $EB =$ l'arc $\lambda\beta$, ce qui ſe peut toûjours faire algébriquement, puiſque, comme on le ſuppoſe, les rayons des cercles ſont commenſurables: enſuite du point B ayant mené la tangente $BS = \tau\lambda$, ſoit élevée au point S, dans le plan du cercle immobile, la perpendiculaire SN qui ſoit à $\beta\tau$ comme h à 1, c'eſt-à-dire, comme le ſinus complément d'inclinaiſon des deux cercles, au ſinus total. Cela fait, le point N ſera dans la courbe ENn de projection qu'on cherche, & ainſi on aura tant de ſes points qu'on voudra. La démonſtration eſt claire d'elle-même. Fig. 2.

REMARQUE.

§. XXI. Quoique, dans la Figure qui ſert à ce Mémoire, on ſuppoſe aigu l'angle CBG qui marque l'inclinaiſon des plans, & que le calcul ait été fait pour cette ſuppoſition, il faut cependant avertir que tout ce qui en réſulte ſe peut facilement accommoder à l'hypotheſe de l'angle CBG obtus, en changeant par-tout le ſigne de la lettre h d'une ſeule dimenſion, puiſque le coſinus de l'angle obtus devient négatif, ſi auparavant on avoit ſuppoſé dans l'analyſe l'aigu poſitif. D'où l'on voit que de toutes ces Epicycloïdes ſphériques, dans leſquelles l'angle d'inclinaiſon eſt obtus, il n'y en a aucune qui ſoit algébriquement ou abſolument rectifiable; car on auroit $a = -hb$, c'eſt-à-dire, le rayon du cercle mobile ſeroit négatif, & par conſéquent impoſſible; ce qui paroît auſſi, parce que le cercle mobile qui doit être un grand

cercle de la Sphere (§. 17.) fait toûjours néceſſairement l'angle d'inclinaiſon aigu avec les petits, pourvû que ces deux cercles ſe touchent, comme font par ex. l'Ecliptique & les Tropiques.

§. XXII. Il faut encore remarquer que la méthode que nous venons de donner, s'applique auſſi facilement aux Epicycloïdes ſphériques allongées & raccourcies, c'eſt-à-dire, lorſque le point décrivant L, au lieu d'être pris ſur la circonférence du cercle mobile, eſt pris au dedans ou au dehors; ou, ce qui revient au même, ſi l'on conçoit le cercle mobile ALB gliſſer au lieu de rouler, de maniére qu'un de ſes points B, pris à l'extrémité du diametre AB, raſe continuellement la circonférence du cercle immobile EBH, pendant que quelque point L de la circonférence du cercle mobile ſe meut d'un mouvement uniforme de B vers A paſſant par L, & avec une vîteſſe qui ſoit à la vîteſſe du point raſant B, qui s'avance de E vers H par B, comme 1 à n, ce qui fait que (prenant le point E pour l'origine commune de l'un & l'autre mouvement & de l'Epicycloïde qu'on décrit) l'arc BL eſt à l'arc EB dans le même rapport de 1 à n. Car par ce mouvement composé, le point L décrira une Epicycloïde ſphérique, allongée ſi n eſt plus grande que l'unité, & raccourcie ſi n eſt moindre; & ſi n eſt égale à l'unité, ce ſera l'Epicycloïde ordinaire dont nous avons parlé juſqu'ici.

§. XXIII. Je dis donc que par des calculs ſemblables aux précédents, on trouvera l'élément Nn de la courbe de projection $= \frac{1}{a} dx \sqrt{\left[\frac{(nab - ab + ax - nhbx)^2}{2bx - xx} + \frac{(ha - nb)^2}{1}\right]}$, & l'élément de l'Epicycloïde $Ll = \frac{1}{a} dx \sqrt{\left[\frac{(nab - ab + ax - nhbx)^2}{2bx - xx} + aa - 2nhab + nnbb\right]}$. Je n'entre point dans le détail des cas particuliers, on voit ſeulement qu'il n'y a rien qui puiſſe faire conclure qu'aucune de ces Epicycloïdes, ſoit allongées, ſoit raccourcies, ſoit abſolument ou algébriquement rectifiable. Pour leur conſtruction, on l'a par la maniére même dont elles ſe décrivent.

Sur

Sur les Courbes algébriques & rectifiables tracées sur une surface sphérique.

PROBLEME.

Décrire sur une surface sphérique une Courbe algébrique qui soit rectifiable.

I. SOLUT. Soit *RST* un grand Cercle de la Sphere supposé parallele à l'horison pour aider l'imagination, dont le centre est *C.* De chaque point *a, b, e, d,* de la courbe cherchée soient conçûë abbaissées sur le plan du cercle *RST* les perpendiculaires *aA, bB, eE, dD,* qui forment la courbe de projection *ABED,* dont il faut maintenant chercher la nature, & qu'il faut décrire, parce qu'on décrira ensuite facilement la courbe cherchée, en élevant perpendiculairement sur le plan du cercle de chaque point *B* les droites *Bb* qui rencontrent la superficie sphérique dans les points *b.* Pour cela, soit conçûë la courbe de projection *ABD* étenduë séparément en ligne droite $\alpha\beta\delta$ qui soit comme l'axe des appliquées αa, βb, εe, δd, égales respectivement aux droites *Aa, Bb, Ee, Dd,* prenant $\alpha\beta = AB$, $\alpha\varepsilon = AE$, &c. D'où résulte une nouvelle courbe *abed,* dont les parties *ab, ae,* &c. seront respectivement égales aux arcs *ab, ae,* &c. de la courbe sur la superficie sphérique. Fig. 3. & 4.

II. Cela supposé, je change le Probleme proposé en celui-ci : Transformer l'Axe rectiligne $\alpha\beta\delta$ en un curviligne *ABD,* de maniére qu'ayant pris un arc quelconque *AB* égal à une abscisse quelconque $\alpha\beta$, la hauteur *Bb* du point *b* sur le point *B* de la projection, soit égale à l'appliquée d'une ligne donnée *abd.* Si donc *abd* est algébrique, & de plus algébriquement rectifiable, comme le sont les droites & une infinité de paraboles; de plus si parmi toutes les lignes *abd,* il s'en trouve quelqu'une qui admette un axe courbe *ABD* construisible algébriquement, l'on voit que cette courbe décrite sur la surface de la Sphere, dont *ABD* est la projection,

sera algébrique & algébriquement rectifiable, comme ayant chacun de ses arcs égaux à chaque ab.

III. Prenons donc la plus simple de toutes les lignes algébriques rectifiables abd, sçavoir la ligne droite (que je trouve très-propre à nôtre dessein, car une autre comme la seconde parabole cubicale qui est aussi rectifiable, ne réussit pas). Ayant tirée df parallele à l'axe $\delta\alpha$, soit la raison de af à fd comme 1 à n, & ainsi $fa \,.\, da :: 1 \,.\, \sqrt{(nn+1)}$, ou (faisant $nn+1 = mm$) $af \,.\, da :: 1 \,.\, m$. Maintenant pour changer l'axe rectiligne $\alpha\beta\delta$ dans le curviligne ABD, ayant tiré du centre C les rayons infiniment proches CS, CT, qui coupent la courbe ABD dans les points B, E, & prenant R pour le commencement des arcs variables RS, RT, &c. soit fait $RS = x$, $CB = y$, le rayon $CS = 1$, $ST = dx$; $FE = dy$; ayant décrit le petit arc concentrique BF qui sera $= ydx$, on aura $BE = \sqrt{(yydx^2 + dy^2)} = \beta\epsilon$, la hauteur du point b sur le plan du cercle, c'est-à-dire, $bB = \sqrt{(1-yy)}$, & sa différence $d(bB) = \frac{-ydy}{\sqrt{(1-yy)}}$.

IV. Puisque donc $d(bB) \,.\, BE :: af \,.\, df :: 1 \,.\, n$, l'on aura $\frac{-ydy}{\sqrt{(1-yy)}} \,.\, \sqrt{(yydx^2+dy^2)} :: 1 \,.\, n$; & $\sqrt{(yydx^2+dy^2)} = \frac{-nydy}{\sqrt{(1-yy)}}$, ou $yydx^2 + dy^2 = \frac{nnyydy^2}{1-yy}$. Donc $yydx^2 = \frac{nnyydy^2}{1-yy} - dy^2 = \frac{(nn+1)yydy^2 - dy^2}{1-yy}$, & par-là on aura $dx = \frac{dy\sqrt{(nnyy+yy-1)}}{y\sqrt{(1-yy)}} =$ (à cause de $nn+1 = mm$) $\frac{dy\sqrt{(mmyy-1)}}{y\sqrt{(1-yy)}} = \frac{mmyydy - dy}{y\sqrt{[(1-yy)\times(mmyy-1)]}} = \frac{mmydy}{\sqrt{[(1-yy)\times(mmyy-1)]}} - \frac{dy}{y\sqrt{[(1-yy)\times(mmyy-1)]}}$.

V. La premiére partie s'integre comme il suit. Soit fait $yy = 2z$, & l'on aura $\frac{mmydy}{\sqrt{[(1-yy)\times(mmyy-1)]}} = \frac{mmdz}{\sqrt{[(1-2z)\times(2mmz-1)]}} = \frac{mmdz}{\sqrt{[-1+(2mm+2)z-4mmzz]}} = \frac{mmdz}{\sqrt{\left[\frac{(mm-1)^2}{4mm} - \left(2mz - \frac{mm+1}{2m}\right)^2\right]}} = \frac{2m^3dz:(mm-1)}{\sqrt{\left[1-\left(\frac{4mm}{mm-1}z - \frac{mm+1}{mm-1}\right)^2\right]}}$

$=$ (en substituant pour $2z$ sa valeur yy) $\frac{2m^3ydy:(mm-1)}{\sqrt{[1-(\frac{2mm}{mm-1}yy-\frac{mm-1}{mm-1})^2]}}$

$= \frac{\frac{1}{2}m\times 4mmydy:(mm-1)}{\sqrt{[1-(\frac{2mm}{mm-1}yy-\frac{mm-1}{mm-1})^2]}}$; donc $\int\frac{mmydy}{\sqrt{[(1-yy)\times(mmyy-1)]}}$

$= \frac{1}{2}m\times\int\frac{4mmydy:(mm-1)}{\sqrt{[1-(\frac{2mm}{mm-1}yy-\frac{mm-1}{mm-1})^2]}}$, c'est-à-dire, $=$ à un arc de cercle pris $\frac{1}{2}m$ fois, dont le rayon $= 1$, & le sinus droit $= \frac{2mm}{mm-1}yy - \frac{mm-1}{mm-1}$; soit appellé cet arc A.

VI. L'autre partie $\frac{-dy}{y\sqrt{[(1-yy)\times(mmyy-1)]}}$ s'integre de cette maniére : soit divisé chaque terme par y^3, l'on a

$\frac{-dy:y^3}{\sqrt{[(\frac{1}{yy}-1)\times(mm-\frac{1}{yy})]}}$ $=$ (faisant $\frac{1}{yy} = 2z$)

$\frac{dz}{\sqrt{[(2z-1)\times(mm-2z)]}} = \frac{dz}{\sqrt{[-mm+(2mm+2).z-4zz]}}$

$= \frac{dz}{\sqrt{[(\frac{mm-1}{4})^2-(2z-\frac{mm-1}{2})^2]}} = \frac{2dz:(mm-1)}{\sqrt{[1-(\frac{4}{mm-1}z-\frac{mm-1}{mm-1})^2]}}$

$=$ (en substituant pour $2z$ sa valeur qui est ici $\frac{1}{yy}$)

$\frac{-2dy:y^3(mm-1)}{\sqrt{[1-(\frac{2}{(mm-1).yy}-\frac{mm-1}{mm-1})^2]}} = \frac{\frac{1}{2}\times-4dy:y^3(mm-1)}{\sqrt{[1-(\frac{2}{(mm-1).yy}-\frac{mm-1}{mm-1})^2]}}$.

Donc $\int\frac{-dy}{y\sqrt{[(1-yy)\times(mmyy-1)]}} = \frac{1}{2}\int\frac{-4dy:y^3(mm-1)}{\sqrt{[1-(\frac{2}{(mm-1).yy}-\frac{mm-1}{mm-1})^2]}}$;

c'est-à-dire $=$ à la moitié d'un arc de cercle dont le rayon $= 1$ & le sinus droit $= \frac{2}{(mm-1).yy} - \frac{mm-1}{mm-1}$; soit appellé cet arc B.

VII. Nous avons donc par les §. 5. & 6. $\frac{1}{2}mA + \frac{1}{2}B$ $= \int\frac{mmydy}{\sqrt{[(1-yy)\times(mmyy-1)]}} - \frac{dy}{y\sqrt{[(1-yy)\times(mmyy-1)]}}$ $=$ (§. 4.) $\int\frac{dy\sqrt{(mmyy-1)}}{y\sqrt{(1-yy)}} = \int\frac{dy\sqrt{[(nn+1)yy-1]}}{y\sqrt{(1-yy)}} = \int dx$, ou $mA + B = 2\int dx = 2x$.

VIII. Pour la construction de cette équation, voici comme il s'y faut prendre. Soit SLM encore un grand Cercle de la Sphere dont le rayon $CL = 1$; soit pris dedans le sinus Fig. 5.

$MN = \frac{2mm}{mm-1}yy\frac{-mm-1}{mm-1}$, & encore l'autre ſinus $SR = \frac{2}{(mm-1 \,.\, yy)}\frac{-mm-1}{mm-1}$, l'on aura l'arc $LM = A$ & l'arc $LS = B$. Si donc on prend l'arc LM, m fois, & qu'on lui ajoûte l'arc LS, la moitié de la ſomme des deux arcs donnera l'arc cherché x, ou (dans la Fig. 3.) l'arc RS pour un y quelconque ou CB.

IX. Pour avoir une équation algébrique entre y & le ſinus de l'arc x qui détermine la nature de la courbe de projection ABD (*Fig. 3.*) & la courbe algébriquement rectifiable ſur la ſurface ſphérique, il faut choiſir pour m quelque nombre rationel (car on aura différentes courbes ſelon la diverſité du nombre m). On ſçait que le ſinus d'un arc A étant donné, l'on a algébriquement le ſinus d'un arc mA multiple ou ſoumultiple, & que les ſinus des arcs mA & B étant donnés, l'on a algébriquement le ſinus de la ſomme des arcs $mA + B$ & le ſinus de la moitié de cette ſomme. Car faiſant le rayon ou ſinus total $= 1$, le ſinus de l'arc $mA = S$, & le ſinus de l'arc $B = T$, l'on trouve le ſinus de la ſomme $mA + B = T \times \sqrt{(1 - SS)} + S \times \sqrt{(1 - TT)}$.

Ainſi donc ſi l'on appelle v le ſinus de l'arc indéterminé x, l'on aura le ſinus de l'arc double $2x = 2v\sqrt{(1 - vv)}$; puiſque donc les arcs $mA + B$ & $2x$ doivent être égaux, il faut que leurs ſinus ſoient auſſi égaux; d'où l'on tirera l'équation algébrique entre les fonctions de y & v, qui déterminera la nature de la courbe de projection, & la courbe que l'on cherche ſur la ſurface de la Sphere, & qui ſera celle-ci, $T \times \sqrt{(1 - SS)} + S \times \sqrt{(1 - TT)} = 2v\sqrt{(1 - vv)}$, S & T étant données par y. Donc, &c. *C. Q. F. T.*

X. *Exemple.* Soit pris le nombre $m = 2$, & par conſéquent $n = \sqrt{(mm - 1)} = \sqrt{3}$; l'on aura le ſinus de l'arc A, ou $\frac{2mm}{mm-1}yy\frac{-mm-1}{mm-1} = \frac{8yy-5}{3}$, le ſinus de l'arc B, ou $\frac{2}{(mm-1)\,.\,yy}\frac{-mm-1}{mm-1} = \frac{2-5yy}{3yy}$, le ſinus de l'arc mA, ou $2A = \frac{16yy-10}{3}\sqrt{\left(\frac{-16+80yy-64y^4}{9}\right)}$; & partant le

sinus de la somme des arcs $2A+B=\left(\frac{2-5yy}{3yy}\right)$
$\times\sqrt{\left[1-\frac{(16yy-10)^2\times(-16+80yy-64y^4)}{81}\right]}+\left(\frac{16yy-10}{3}\right)$
$\times\sqrt{\left(\frac{-16+80yy-64y^4}{9}\right)}\times\sqrt{\left[1-\frac{(2-5yy)^2}{9y^4}\right]}=2v\sqrt{(1-vv)}$,
ou parce que la derniére partie du premier membre a deux côtés commensurables, on peut abreger l'équation de cette maniére $\left(\frac{2-5yy}{27yy}\right)\times\sqrt{[81-(16yy-10)^2\times(-16+80yy-64y^4)]}+\left(\frac{32yy-20}{27yy}\right)\times\sqrt{(-4+20yy-16y^4)}=2v\sqrt{(1-vv)}$, & cette équation est celle qui exprime la nature de la courbe de projection, de tous les points de laquelle si l'on éleve les droites $=\sqrt{(1-yy)}$ perpendiculaires au plan sur lequel elle est décrite, ces perpendiculaires rencontreront la superficie de la sphere dans les points de la courbe qu'on cherche, qui sera algébriquement rectifiable, aussi-bien que sa projettée; car la différence de la hauteur de deux perpendiculaires dont chacune est exprimée par son $\sqrt{(1-yy)}$, est à l'arc de la courbe de projection intercepté entre ces deux hauteurs, comme 1 à n, c'est-à-dire [à cause de $n=\sqrt{(mm-1)}$] comme 1 à $\sqrt{3}$; & cette même différence de hauteurs est à l'arc de la courbe décrite sur la superficie sphérique, intercepté entr'elles comme 1 à $\sqrt{(1+nn)}$, c'est-à-dire, dans cet exemple comme 1 à 2. Ainsi chaque arc de la projettée est à son arc correspondant sur la superficie sphérique, comme $\sqrt{3}$ à 2, ou comme la hauteur du triangle équilatéral à son côté. L'on aura donc entre l'arc sur la superfice sphérique, l'arc correspondant de la projection & la différence des hauteurs perpendiculaires, les rapports qui sont entre 2. $\sqrt{3}$. & 1.

Scholie. L'on voit par-là que les courbes que nous venons de trouver par la méthode analytique, sont les mêmes que les Epicycloïdes sphériques, décrites par un grand cercle de la sphere qui tourne sur un petit; car j'ai fait voir dans le §. 16. des Epicycloïdes sphériques, que ces sortes d'Epicycloïdes ont chacun de leurs arcs aux arcs correspondants de la courbe

de projection en raison donnée de 1 à g, ou comme le sinus total est au sinus de l'inclinaison du cercle mobile sur l'immobile. Si donc nous voulons construire sur la superficie de la sphere une courbe dont la longueur ait une raison donnée à la longueur de sa projettée, par exemple, de 2 à $\sqrt{3}$, il faut seulement pour le cercle immobile, prendre celui qui fait avec un grand cercle mobile, un angle d'inclinaison, tel que 1 à g soit dans le rapport de 2 à $\sqrt{3}$, ou de 1 à $\frac{1}{2}\sqrt{3}$. Or c'est l'angle que forment deux côtés d'un triangle équilatéral, sçavoir, $\frac{2}{3}$ d'un angle droit, ou l'angle de 60 degrés. Concevons donc dans la sphere, un Tropique éloigné de l'Equateur de 60 degrés, & faisant tourner sur lui l'Ecliptique, un point pris dans sa circonférence décrira la courbe qu'on cherche, qui satisfait à cette prolixe équation que nous avons trouvée ci-dessus $\left(\frac{2-5yy}{27yy}\right) \times \sqrt{[81-(16yy-10)^2} \times \&c.] + \left(\frac{32yy-20}{27yy}\right) \times \sqrt{(-4+\&c.)} = 2v\sqrt{(1-vv)}$. Et il paroît presque incroyable qu'on puisse construire une équation si composée par un mouvement si simple.

Au reste, l'on voit que dans cette supposition, l'Ecliptique sera double du Tropique, & que par conséquent il devra le parcourir deux fois, avant que le point décrivant revienne au point d'où il est parti ; & la longueur de la demi-Epicycloïde sera double de la plus grande hauteur ou de la distance entre les Tropiques, & par conséquent la longueur de l'Epicycloïde entiére sera égale à quatre fois cette distance. Cette courbe (comme il est facile de le voir par la maniére dont elle se produit) a quatre parties semblables & égales; terminées aux quatre points qu'on appelle *Cardinaux ;* la 1.re comprise entre le point du Solstice d'Hiver (si l'on suppose que la rotation de l'Ecliptique se fait d'Orient en Occident) & le point équinoxial d'Automne; la 2.me entre ce point, & le Solstice d'Eté; la 3.me entre le Solstice d'Eté & l'Equinoxe du Printemps; la 4.me enfin entre l'Equinoxe du Printemps & le Solstice d'Hiver : & ainsi la longueur de chacune de ces parties est égale à l'intervalle entre les

Fig. 1

A O G R P L D E B S S

Fig. 3

A R C B D F E S T

2

Fig. 4

a b e d f

Fig. 5

M C N R L

Simonneau Sculp.

Tropiques, c'est-à-dire, à la corde de 120 degrés; en supposant toûjours, comme nous avons fait dans cet exemple, le Tropique éloigné de l'Equateur de 60 degrés.

Cet Exemple qui paroît le moins compliqué de tous, me fait tellement craindre les autres, qui, sans doute, demanderoient un travail immense, pour trouver l'équation algébrique des courbes de projection, que j'aime mieux les laisser chercher à d'autres. Il me suffit d'avoir trouvé la méthode, & de l'avoir indiquée.

SOLUTION

DU MESME PROBLEME,

Et de quelques autres de cette espece.

Par M. DE MAUPERTUIS.

CEs deux Pieces m'ont été envoyées en Latin, par M. Bernoulli, & contiennent la Solution la plus complette du Probleme de M. Offenburg. Parmi les Epicycloïdes sphériques, il s'en trouve qui sont rectifiables & algébriques en même temps, & ces courbes satisfont au Probleme, mais c'est par une espece de hasard. M. Bernoulli, dans la 2.me Piece, recherche à priori *les courbes rectifiables & algébriques sur la surface de la sphere, & c'est-là qu'il donne la vraye Solution du Probleme. Il m'avoit écrit qu'il avoit trouvé ces courbes par une méthode directe, & m'invitoit à les chercher. Je ne me flattai pas aisément de trouver des choses qu'il avoit jugées dignes de son application, & je le priai de me communiquer sa Solution. Cependant l'idée qui est le principe commun de sa Solution & de la mienne, m'étant venuë dans l'esprit, & ayant aussi-tôt trouvé ces courbes, je lui envoyai ma Solution que j'avois fait voir quelques jours auparavant à deux Géometres de la Compagnie, comme il me seroit facile de le prouver.*

Ma lettre étoit en route, lorsque j'en reçûs une de M. Bernoulli

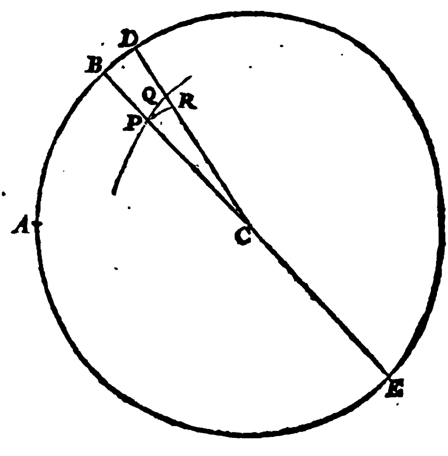
qui contenoit sa Solution, à laquelle la mienne est si semblable qu'on croiroit qu'elle auroit été copiée dessus, & qu'il n'y a de différence que dans nos deux constructions.

J'ai joint à ces courbes rectifiables & algébriques sur la surface de la sphere, d'autres courbes dont la rectification dépendroit des arcs de cercle, & cela m'a conduit à un Probleme utile dans l'Astronomie.

Je dois avertir ici que M.rs Nicole & Clairaut, dont on trouvera dans ce recueil, des Mémoires sur les Epicycloïdes sphériques, n'avoient point vû ceux de M. Bernoulli, lorsqu'ils ont lû les leurs à l'Académie.

PROBLEME I.

Trouver sur la surface de la sphere, des courbes algébriques rectifiables!



Solut. Soit $ABDE$ un grand cercle de la sphere, dont le rayon $= 1$, l'arc $AB = x$, CP l'ordonnée de la projection de la courbe qu'on cherche $= y$, Pp perpendiculaire au plan de la projection $= z$, $QR = dy$, $PR = ydx$, & l'équation de la sphere $zz = 1 - yy$. Cela posé.

La longueur de la courbe sur la surface sphérique dépendra de la longueur de la courbe de projection PQ, si $dy^2 + yydx^2 = mdz^2$; ou (mettant pour dz^2 sa valeur $\frac{yydy^2}{1-yy}$ tirée de l'équation de la sphere) $dy^2 + yydx^2 = \frac{myydy^2}{1-yy}$. Cette courbe de projection est toûjours rectifiable, quel que soit m, & sa longueur $= A - \sqrt{m} \times \sqrt{(1-yy)}$. Reste à faire qu'elle soit algébrique.

L'on

L'on a $dx = \frac{dy \sqrt{[(m+1)yy-1]}}{y\sqrt{(1-yy)}}$, ou $dx = \frac{dy\sqrt{(Myy-1)}}{y\sqrt{(1-yy)}}$ qui doit être la différentielle d'un angle. Soit $\frac{\sqrt{(1-yy)}}{\sqrt{(Myy-1)}} = z$, $y = \frac{\sqrt{(zz+1)}}{\sqrt{(Mzz+1)}}$, $dy = \frac{(1-M)z\,dz}{(Mzz+1)^{\frac{3}{2}} \times \sqrt{(zz+1)}}$; & l'on a

$$dx = \frac{(1-M)\,dz}{(Mzz+1)\times(zz+1)} = \frac{(\frac{1}{M}-1)\,dz}{(zz+\frac{1}{M})\times(zz+1)} = \frac{dz}{1+zz}$$

$$-\frac{dz}{\frac{1}{M}+zz}; \text{ ou } dx = \frac{dz}{1+zz} - \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{m+1}}} \times \frac{\sqrt{\frac{1}{m+1}}\,.\,dz}{\frac{1}{m+1}+zz}$$

$$= \frac{dz}{1+zz} - \sqrt{(m+1)} \times \frac{\sqrt{(m+1)}\,dz}{1+(m+1)zz}.$$

D'où l'on voit que la courbe ſera algébrique, lorſque $\sqrt{m+1}$ ſera un nombre rationel. *C. Q. F. T.*

PROBLEME II.

Trouver ſur la ſurface de la Sphere, des courbes, dont la rectification dépende de la rectification du cercle!

Solut. Soit comme ci-deſſus $ABDE$ un grand cercle de la ſphere qui repréſente l'Equateur. Je cherche d'abord les courbes, dont la longueur dépend des arcs de cet Equateur; & pour cela (ayant nommé toutes les lignes, comme dans le Probleme précédent) j'ai $pq = \sqrt{(dy^2+yydx^2+dz^2)} = ndx$, ou (à cauſe de $dz^2 = \frac{yydy^2}{1-yy}$) $dy^2+yydx^2+\frac{yydy^2}{1-yy} = nndx^2$, ou $dy^2+yydx^2-y^4dx^2 = nndx^2 - nnyydx^2$, ou $dx = \frac{dy}{\sqrt{[nn-(nn+1)yy+y^4]}}$. C'eſt l'équation qui exprime la nature des courbes pq, dont les arcs ſont aux arcs correſpondants de l'Equateur comme n à 1.

Coroll. Si l'on veut la courbe, dont les arcs ſoient égaux aux arcs correſpondants de l'Equateur, on a $dx = \frac{dy}{1-yy} = \frac{\frac{1}{2}dy}{1+y} + \frac{\frac{1}{2}dy}{1-y}$, ou $x = \frac{1}{2}lA + \frac{1}{2}l(1+y) - \frac{1}{2}l(1-y)$, ou $x = \frac{1}{2}l(A \times \frac{1+y}{1-y})$. D'où l'on tire une conſtruction fort ſimple de cette courbe; car on a $AB = \frac{1}{2}l(A\times\frac{EP}{PB})$;

Prenant donc l'arc AB égal à la moitié du logarithme de EP, divisé par PB, l'on a l'arc AB pour un rayon donné CP, & par conséquent tous les points de la courbe.

Autre Solut. On peut encore trouver des courbes dépendantes de la rectification du cercle, en cherchant celles dont la longueur dépend de la longueur du Méridien, c'est-à-dire, celles où $pq = n . Bp$.

On a alors $dy^2 + yydx^2 + dz^2 = nndy^2 + nndz^2$, ou $dy^2 + yydx^2 + \frac{yydy^2}{1-yy} = nndy^2 + \frac{nnyydy^2}{1-yy}$, ou $dx = \frac{dy\sqrt{(nn-1)}}{y\sqrt{(1-yy)}}$. Les courbes sur la surface de la sphere sont alors des loxodromiques, & cette équation est celle de leur projection.

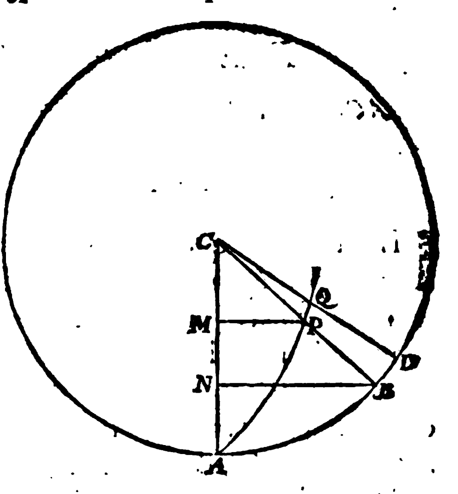
Scholie. Si le Soleil se mouvoit dans une courbe, telle que celle que nous avons déterminée dans la premiére Solution, l'on auroit par tout son cours, le mouvement en longitude égal au mouvement en ascension droite. Nous avons donc ici déterminé la nature de l'Ecliptique que devroit décrire le Soleil, pour que ces deux mouvements fussent toûjours égaux.

Mais si l'Ecliptique étant un cercle déterminé, on demande seulement un point où le mouvement en longitude soit égal au mouvement en ascension droite; ce Probleme qui devient beaucoup plus limité, est celui dont M.rs Parent & Godin ont donné des Solutions dans les Mémoires de 1704, & de 1730. M. Godin cite non-seulement la Solution de M. Parent, mais encore celles de Regiomontanus & de Stevin. Ces Solutions sont fondées sur la Trigonométrie sphérique, même celle de M. Parent, quoiqu'il se soit servi du secours du calcul différentiel.

On ne sera peut-être pas fâché d'en trouver ici une autre indépendante de cette Trigonométrie; & où non-seulement le mouvement en longitude soit égal au mouvement en ascension droite, mais encore lui soit en raison quelconque, de n à 1.

PROBLEME III.

Trouver le point de l'Écliptique où l'arc pq *intercepté par deux méridiens soit à l'arc* BD *correspondant de l'Équateur comme* n *à* 1?



Solut. Soit conçû le plan de l'Ecliptique $CApq$ formant avec le plan de projection $CAPQ$ l'angle pMP, dont le cosinus $= m$, le rayon étant $= 1$. Soit $Mp = v$, $MP = mv$, & $CM = \sqrt{(1 - vv)}$, l'on aura pour l'élément de l'Ecliptique, $pq = \sqrt{(dMp^2 + dCM^2)} = \frac{dv}{\sqrt{(1-vv)}}$.

On a $CP = \sqrt{(MP^2 + CM^2)} = \sqrt{(mmvv + 1 - vv)}$. $PM (mv) :: CB (1)$. $NB = \frac{mv}{\sqrt{(mmvv - vv + 1)}}$; & de même $CN = \frac{\sqrt{(1-vv)}}{\sqrt{(mmvv - vv + 1)}}$. Donc $BD = \frac{dNB}{\sqrt{(1 - NB^2)}}$
$$= \frac{mdv : (mmvv - vv + 1)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\left(1 - \frac{mmvv}{mmvv - vv + 1}\right)}} = \frac{mdv}{(mmvv - vv + 1)\sqrt{(1 - vv)}}.$$
Donc (puisque $n . BD = pq$) $\frac{mndv}{(mmvv - vv + 1)\sqrt{(1-vv)}} = \frac{dv}{\sqrt{(1-vv)}}$, ou $mn = 1 + mmvv - vv$, ou $vv = \frac{mn-1}{mm-1}$, ou $v = \sqrt{\left(\frac{mn-1}{mm-1}\right)}$. Ce qui détermine le sinus de la longitude du Soleil, lorsque son mouvement en longitude est à son mouvement en ascension droite comme n à 1.

Et si l'on veut que ces deux mouvements soient égaux, ce qui est le cas de Mrs Parent & Godin, l'on a (n étant $= 1$) le sinus de la longitude $v = \sqrt{\left(\frac{m-1}{mm-1}\right)} = \sqrt{\left(\frac{1}{m+1}\right)}$.

OBSERVATION
DE DEUX HYDROPISIES ENKYSTÉES DES POUMONS, ACCOMPAGNÉES DE CELLE DU FOYE.

Par M. MALOET.

9 Août 1732. IL eſt ſi rare que les Poumons ſoient attaqués d'Hydropiſie par épanchement, qu'en ayant obſervé deux dans le même Sujet, j'ai crû que cette obſervation méritoit d'être communiquée à l'Académie, d'autant plus que ces Hydropiſies étoient accompagnées de circonſtances, qui ne ſe rencontrent pas dans les Hydropiſies ordinaires; c'eſt ce qui m'a déterminé à donner la relation ſuivante.

Un Soldat Invalide étoit tourmenté d'une difficulté de reſpirer, conſidérable, accompagnée d'une fiévre lente; il ne pouvoit ſe tenir couché ſur les côtés, ni à plat ſur le dos, qu'avec beaucoup de peine; ce qui l'obligeoit à être toûjours ſur ſon ſéant: ſes bras & ſes mains étoient enflés, auſſi-bien que ſes jambes & ſes pieds; ſes urines étoient briquetées, ce qui ne pouvant être attribué qu'à leur mêlange avec de la bile, me fit juger qu'il y avoit dans le foye de ce malade quelque embarras, qui empêchant cette liqueur de ſe ſéparer librement, lui donnoit lieu de ſe mêler avec les urines.

Comme je ſoupçonnois de l'eau dans la poitrine de ce malade, j'examinai ſoigneuſement ſi j'y entendrois quelque fluctuation, en le faiſant tourner d'un côté ſur l'autre, mais je n'en apperçûs aucune, & il m'aſſûra n'en avoir jamais ſenti; ce qui me fit ſuſpendre mon jugement touchant l'épanchement d'eau dans la cavité de la poitrine, d'autant plus que je ne remarquois pas les autres accidents qui ont accoûtumé d'accompagner cette maladie.

Après avoir langui dans cet état pendant deux ans, ſans

qu'aucune ſorte de remede lui procurât du ſoulagement, que de peu de durée, il mourut, & je fis l'ouverture de ſon cadavre.

Je ne trouvai aucun épanchement d'eau dans la cavité de ſa poitrine, mais je remarquai ſur chaque poumon, à la partie qui eſt un peu concave, une tumeur ovale, dont le grand diametre étoit d'environ un demi-pied, & le petit diametre d'environ 4 pouces.

Je ſentis dans ces deux tumeurs (qui paroiſſoient d'un volume aſſés égal) une fluctuation très-ſenſible, ce qui me fit juger qu'elles contenoient une matiére liquide.

J'ouvris la tumeur du poumon droit, il en ſortit plus d'un demi-ſeptier de ſéroſité claire & limpide; j'aggrandis l'ouverture pour examiner le dedans de la tumeur, je trouvai qu'il étoit revêtu d'un kyſte blancheâtre, épais d'environ une ligne: je tâchai de le tirer hors de la tumeur, mais comme en y faiſant l'ouverture, j'avois coupé ce kyſte dans près de la moitié de ſon étenduë, l'autre moitié ſe rompit en voulant le détacher du poumon auquel il étoit adhérent.

Cela m'engagea à m'y prendre d'une autre maniére, pour ouvrir la tumeur du poumon gauche, & à le faire de ſorte que je puſſe avoir le kyſte entier, en cas qu'il y en eût un, comme je le ſoupçonnois.

Je fis une très-petite ouverture à cette tumeur, & ſeulement pour donner iſſuë à la liqueur qui y étoit renfermée; il en ſortit de la ſéroſité à peu-près à la même quantité, & de la même qualité que celle qui étoit ſortie de la tumeur du poumon droit.

Enſuite je fis ſur la membrane externe du poumon gauche, une inciſion très-légére, pour ne rien couper de plus que cette membrane. Après y avoir fait une ouverture d'une aſſés grande étenduë, pour pouvoir appercevoir ce qui étoit immédiatement au deſſous, je trouvai qu'il y avoit effectivement un kyſte qui étoit de la même nature, & de la même conſiſtence que le premier.

Pour lors, je continuai mon inciſion ſur la membrane de

ce poumon, & je fis l'ouverture aſſés grande pour que le kyſte entier pût y paſſer, après quoi je le ſéparai, ſans beaucoup de peine, avec mes doigts.

Je ſoufflai dans ce kyſte, après l'avoir détaché des poumons; j'eûs alors une eſpece de globe creux, blancheâtre, liſſe & poli en dehors, dont le grand diametre étoit de 5 pouces, & le petit diametre de 3 ou environ; il a l'épaiſſeur d'une ligne, comme le précédent, la matiére qui le forme eſt molle, & paroît faite de pluſieurs couches, appliquées les unes ſur les autres, on n'y remarque ni fibres, ni vaiſſeaux, ni glandes.

Je conſerve ce kyſte entier, depuis quelques années, dans de l'eau-de-vie, ſans qu'il y ſoit ſurvenu de changement, ſi ce n'eſt que quelques-unes de ſes couches ſe ſont ſéparées dans quelques endroits, & que l'ouverture que j'y avois faite, très-petite d'abord, s'étant aggrandie à chaque fois que j'y ai touché pour l'examiner, elle eſt devenuë beaucoup plus conſidérable.

J'ai conſervé de même les pieces de l'autre kyſte; elles prêtent facilement, quand on les allonge, cependant elles font quelque réſiſtance à leur déchirement, & elles ſe remettent par leur propre reſſort, quand on ceſſe de les allonger: cela n'empêche pas qu'on ne les détruiſe quand on les preſſe un peu fortement entre les doigts, & qu'on ne les réduiſe en une eſpece de bave & de mucoſité.

On y voit clairement leurs différentes couches, elles ſe ſéparent d'elles-mêmes dans leur bord, & pour peu qu'on les tire avec les doigts, on peut aiſément continuer leur ſéparation dans toute leur étenduë: ces couches, ſéparées les unes des autres, ſont tranſparentes.

Après avoir examiné les poumons de ce malade, je viſitai ſon foye; j'apperçûs à la partie convexe, moyenne & ſupérieure de ſon grand lobe, une tumeur molle avec fluctuation, comme celles des poumons, elle étoit enfoncée dans la ſubſtance de ce viſcere; il en ſortit par l'ouverture, une humeur de couleur jaune tirant ſur le verd, & telle à peu-près que

celle qu'a la bile détrempée dans de l'eau; cette liqueur étoit assés limpide, elle étoit renfermée dans un kyste qui est de la même nature que ceux qui étoient dans les poumons, à cela près qu'il est verdâtre, comme on peut le voir dans les portions que j'en ai conservées, & qu'il étoit d'un volume beaucoup moindre, n'ayant qu'environ 3 pouces de diametre dans sa plus grande étenduë.

La sérosité qui étoit contenuë dans ces tumeurs, n'étoit autre chose que de la lymphe extravasée, ce qui lui étoit arrivé vrai-semblablement, parce que s'étant arrêtée dans un ou plusieurs vaisseaux lymphatiques de ces visceres, soit qu'il s'y fût formé des obstructions, ou qu'il y fût survenu du relâchement, ou qu'ils eussent souffert quelque compression, n'a pû continuer son cours librement; ce qui l'a obligée à forcer & rompre quelqu'un de ces vaisseaux, & à se répandre dans le tissu cellulaire, formé par la membrane interne des poumons, laquelle, comme on sçait, se plonge dans leur substance, sépare leurs lobules, occupe les interstices qu'ils laissent entre eux, environne & enveloppe les arteres & les veines pulmonaires, ausquelles elle sert de gaine, aussi-bien qu'aux vaisseaux lymphatiques de ce viscere; la lymphe s'étant épanchée dans quelques cellules de ce tissu, elle les a dilatées au point d'y former une cavité considérable.

Je dis que la lymphe s'est répanduë dans les interstices qui séparent les lobules des poumons, & non pas dans les lobules mêmes, car si l'épanchement de la lymphe s'étoit fait dans ces derniers, leurs vésicules ayant une communication immédiate avec les bronches, le malade n'auroit pas manqué de la rendre par la bouche, par la même raison qui fait que l'on crache le sang, lorsqu'il y a un vaisseau ouvert dans les vésicules de cette partie, comme il arrive dans les péripneumonies, & les hémophtysies; & par cette raison il ne se seroit point formé d'amas de sérosité dans les poumons: d'ailleurs quoique le malade dont il est ici question, toussât beaucoup, il ne crachoit point, ou que très-peu; ainsi il doit passer pour constant, que l'épanchement n'étoit pas dans les

véſicules, & par conſéquent il n'a pû être que dans quelqu'un des interſtices qui ſéparent les lobules.

A l'égard de la tumeur du foye, l'humeur qui y étoit contenuë, étoit auſſi de la lymphe: mais comme cette liqueur, quoique limpide, étoit d'une couleur jaune tirant ſur le verd, telle à peu-près qu'on peut encore la voir dans les morceaux de kyſte qui ſe ſont trouvés dans cette tumeur, & que j'ai conſervés, cela fait juger que la bile a eu part à ſa formation, & que quelque vaiſſeau lymphatique s'étant rompu dans le foye, de même que dans les poumons, & par les mêmes ou par de ſemblables occaſions, la lymphe s'eſt répanduë dans quelqu'un des interſtices, qui, ſuivant les obſervations de Malpighi, ſéparent les lobules de ce viſcere, ou dans quelqu'une des cellules du tiſſu qui, ſuivant M. Winſlow, ſe gliſſe entre ſes grains glanduleux; la lymphe s'étant ainſi répanduë dans quelqu'une de ces ſéparations ou cellules, elle l'a aggrandie au point d'en faire un ſac, ou une poche.

Il n'eſt pas difficile de concevoir que quelques parties de bile, en ſuintant à travers les membranes des glandes & des pores biliaires des environs de cette poche, ont dû ſe mêler avec la lymphe qui y étoit contenuë.

La bile a ſuinté d'autant plus aiſément à travers les membranes de ces glandes & de ces vaiſſeaux biliaires, que les uns & les autres ont été relâchés, par la ſéroſité répanduë dans cette cavité, & que ce relâchement ayant rendu les pores de ces membranes plus capables de ſe dilater, ils en ont auſſi été plus propres à laiſſer paſſer les particules de bile.

Ce ſuintement de la bile à travers les membranes des glandes du foye & des pores biliaires, ne paroîtra point extraordinaire, ſi l'on fait attention qu'elle a coûtume de paſſer à travers celles de la véſicule du fiel, comme cela eſt prouvé par la couleur jaune ou verte, dont ſe trouvent teints ordinairement le foye (dans l'endroit où cette véſicule eſt placée), le duodenum, le colon, & les autres parties qui la touchent.

Quand je dis que l'humeur qui étoit contenuë dans ces

tumeurs,

tumeurs, étoit de la lymphe, je ne prétends pas qu'une portion de la partie aqueuſe du ſang n'ait pû s'y mêler; il y a au contraire bien de l'apparence que les vaiſſeaux ſanguins, tant des poumons, que du foye ont été néceſſairement comprimés en quelques endroits, par des tumeurs auſſi conſidérables, & dilatés en d'autres, où les pores de leurs membranes ſe ſont élargis, & qu'une portion de la partie aqueuſe du ſang a paſſé à travers, avec d'autant plus de facilité, que les membranes de ces vaiſſeaux ont dû être relâchées, par la ſéroſité qui s'eſt exprimée du ſang, en conſéquence du ſéjour qu'il a été obligé de faire : une portion de la partie aqueuſe du ſang ayant paſſé à travers les membranes des vaiſſeaux ſanguins des poumons & du foye, dans les cavités de ces tumeurs, elle s'eſt mêlée avec la lymphe qui y étoit contenuë, elle en a augmenté le volume, & entretenu la fluidité.

Que la partie aqueuſe du ſang puiſſe paſſer à travers les membranes des vaiſſeaux ſanguins, lorſque le ſang y ſéjourne, cela eſt prouvé par différentes eſpeces d'hydropiſies, mais ſur-tout par l'enflure des jambes qui ſurvient aux longues maladies, & que l'on ne ſçauroit attribuer qu'à la partie aqueuſe du ſang qui, paſſant à travers les membranes des vaiſſeaux ſanguins, s'inſinuë dans les cellules adipeuſes, & s'imphiltre même quelquefois dans la peau, où elle cauſe un œdeme, lequel ſe diſſipe, lorſque cette même partie aqueuſe repaſſe dans les vaiſſeaux d'où elle étoit ſortie; à quoi la ſituation des parties contribuë beaucoup.

Pour ce qui eſt des kyſtes, dont l'intérieur de ces tumeurs étoit revêtu; ſe détruiſans, comme on le voit, quand on les preſſe entre les doigts, & ſe réduiſans en une eſpece de gelée, ou de matiere mucilagineuſe, il n'y a pas lieu de douter, qu'ils n'ayent été formés du fluide même qui étoit contenu dans ces tumeurs, c'eſt-à-dire, de la lymphe.

Ces kyſtes ont été portés à l'Académie, où ils ont été vûs & examinés dans l'Aſſemblée.

Cette liqueur eſt, comme tout le monde ſçait, compoſée de deux ſortes de parties, les unes fibreuſes, ou filamenteuſes & branchuës, les autres aqueuſes, dans leſquelles nagent les

premiéres : celles-ci ſont propres à s'unir & à faire corps, cela paroît clairement dans ces filandres qui ſe forment dans l'eau où l'on a reçû le ſang d'une ſaignée, & qui ne ſont autre choſe que la portion lymphatique du ſang, épaiſſie par la réünion de ſes fibres : les parties filamenteuſes de la lymphe étant branchuës, il eſt aiſé de concevoir que lorſque cette liqueur a été épanchée dans les interſtices qui ſont entre les lobules des poumons & du foye, elles ſe ſont accrochées par leurs filaments à leurs parois, elles s'y ſont collées, & là elles ont fait une premiére couche de matiére mucilagineuſe, laquelle a été ſuivie d'une ſeconde, celle-ci d'une troiſiéme, & enfin de pluſieurs autres.

C'eſt ainſi que ces kyſtes ſe ſont formés par couches, parce que les parties fibreuſes de la lymphe ne ſe ſont pas appliquées toutes en même temps aux parois de la cavité où elle étoit contenuë, mais ſucceſſivement, & qu'il a fallu que les filaments de cette humeur qui ſont toûjours extrêmement petits, ſe ſoient unis après ſon épanchement en de groſſes molécules qui fuſſent capables de donner aſſés de priſe aux parties aqueuſes pour être pouſſées par elles à leur circonférence, & qui fuſſent propres à s'attacher aux parois de la tumeur & à s'y arrêter.

Je dis qu'il a fallu que les fibres de la lymphe ſe ſoient unies en molécules; car il faut remarquer que ces fibres dans la formation de ces kyſtes ne ſe ſont pas unies de maniére qu'il en ait réſulté de plus groſſes par leur réunion, on n'y en obſerve aucune, on voit ſeulement qu'ils ſont composés de molécules fort irréguliéres, & ces molécules n'ayant pû ſe faire toutes à la fois, mais ſeulement dans des intervalles proportionnés à la quantité des parties filamenteuſes de la lymphe, elles n'ont pû par conſéquent s'unir toutes en même temps, mais ſucceſſivement, c'eſt ce qui a formé différentes couches.

C'eſt par une ſemblable raiſon que les pierres qui s'engendrent dans la veſſie, celles qu'on trouve dans la véſicule du fiel & les bezoards ſont ordinairement formés par couches,

ces corps étant composés de matiéres qui se rassemblent & s'unissent en différents temps.

Ces kystes étoient mols, parce que quoique les parties fibreuses de la lymphe en s'unissant pour faire corps, se fussent séparées des parties aqueuses, de maniére qu'elles n'en étoient plus abbreuvées suffisamment pour conserver leur fluidité, il leur en étoit encore trop resté pour former un corps qui ne fût pas mol, comme le sont toutes les concrétions lymphatiques qui se font dans des endroits humides, & où elles sont à l'abri de l'air, à la différence de celles qui y sont exposées, ou qui se font dans des lieux secs, lesquelles durcissent avec le temps, ainsi qu'il est arrivé à quelques morceaux de ces kystes que j'ai laissés à l'air.

Les couches intérieures de ces follicules sont glaireuses, peu fermes & solides, à la différence des autres, sur-tout de celles de dehors, dont le tissu est plus serré; elles se séparent d'elles-mêmes les unes des autres par leurs bords, tant les externes que les internes, & elles peuvent encore se diviser en d'autres extrêmement fines & déliées: mais les externes se séparent bien moins aisément de celles qui les suivent que les internes, ce qui marque que les derniéres n'ont pas eu le loisir de s'unir si étroitement que les premiéres, ni d'acquérir autant de fermeté que celles-ci en ont.

La face interne de ces kystes est parfaitement unie & égale, parce qu'elle a été également pressée par la liqueur qui y étoit renfermée, par la même raison que le tartre & la matiére pierreuse qui s'attachent aux tonneaux ou aux tuyaux des aqueducs intérieurement, forment des croûtes assés égales dans leur superficie.

La face externe des follicules qui étoient dans les poumons, est chagrinée & parsemée de rayes & de sillons superficiels, que l'on ne remarque pas dans celui du foye; ces différences viennent sans doute de la diversité des parties auxquelles ces différents kistes ont été appliqués.

La couleur jaune du kyste qui étoit dans le foye se remarque aussi-bien au dedans de sa substance qu'au dehors;

enſorte qu'il n'y a aucun lieu de douter que ſes parties n'ayent pris cette teinture dès le temps qu'il étoit encore liquide; mais ſa face extérieure eſt recouverte d'un enduit brun & foncé, qu'il eſt aiſé d'enlever en le ratiſſant avec les ongles: ce qui prouve qu'il a été formé par de la bile qui a ſuinté des glandes du foye ou des pores biliaires, & qui ayant rencontré ce kyſte tout formé, n'a pû pénétrer ſa ſubſtance, ni juſques dans ſa cavité, & a été obligée de s'arrêter ſur ſa ſurface en maniére de croûte; au lieu qu'avant la formation de ce kyſte la bile qui ſuintoit des vaiſſeaux dont je viens de parler, s'eſt mêlée tant avec les parties de la liqueur qu'il contenoit, qu'avec celles qui ont ſervi à le former, c'eſt de-là qu'eſt venuë la couleur jaune de cette liqueur & de ſon follicule.

Et ſi l'un & l'autre ſont beaucoup moins bruns & moins foncés que cet enduit, c'eſt parce qu'il a été formé de bile toute pure, au lieu que le kyſte & la liqueur qu'il renfermoit étoient un mélange de bile & de parties aqueuſes, dont celles-ci même faiſoient la plus grande partie, ce qui a dû beaucoup éclaircir la couleur jaune que la bile leur a communiquée.

Les couches de ces follicules font toutes enſemble un corps opaque, mais quand on les examine ſéparément, elles ont la tranſparence de la gelée de viande, & même la couleur, hors dans le kyſte du foye, où elles ſont d'un jaune ſaffranné : & quoiqu'elles ayent plus de conſiſtence que la gelée, ſur-tout étant unies pluſieurs enſemble, on ne laiſſe pas de les détruire, en les preſſant un peu fortement entre les doigts, & de les diſſoudre comme on diſſoudroit de la colle épaiſſie.

C'eſt ce qui diſtingue ſûrement ces kyſtes des follicules glanduleux, cellulaires ou véſiculaires aggrandis, & des vaiſſeaux lymphatiques dilatés, en un mot des kyſtes organiſés, & qui ſont de vrayes membranes, leſquels ſe déchirent ou ſe tortillent étant preſſés entre les doigts, mais quelques fins qu'ils ſoient, on ne détruit point leurs membranes avec

les doigts, encore moins peut-on les diſſoudre, étant d'un tiſſu plus ſolide & plus ſerré que des concrétions; ils ſont auſſi plus minces, plus déliés & plus fins, ce qui fait qu'ils ont plus de ſoupleſſe, & qu'on peut aiſément les plier : au lieu que des morceaux de kyſtes formés de lymphe, tels que ſont ceux dont je parle, quand ils ont leur molleſſe & leur humidité, ſont plus aiſés à rouler qu'à plier; quand ils ſont ſecs, ils reſſemblent à de la colle-forte, ſoit par leur couleur, ſoit par une eſpece de tranſparence qu'ils ont, quand on les regarde à travers le jour, ſoit par leur conſiſtence, & parce qu'ils ſont ſans ſoupleſſe & ſans élaſticité, ſe caſſant net, ce que ne font pas les vrayes membranes qui, après avoir été deſſéchées, conſervent quelque ſoupleſſe & de l'élaſticité.

D'ailleurs il n'y a gueres de membrane dans le corps humain, reconnuë généralement pour telle, quelque fine & déliée qu'elle ſoit, où l'on ne remarque à l'œil ou à la faveur du microſcope, quelques fibres, quelques ramifications de vaiſſeaux, quelque eſpece de tiſſu ou de réſeau. On n'obſerve rien de pareil dans les kyſtes dont il s'agit ici, ni dans les couches dont ils ſont compoſés, on remarque au contraire, en les regardant avec le microſcope à travers le jour, qu'elles ſont formées par l'aſſemblage de différentes molécules, parmi leſquelles il y en a de fort épaiſſes & groſſiéres, & d'autres qui le ſont beaucoup moins, à peu-près comme on en remarque dans de la colle-forte, ou du papier brouillard, regardés de même.

Il paroît ſingulier que ces ſortes d'hydropiſies étant fort rares dans les poumons & dans le foye, quoiqu'elles ne le ſoient point ailleurs, il n'y en ait point eu dans d'autres parties de ce ſujet, mais ſeulement dans ces viſceres, que même il y en ait eu une dans chaque poumon d'un volume ſi conſidérable & d'une groſſeur égale.

C'eſt une ſingularité dont il eſt difficile de rendre raiſon autrement que par conjecture, pouvant dépendre du dérangement de quelques parties imperceptibles à la vûë : cependant

le relâchement des tiſſus cellulaires qui rempliſſent les interſtices des lobules, des poumons & du foye, ou qui ſéparent les glandes de ce dernier viſcere, peuvent y avoir eu beaucoup de part, en tenant ces interſtices moins ſerrés qu'ils n'auroient dû l'être naturellement, & en donnant aux vaiſſeaux lymphatiques qu'ils ſoûtenoient, moins de force qu'ils n'auroient dû en avoir.

Il eſt aiſé de déduire de ce relâchement l'épanchement de la lymphe dans ces interſtices, & les tiſſus cellulaires qui les garniſſent ont pû être relâchés par les mêmes cauſes qui font que dans certains ſujets, bien conſtitués d'ailleurs, le péritoine ſe relâche, & par-là donne occaſion à des hernies ou deſcentes.

Je dirai ici en paſſant, que cette obſervation prouve que ceux qui prétendent que tous les kyſtes des tumeurs enkyſtées ſont des parties organiſées (c'eſt-à-dire des glandes, des cellules, des véſicules aggrandies, ou des vaiſſeaux lymphatiques dilatés) ſont dans l'erreur, puiſqu'elle fournit l'exemple inconteſtable de trois kyſtes, qui ne peuvent être rapportés à aucune de ces parties, & qui loin d'être des vaiſſeaux deſtinés à contenir de la lymphe, ne ſont viſiblement que cette même lymphe épaiſſie hors de ſes vaiſſeaux.

Non ſeulement il y a quelques follicules des tumeurs anomales qui ne ſont pas des parties organiſées, & qui ne ſont que de ſimples concrétions lymphatiques, comme on vient de le voir; on peut même croire qu'il y en a beaucoup qui ne ſont pas autre choſe: on peut le croire avec d'autant plus de fondement, qu'un grand nombre de ces tumeurs ne contiennent que de la lymphe, mais cela mérite d'être examiné plus particuliérement.



MANIERE

De déterminer la nature des Roulettes formées sur la superficie convexe d'une Sphere, & de déterminer celles qui sont géométriques, & celles qui sont rectifiables.

Par M. NICOLE.

I. SOIT un cercle AB, dont le centre est C, si l'on conçoit sur le rayon CA une regle attachée fixement en C, & qui porte à son autre extrémité A un autre cercle A, 5, 7, 6; décrit du rayon DA sur un plan oblique 1, 2, 3, 4, & dont l'obliquité sur le plan du premier cercle CAB est mesurée par la perpendiculaire DE; que de plus sur le rayon DA il y ait une seconde regle attachée fixement en D, & qui puisse se mouvoir sur la circonférence A, 5, 7, 6. Cela posé, si l'on fait mouvoir la regle CA de CA en CQ sur l'arc indéterminé AQ, transportant le cercle A, 5, 7, 6, & que dans le même temps on fasse aussi mouvoir la regle DA de DA en DM sur l'arc AM, de maniére que l'arc AM du petit cercle soit égal à l'arc AQ du grand cercle, il est clair que par ce double mouvement, le point M décrira une courbe à double courbure. On demande la nature de cette courbe, & celle de sa projection AL faite sur le plan CAL par des perpendiculaires abbaissées de tous les points M sur ce plan. Fig. 1.

SOLUTION.

Le rayon CA étant parvenu en CQ, & le rayon DQ en Dm, de maniére que l'arc QA soit égal à l'arc Qm, si l'on mene les ordonnées QO & mR à ces deux cercles, & de plus le rayon DI, tel que l'arc QI soit semblable à l'arc QA, que l'on mene les cordes QA, QM & QI, & que l'on fasse $CA=n$, $DQ=r$, $AO=x$, $QR=z$, on aura cette Fig. 2.

proportion $CA\,(n) \,.\, AQ\,(\sqrt{2nx}) :: DQ\,(r) \,.\, QI = \frac{r}{n}\sqrt{2nx}$.

On aura auſſi la corde $Qm = \sqrt{2rz}$, & pour avoir le rapport de la corde Qm à la corde QI, il faut trouver le rapport de z à x. Pour le trouver ce rapport, je remarque que l'arc QI eſt à l'arc Qm, comme DQ eſt à CA.

Ainſi pour trouver l'expreſſion en x de la corde Qm; cette partie du Probleme ſe réduit à trouver la corde d'un arc, lequel arc ſoit à un autre arc, dont la corde eſt donnée dans un rapport donné qui eſt ici de n à r.

Fig. 3. Pour cela ſoit un cercle $ACBD$, dont le diametre eſt AB; ſi l'on mene deux cordes quelconques AC, AD, & auſſi celles de leurs compléments CB & DB, on ſçait que $AC \times DB + AD \times BC = AB \times DC$. Ainſi ſi l'on nomme AB, $2r$, & $AD\,(b)$, par cette propoſition, lorſque l'arc AC eſt égal à l'arc AD, la corde CD de l'arc double ſera connuë. Par le moyen de la corde de l'arc double, on connoîtra celle de l'arc triple, & par celle-là la corde de l'arc quadruple, & enſuite celle de l'arc quintuple, ſextuple, &c.

Toutes ces cordes ſeront,

la corde de l'arc ſimple étant . . . . b.

Celle de l'arc double ſera . . . . $\frac{b}{r}\sqrt{4rr-bb}$.

Du 3me . . . . $\frac{b}{rr} \times \overline{3rr-bb}$.

Du 4me . . . . $\frac{b}{r^3}\sqrt{4rr-bb} \times \overline{2rr-bb}$.

Du 5me . . . . $\frac{b}{r^4} \times \overline{5r^4-5rrbb+b^4}$.

Du 6me . . . . $\frac{b}{r^5}\sqrt{4rr-bb} \times \overline{3r^4-4rrbb+b^4}$.

Du 7me . . . . $\frac{b}{r^6} \times \overline{7r^6-14r^4bb+7r^3b^3-b^6}$.

Du 8me . . . . $\frac{b}{r^7}\sqrt{4rr-bb} \times \overline{4r^6-10r^4bb+6rrbb-b^6}$.

Du 9me . . . . $\frac{b}{r^8} \times \overline{9r^8-30r^6bb+27r^4b^4-9rrb^6+b^8}$.

Du 10me . . . . $\frac{b}{r^9}\sqrt{4rr-bb} \times \overline{5r^8-20r^6b^4+21r^4b^6-8rrb^8+b^{10}}$.

Du

Du 11me. . . . . $\frac{b}{r^{10}} \times \overline{11r^{10} - 55r^8bb + 77r^6b^4 - 44r^4b^6 + 11rrb^8 - b^{10}}$.

Du 12me. . . . . . . $\frac{b}{r^{11}} \sqrt{4rr-bb} \times \overline{6r^{10} - 35r^8bb + 56r^6b^4 - 36r^4b^6 + 10rrb^8 - b^{10}}$.

Du 13me. . . . $\frac{b}{r^{12}} \times \overline{13r^{12} - 91r^{10}bb + 182r^8b^4 - 156r^6b^6 + 65r^4b^8 - 13rrb^{10} + b^{12}}$.

Du 14me. . $\frac{b}{r^{13}} \sqrt{4rr-bb} \times \overline{7r^{12} - 56r^{10}bb + 126r^8b^4 - 120r^6b^6 + 55r^4b^8 - 12rrb^{10} + b^{12}}$.

Toutes ces cordes ſe réduiſent à

1. b.

2. $\frac{b}{r}\sqrt{4rr-bb}^{1}$.

3. $\frac{b}{r^2}\sqrt{4rr-bb}^{2} - b$.

4. $\frac{b}{r^3}\sqrt{4rr-bb}^{3} - \frac{2b}{r}\sqrt{4rr-bb}^{1}$.

5. $\frac{b}{r^4}\sqrt{4rr-bb}^{4} - \frac{3b}{r^2}\sqrt{4rr-bb}^{2} + b$.

6. $\frac{b}{r^5}\sqrt{4rr-bb}^{5} - \frac{4b}{r^3}\sqrt{4rr-bb}^{3} + \frac{3b}{r}\sqrt{4rr-bb}^{1}$.

7. $\frac{b}{r^6}\sqrt{4rr-bb}^{6} - \frac{5b}{r^4}\sqrt{4rr-bb}^{4} + \frac{6b}{r^2}\sqrt{4rr-bb}^{2} - b$.

8. $\frac{b}{r^7}\sqrt{4rr-bb}^{7} - \frac{6b}{r^5}\sqrt{4rr-bb}^{5} + \frac{10b}{r^3}\sqrt{4rr-bb}^{3} - \frac{4b}{r}\sqrt{4rr-bb}^{1}$.

9. $\frac{b}{r^8}\sqrt{4rr-bb}^{8} - \frac{7b}{r^6}\sqrt{4rr-bb}^{6} + \frac{15b}{r^4}\sqrt{4rr-bb}^{4} - \frac{10b}{rr}\sqrt{4rr-bb}^{2} + b$.

10. $\frac{b}{r^9}\sqrt{4rr-bb}^{9} - \frac{8b}{r^7}\sqrt{4rr-bb}^{7} + \frac{21b}{r^5}\sqrt{4rr-bb}^{5} - \frac{20b}{r^3}\sqrt{4rr-bb}^{3} + \frac{5b}{r}\sqrt{4rr-bb}^{1}$.

La formule générale de toutes ces cordes, en nommant n l'expoſant de l'arc multiple dont on cherche la corde, eſt

$$\frac{b}{r^{n-1}}\sqrt{4rr-bb}^{\,n-1} - \times \overline{n-2} \times \frac{b}{r^{n-3}}\sqrt{4rr-bb}^{\,n-3}$$
$$+ \overline{\frac{n-4.\,n-3}{1.2}} \times \frac{b}{r^{n-5}}\sqrt{4rr-bb}^{\,n-5} - \times \frac{n-6.\,n-5.\,n-4}{1.2.3}$$
$$\times \frac{b}{r^{n-7}}\sqrt{4rr-bb}^{\,n-7} + \times \frac{n-8.\,n-7.\,n-6.\,n-5}{1.2.3.4}$$
$$\times \frac{b}{r^{n-9}}\sqrt{4rr-bb}^{\,n-9} - \text{\&c.}$$

D'où l'on voit que ſi l'on avoit voulu chercher l'expreſſion de la corde, d'un arc ſouſmultiple, d'un arc donné, dont

la corde eſt b, en nommant y cette corde cherchée, on auroit eu cette équation

$$b = \frac{y}{r^{n-1}} \overline{\sqrt{4rr-yy}}^{\,n-1} - \times n-2 \times \frac{y}{r^{n-3}} \overline{\sqrt{4rr-yy}}^{\,n-3} + \times \frac{n-4.\,n-3}{1.2} \times \frac{y}{r^{n-5}} \overline{\sqrt{4rr-yy}}^{\,n-5} - \times \frac{n-6.\,n-5.\,n-4}{1.2.3} \times \frac{y}{r^{n-7}} \overline{\sqrt{4rr-yy}}^{\,n-7} + \times \frac{n-8.\,n-7.\,n-6.\,n-5}{1.2.3.4} \times \frac{y}{r^{n-9}} \overline{\sqrt{4rr-yy}}^{\,n-9}$$

$+$ &c. dont la réſolution donnera la valeur d'y qu'on demande.

Après avoir trouvé ces deux ſuites, j'ai vû que le célebre M. Jean Bernoulli les avoit données dans les Journaux de Leipſick, mais ſans démonſtration.

Ainſi la corde QI étant $\frac{r}{n}\sqrt{2nx}$, & l'arc $QI = 1$; l'arc Qm ſera $\frac{n}{r}$, & pour avoir la corde Qm, il faut ſubſtituer dans la premiére ſuite pour b, $\frac{r}{n}\sqrt{2nx}$, & pour n, $\frac{n}{r}$, & l'on aura Qm, ou

$$\sqrt{2rz} = \frac{\frac{r}{n}\sqrt{2nx}}{r^{\frac{n}{r}-1}} \overline{\sqrt{4rr-\frac{2nrrx}{nn}}}^{\,\frac{n}{r}-1} - \times \overline{\frac{n}{r}-2} \times \frac{\frac{r}{n}\sqrt{2nx}}{r^{\frac{n}{r}-3}} \overline{\sqrt{4rr-\frac{2nrrx}{nn}}}^{\,\frac{n}{r}-3} + \frac{\overline{\frac{n}{r}-4} \times \overline{\frac{n}{r}-3}}{1.2} \times \frac{\frac{r}{n}\sqrt{2nx}}{r^{\frac{n}{r}-5}} \overline{\sqrt{4rr-\frac{2nrrx}{nn}}}^{\,\frac{n}{r}-5} - \times \frac{\overline{\frac{n}{r}-6} \times \overline{\frac{n}{r}-5} \times \overline{\frac{n}{r}-4}}{1.2.3} \times \frac{\frac{r}{n}\sqrt{2nx}}{r^{\frac{n}{r}-7}} \overline{\sqrt{4rr-\frac{2nrrx}{nn}}}^{\,\frac{n}{r}-7}$$

$+$ &c. D'où l'on tire

$$\overset{A}{\sqrt{z}} = \sqrt{\frac{rx}{n}} \times \left(\overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\,\frac{n-r}{2r}} - \times \frac{n-2r}{1.r} \times \overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\,\frac{n-3r}{2r}} + \frac{\overline{n-3r} \times \overline{n-4r}}{1.2.rr} \times \overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\,\frac{n-5r}{2r}} - \times \frac{\overline{n-4r} \times \overline{n-5r} \times \overline{n-6r}}{1.2.3.r^3} \times \overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\,\frac{n-7r}{2r}} + \&c. \right)$$

Maintenant si du centre D, & des points R & m, on abbaisse les perpendiculaires DE, RG & mM; les points E & G seront sur le rayon CQ, & le point M sera à la courbe de projection.

Si de plus, on mene mS & SR parallele au plan CAL, & que l'on nomme QE, g, DE, f, on aura $mR = MG$ $= \sqrt{2rz - zz}$, $QG = \frac{gz}{r}$, & $RG = mM = \frac{fz}{r}$. D'où il suit $QM (\sqrt{Qm^2 - mM^2}) = \frac{1}{r} \sqrt{2r^3z - ffzz}$, & $CM = (\sqrt{CG^2 + MG^2}) = \sqrt{\overline{n - \frac{gz}{r}}^2 + 2rz - zz}$ $= \frac{\sqrt{rr-gg}}{r} \times \sqrt{\frac{nnrr - 2gnrz + 2r^3z}{rr-gg} - zz}$.

Si donc on substituë dans QM, CM & Mm, pour z, sa valeur tirée de l'équation A, on aura

$$QM = \sqrt{\frac{2rrx}{n}} \times \sqrt{(\overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-r}{2r}} - \times \overline{\frac{n-2r}{1.r}} \times \overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-3r}{2r}} + \frac{\overline{n-3r} \times \overline{n-4r}}{1.2.rr} \times \overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-5r}{2r}} - \&c.)^2 - \frac{ffx^2}{nn} \times (\overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-r}{2r}} - \times \overline{\frac{n-2r}{1.r}} \times \overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-3r}{2r}} + \frac{\overline{n-3r} \times \overline{n-4r}}{1.2.rr} \times \overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-5r}{2r}} - \&c.)^4}$$

$$CM = \sqrt{rr-gg} \times \sqrt{[\frac{nn}{rr-gg} - \frac{2gn+2rr}{rr-gg} \times \frac{x}{n} \times (\overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-r}{2r}} - \times \frac{n-2r}{1.r} \times \overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-3r}{2r}} + \frac{n-3r \times n-4r}{1.2.rr} \times \overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-5r}{2r}} - \&c.)^2 - \frac{xx}{nn} \times (\overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-r}{2r}} - \times \frac{n-2r}{1.r} \times \overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-3r}{2r}} + \frac{n-3r \times n-4r}{1.2.rr} \times \overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-5r}{2r}} - \&c.)^4]}$$

$$Mm = \frac{fx}{n} \times (\overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-r}{2r}} - \times \overline{\frac{n-2r}{1.r}} \times \overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-3r}{2r}} + \frac{\overline{n-3r} \times \overline{n-4r}}{1.2.rr} \times \overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-5r}{2r}} - \&c.)^2$$

Ce qui donne cette construction.

Soit pris ſur le rayon CA, la partie AO indéterminée $= x$ que l'on mene l'ordonnée OQ à ce cercle, & que des points Q & C comme centres, & des rayons QM & CM, tels qu'on les vient de déterminer, on décrive deux cercles; ces cercles ſe couperont en M qui ſera à la courbe de projection cherchée; & ſi ſur ce point M, on éleve Mm telle qu'on l'a déterminée, perpendiculairement au plan $CAQB$, le point m, ſera à la courbe à double courbure que l'on demandoit.

COROLLAIRE I.

II. Si l'on examine les trois ſuites qui entrent dans les expreſſions de QM, CM & Mm, on verra qu'elles ſeront finies toutes les fois que le rapport $\frac{n}{r}$ ſera égal à un nombre entier, c'eſt-à-dire, lorſque le diametre du grand cercle contiendra un nombre de fois tel qu'on voudra, le diametre du petit cercle. Dans tous ces cas, les courbes à double courbure & de projection ſeront donc géométriques.

REMARQUE.

III. Si le diametre du grand cercle ne contenoit pas un nombre de fois exactement le diametre du petit cercle, dans ces nouveaux cas, les courbes ne laiſſeroient pas d'être géométriques, pourvû que le rapport des diametres fût de nombre à nombre. Soit, par exemple, ce rapport comme 5 à 2, on aura la corde $QI = \frac{2}{5}\sqrt{2nx}$, & la corde Qm appartiendra à l'arc Qm qui eſt les $\frac{5}{2}$ de l'arc QI.

Pour trouver cette corde, il faut par la premiére ſuite, prendre la corde de l'arc quintuple de l'arc QI, & par la ſeconde ſuite, on trouvera la corde de l'arc, moitié de cet arc quintuple, qui fournira cette équation

$$\frac{3}{5}\sqrt{2nx} \times \frac{\overline{\sqrt{4rr - \frac{9}{25} \times 2nx}}^2}{r^4} \times 3 - \frac{3}{5}\sqrt{2nx} \times \frac{\overline{\sqrt{4rr - \frac{9}{25} \times 2nx}}^2}{rr}$$

$+ \frac{3}{5}\sqrt{2nx} = \frac{y}{r}\sqrt{4rr - yy}$, de laquelle on tirera la

valeur de y qui sera la corde cherchée. Il en sera de même de tout autre exemple, quels que soient les nombres qui expriment le rapport des diametres, on trouvera toûjours l'expression de la corde Qm, par le moyen d'une équation, qui ne contiendra qu'un nombre fini de termes; & par conséquent dans tous les cas, on aura toûjours les rapports des lignes CM, QM & Mm, & les courbes résultantes seront géométriques.

COROLLAIRE II.

IV. Lorsque $f = 0$, $g = r$, les trois lignes QM, CM, Mm, deviendront

$$QM = \frac{r\sqrt{2x}}{n} \times \left(\overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-r}{2r}} - \times \frac{n-2r}{1.r} \times \overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-3r}{2r}} \right.$$

$$\left. + \frac{n-4r \times n-3r}{1.2.rr} \times \overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-5r}{2r}} + \&c. \right)$$

$$CM = \sqrt{nn - \overline{\frac{2nrx + 2rrx}{n}}} \times \left(\overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-r}{2r}} - \times \frac{n-2r}{1.r} \right.$$

$$\left. \times \overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-3r}{2r}} + \frac{n-4r \times n-3r}{1.2.rr} \times \overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-5r}{r}} - \&c. \right)^2$$

& $Mm = 0$.

Dans ce cas la courbe à double courbure s'évanouira, & se confondra avec la courbe de projection. Les courbes AM seront alors des Epicycloïdes, intérieures lorsque r sera positif, & extérieures lorsque r sera négatif.

COROLLAIRE III.

V. Lorsque $gn = rr$, les deux triangles CDQ & DEQ sont semblables, l'angle CDQ est droit, le cercle $QmHQ$ peut être considéré comme la base d'un cone droit, dont la hauteur est CD, son côté $CQ = CA$, & dont le sommet est attaché au centre C d'une Sphere, dont le rayon est égal au côté du cone; le point m décrit alors une courbe à double

courbure sur la superficie convexe de la Sphere, dont la projection est AM. D'où l'on voit que dans ce cas, au lieu du double mouvement dont on s'est servi pour engendrer la courbe à double courbure Am, on peut lui substituer le roulement de ce cone. Sur un grand cercle il engendrera la même courbe.

COROLLAIRE IV.

Fig. 4. & 5. VI. Lorsque l'angle CDQ est obtus, ou aigu, si du centre D du cercle $QmHQ$, on éleve DK perpendiculairement au plan de ce cercle, cette ligne DK coupera en K la ligne CK élevée aussi perpendiculairement du centre C du cercle AQB sur son plan, de maniére que $CK = \frac{gu - rr}{\sqrt{rr - gg}}$,

Fig. 1. car les triangles AED, DEO & OCK sont semblables, ce qui donne $AE(g) . ED(\sqrt{rr - gg}) :: ED(\sqrt{rr - gg}) . EO = \frac{rr - gg}{g} = DN$ & $DN(\frac{rr - gg}{g}) . NO(\sqrt{rr - gg}) :: OC(u - g - \frac{rr + gg}{g}) . CK = \frac{gu - rr}{\sqrt{rr - gg}}$, d'où il suit $KA = \frac{r\sqrt{uu - 2gu + rr}}{\sqrt{rr - gg}}$. Le point K ainsi déterminé, qui

Fig. 2. 4. & 5. est au dessous de C dans le premier cas, & au dessus dans le second, sera le centre de la Sphere, auquel si l'on attache le sommet K du cone KQH, & que l'on fasse rouler ce cone sur la circonférence AQB, il se décrira par ce mouvement sur la superficie convexe de la Sphere, la même courbe à double courbure qui a été décrite par le double mouvement de l'article premier; d'où l'on voit que dans tous les cas on peut substituer le roulement du cone à la place de ce double mouvement.

COROLLAIRE V.

Fig. 2. VII. Si au lieu de supposer les arcs AQ & Qm égaux

comme on a fait, on suppose qu'ils soient entre eux comme p à q, l'exposant de l'arc Qm, qui étoit $\frac{n}{r}$, deviendra $\frac{qn}{pr}$; & en substituant cette quantité dans les trois suites qui expriment les lignes CM, QM & Mm, elles détermineront les courbes à double courbure & de projection, relatives à tous ces nouveaux cas.

COROLLAIRE VI.

VIII. Et si l'on veut que les arcs AQ & Qm soient semblables, alors $\frac{qn}{pr} = 1$, & $Qm(\sqrt{2rz}) = QI(\frac{r}{n}\sqrt{2nx})$, d'où l'on tire $z = \frac{2nrrx}{2nnr} = \frac{rx}{n}$. Donc $QM \ldots\ldots = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{2r^4x}{n} - \frac{ffrrxx}{nn}} = \frac{1}{n}\sqrt{2nrrx - ffxx}$, $CM = \frac{1}{r}\sqrt{nnrr - 2grrx + \frac{2r^4x}{n} - \overline{rr + gg} \times \frac{rrxx}{nn}} = \frac{1}{n}\sqrt{n^4 - 2gnnx + 2nrrx - rrxx + ggxx}$, & $Mm = \frac{fx}{n}$. D'où l'on voit que dans ce cas les lignes à double courbure & de projection sont géométriques, quel que soit le rapport des rayons CA, DQ.

Seconde maniére de trouver les E'quations de ces courbes.

IX. Si au lieu du cercle QmH oblique sur le plan CAB, qui est emporté par la regle CQ, on considére sa projection $QMOE$ sur ce même plan, emportée aussi par la même regle CQ; il est clair que cette projection sera une ellipse, dont l'ordonnée MG sera égale à l'ordonnée mR du cercle oblique, & son abscisse QG sera la projection de l'abscisse QR du cercle oblique. Fig. 2. Fig. 6. Fig. 2.

Mais par la génération des courbes à double courbure & de projection, dont on cherche l'équation, il faut qu'en quelque point Q que se trouve la regle CQ, l'arc AQ du

cercle *CAB* soit égal à l'arc *Qm* du cercle oblique, dont la projection est l'arc elliptique *QM*.

Donc pour que cette égalité subsiste toûjours, il faut que pendant que la regle *CQ* décrit l'arc infiniment petit *Qq*, en emportant l'ellipse *QMOE* en *qRmL*, il faut, dis-je, que le petit arc *MR* décrit en conséquence de ce mouvement par le point *M* soit semblable au petit arc *Qq*, & que l'arc elliptique $qR = QM$ augmente de son élement *Rm*, qui est la projection de l'élement du cercle oblique.

Fig. 2. Si donc on nomme *CA*, n; *QD*, r; *QR*, z; *QE*, g, on aura $QG = \frac{gz}{r}$, $GM = \sqrt{2rz - zz}$, $CM = \sqrt{CG^2 + GM^2}$ $= \frac{1}{r}\sqrt{nnrr - 2gnrz + ggzz + 2r^3z - rrzz}$, le petit arc elliptique $mR = \sqrt{\overline{\frac{rdz - zdz}{\sqrt{2rz - zz}}}^2 + \frac{ggdz^2}{rr}}$ $= \frac{dz\sqrt{r^4 - 2r^3z + rrzz + 2ggrz - ggzz}}{r\sqrt{2rz - zz}}$, & la différence de *CM* sera $ml = \frac{-gnrdz + ggzdz + r^3dz - rrzdz}{r\sqrt{nnrr - 2gnrz + ggzz + 2r^3z - rrzz}}$.

Donc $Rl = \sqrt{mR^2 - ml^2}$ .... $=$

$$dz\sqrt{\frac{r^4 - 2r^3z + rrzz + 2ggrz - ggzz}{rr \times \overline{2rz - zz}} + \frac{\overline{r^3 - rrz - gnr + ggz}^2}{rr \times \overline{nnrr - 2gnrz + ggzz + 2r^3z - rrzz}}}$$

qui se réduit à

$$\frac{dz\sqrt{nnr^6 - 2nnr^5z + nnr^4zz + 2gnr^5z - 2gnr^4zz + ggr^4zz}}{r\sqrt{2rz - zz} \times \sqrt{nnrr - 2gnrz + ggzz + 2r^3z - rrzz}}$$

$$= \frac{dz \times \overline{nrr - nrz + grz}}{\sqrt{2rz - zz} \times \sqrt{nnrr - 2gnrz + 2r^3z - rrzz}} = Rl.$$

Mais les arcs *Qq* & *MR* étant semblables, & l'arc *Qq* étant

étant toûjours égal à l'élement du cercle oblique qui est $\frac{rdz}{\sqrt{2rz-zz}}$, on aura cette proportion $CQ\,(n) \,.\, Qq\left(\frac{rdz}{\sqrt{2rz-zz}}\right)$ $:: CM\left(\frac{1}{r}\sqrt{nnrr-2gnrz+ggzz+2r^3z-rrzz}\right)$ $.\, MR = \frac{dz\sqrt{nnrr-2gnrz+ggzz+2r^3z-rrzz}}{n\sqrt{2rz-zz}}$. Donc

$$MR - Rl = \frac{dz\sqrt{nnrr-2gnrz+ggzz+2r^3z-rrzz}}{n\sqrt{2rz-zz}}$$

$$- \frac{nrrdz+rrzdz-grzdz}{\sqrt{2rz-zz}\times\sqrt{nnrr-2gnrz+ggzz+2r^3z-rrzz}}$$

$$= \frac{dz\times\overline{2r^3z-rrzz-3gnrz+ggzz+nnrz}}{n\sqrt{2rz-zz}\times\sqrt{nnrr-2gnrz+ggzz+2r^3z-rrzz}} = Ml.$$

Si donc on nomme ml, dy, & Ml, dx; on aura dans chaque petit côté Mm de la courbe de projection,

$$dy = \frac{dz\times\overline{-gnr+ggz+r^3-rrz}}{r\sqrt{nnrr-2gnrz+ggzz+2r^3z-rrzz}},$$

$$\& \; dx = \frac{dz\times\overline{2r^3z-rrzz-3gnrz+nnrz+ggzz}}{n\sqrt{2rz-zz}\times\sqrt{nnrr-2gnrz+ggzz+2r^3z-rrzz}};$$

Ainsi on a le rapport de dy à dx dans tous les points de la courbe de projection AM. Si de plus, on nomme h, Fig. 2. la hauteur Mm, dont le point m est à la courbe à double courbure, à cause des triangles semblables QDE, QRG, on aura $QD\,(r) \,.\, DE\,(\sqrt{rr-gg}) :: QR\,(z)$ $.\, RG = \frac{z\sqrt{rr-gg}}{r} = Mm = h$; donc $dh = \frac{dz\sqrt{rr-gg}}{r}$. Ainsi pour tous les points de la courbe à double courbure, on a aussi le rapport de dy à dx & à dh.

COROLLAIRE I.

X. Si l'angle CDQ est droit, on aura $g = \frac{rr}{n}$, le cercle oblique QmH sera la base d'un cone droit, dont le sommet

eſt en C, & la courbe à double courbure ſera la Roulette décrite ſur la ſurface convexe de la Sphere par le point m de ce cone roulant ſur le plan $CAQB$, on aura dans ce cas

$$dy = \frac{rrzdz - nnzdz}{n\sqrt{n^4 + rrzz - nnzz}},\ dx = \frac{zdz \times \overline{nn - rr} \times \overline{nn - rz}}{m\sqrt{2rz - zz} \times \sqrt{n^4 + rrzz - nnzz}}$$

& $dh = \frac{dz\sqrt{nn - rr}}{n}$.

COROLLAIRE II.

XI. Si $DE = 0$, $g = r$, alors le cercle QmH roulera dans le plan CAB, & les courbes à double courbure & de projection ſeront la même courbe, l'on aura alors $dx = dz \times \frac{2rrz - 3nrz + nnz}{n\sqrt{2rz - zz} \times \sqrt{nn - 2nz + 2rz}}$, $dy = \frac{-ndz + rdz}{\sqrt{nn - 2nz + 2rz}}$ & $dh = 0$, cette courbe eſt alors une Epicycloïde, qui lorſque n eſt infini, donne $dx = \frac{zdz}{\sqrt{2rz - zz}}$ & $dy = dz$, & exprime la cycloïde ; & lorſque $n = 2r$, devient $dx = 0$, & $dy = \frac{-rdz}{\sqrt{4rr - 2rz}}$, dont l'intégrale eſt $y = \sqrt{4rr - 2rz}$, qui eſt un lieu à la ligne droite ; ce qui montre que dans ce cas, où un cercle roule au dedans d'un autre cercle double, le point décrivant engendre une ligne droite, qui eſt le diametre de ce cercle double.

COROLLAIRE III.

XII. Si l'on ſuppoſe $g = n$, on aura $dy = dz \times$

$$\frac{\overline{r^3 - nnr} + \overline{nnz - rrz}}{r\sqrt{nnrr - 2nnrz + 2r^3z + nnzz - rrzz}} = \frac{dz \times \sqrt{rr - nn} \times \overline{r - z}}{r\sqrt{\frac{nnrr}{rr - nn} + 2rz - zz}},$$

$$dx = \frac{dz \times 2r^3z - 2nnrz - rrzz + nnzz}{n\sqrt{2rz - zz} \times \sqrt{nnrr - 2nnrz + 2r^3z + nnzz - rrzz}}$$

$$= \frac{dz \times \sqrt{rr - nn} \times \sqrt{2rz - zz}}{n\sqrt{\frac{nnrr}{rr - nn} + 2rz - zz}}$$ & $dh = \frac{dz\sqrt{rr - nn}}{r}$, d'où

l'on voit que dans ce cas $dy . dx :: \frac{r-z}{r} . \frac{\sqrt{2rz-zz}}{n}$.

Mais quand $g = n$, il faut que le centre D de la baſe du cone roulant ſoit perpendiculairement à plomb ſur le centre C de la baſe CAB ſur laquelle ce cone roule ; & l'on a vû *(art. 6.)* que le ſommet du cone qui décrit la courbe à double courbure, ou, ce qui eſt la même choſe, le centre de la Sphere ſur laquelle la ſurface de cette courbe à double courbure eſt décrite, doit toûjours auſſi ſe trouver dans cette perpendiculaire à plomb ſur le centre C; donc alors le ſommet du cone, & le centre de la baſe de ce cone, ſe confondent dans le même point de cette perpendiculaire, c'eſt-à-dire, que le cone devient alors un cercle qui a le même rayon que la Sphere : par conſéquent dans ce cas, la courbe à double courbure eſt engendrée par un point fixe pris ſur la circonférence d'un grand cercle qui roule ſur un petit cercle, le centre de ce grand cercle demeurant immobile. Fig. 7.

COROLLAIRE IV.

XIII. Si l'on ſuppoſe g plus grand que n, alors le ſommet K du cone, ou le centre de la Sphere, ſe trouvera au deſſus du plan de la baſe du cone.

COROLLAIRE V.

XIV. Il ſuit de ce que CK *(art. 6.)* $= \frac{gn-rr}{\sqrt{rr-gg}}$, & de ce qui vient d'être dit, que quand l'angle HAC des deux plans eſt aigu, ſi l'on conſidere cet angle demeurer le même pendant que g (AE) & r (AD) croiſſent uniformément, c'eſt-à-dire, pendant que la baſe du cone augmente, il ſuit, dis-je, que le centre K de la Sphere, ou le ſommet du cone, ſera d'abord au deſſous du centre C; que g augmentant, il s'élevera en s'approchant du point C, avec lequel il ſe confond, lorſque $gn = rr$; qu'il continuera enſuite de s'élever entre les deux plans, en s'éloignant du point C, & en s'approchant du plan $HDAm$, dans lequel il ſe trouve, lorſque

$g = n$, alors les points K & D ſe confondent ; que g continuant d'augmenter, le ſommet K du cone ſe trouvera toûjours au deſſus du plan de ſa baſe, & le centre de cette baſe de l'autre côté de la ligne CK, enſorte que dans ce dernier cas qui en renferme une infinité, le cône ſera oppoſé par ſa baſe à ce qu'il étoit auparavant.

COROLLAIRE VI.

XV. Si l'on ſuppoſe $g = 0$, on aura $dy = \frac{dz \times \overline{r - z}}{\sqrt{nn + 2rz - zz}}$, $dx = dz \times \frac{2rrz + nnz - rzz}{n\sqrt{2rz - zz} \times \sqrt{nn + 2rz - zz}}$ & $dh = dz$, pour toutes les courbes à double courbure décrites ſur toutes les Spheres dont les rayons ſont $\sqrt{nn + rr}$, par les cones, dont les cercles des baſes ſont paralleles à la ligne à plomb CK.

COROLLAIRE VII.

Fig. 8. XVI. Si l'on fait g négatif, alors l'angle CAH des deux plans ſera obtus, & l'on aura $dy = \frac{dz \times gnr + ggz + r^3 - rrz}{r\sqrt{nnrr + 2gnrz + ggzz + 2r^3z - rrzz}}$,

$$dx = \frac{dz \times 2r^3z - rrzz + 3gnrz + nnrz + ggzz}{n\sqrt{2rz - zz} \times \sqrt{nnrr + 2gnrz + ggzz + 2r^3z - rrzz}}$$

& $dh = \frac{dz\sqrt{rr - gg}}{r}$, l'on aura auſſi $CK = \frac{-gn - rr}{\sqrt{rr - gg}}$, ce qui fait voir que de quelque maniére que l'on faſſe croître ou diminuer le cercle AH de la baſe du cone, ſon ſommet K ou le centre de la Sphere ſera toûjours au deſſus de C, & même de D.

Rectification de ces Courbes.

XVII. Si l'on cherche la valeur du petit côté *Mm* de la courbe de projection, on trouvera $Mm\ (\sqrt{dx^2 + dy^2}) =$ Fig. 6.

$$\frac{dz\sqrt{\overline{2r^4z - r^3zz - 3gnrrz + nnrrz + ggrzz}^2 + \overline{nr^3 - nrrz - gn^2r + ggnz}^2 \times \overline{2rz - zz}}}{nr\sqrt{2r^3z + nnrr - rrzz - 2gnrz + ggzz} \times \sqrt{2rz - zz}},$$

qui se réduit à

$$\frac{dz\sqrt{2r^5z - r^4zz - 4gnr^3z + ggrrzz + nnrrzz + 2ggnnrz - ggnnzz}}{nr\sqrt{2rz - zz}}$$

$$= \frac{dz\sqrt{\overline{nn - rr} \times \overline{rr - gg} \times z + 2r \times \overline{gn - rr}^2}}{nr\sqrt{2r - z}}.$$

L'élement de la courbe à double courbure qui est $\sqrt{dx^2 + dy^2 + dh^2}$ sera donc

$$dz\sqrt{\frac{\overline{nn - rr} \times \overline{rr - gg} \times z + 2r \times \overline{gn - rr}}{nnrr \times \overline{2r - z}} + \frac{rr - gg}{rr}}$$

$$= \frac{dz\sqrt{2r \times (nn - 2gn + rr) - z \times \overline{rr - gg}}}{n\sqrt{2r - z}}.$$

COROLLAIRE I.

XVIII. Si l'on suppose $g = r$, on aura $\frac{n - r}{n} \times \frac{dz\sqrt{2r}}{\sqrt{2r - z}}$ pour la courbe à double courbure, & pour la courbe de projection ; & c'est aussi ce qui doit arriver, car alors ces deux courbes se confondent, & deviennent une Épicycloïde ordinaire.

L'intégrale de cette quantité est $\overline{\frac{n - r}{n}} \times \overline{4r - 2\sqrt{4rr - 2rz}}$.

COROLLAIRE II.

XIX. Si l'on suppose $g = n$, on aura $\frac{\sqrt{rr - nn}}{n} \times dz$

pour la courbe à double courbure, & $\frac{rr-nn}{nr} \times dz$ pour la courbe de projection, dont l'intégrale est $\frac{z\sqrt{rr-nn}}{n}$ & $z \times \frac{rr-nn}{nr}$. Ainsi dans ce cas qui en renferme une infinité, la courbe à double courbure sera à la courbe de projection comme r à $\sqrt{rr-nn}$.

COROLLAIRE III.

XX. De l'infinité de courbes à double courbure, décrites sur les superficies convexes des Spheres, & engendrées par le roulement du cône, dont le côté *KA* ou *KQ* (*art. 6.*) $= \frac{r\sqrt{nn-2gn+rr}}{\sqrt{rr-gg}}$ est toûjours égal au rayon de la Sphere; de toutes ces courbes, dis-je, il n'y a donc que celles qui résultent de la supposition de $g=r$ & de $g=n$ qui soient rectifiables. La premiére de ces suppositions demande que la hauteur du cone soit infinie, & la seconde qu'elle soit infiniment petite: dans le premier cas, ce sont les Epicycloïdes; & dans le second, ce sont les courbes à double courbure décrites sur la superficie convexe d'une Sphere, dont le rayon est r, par un point fixe d'un grand cercle, tel que l'Ecliptique, dont tous les points s'appliquent successivement sur tous les points d'un petit cercle parallele à l'Equateur, pris à telle distance qu'on veut de l'Equateur; l'infinité de courbes de cette espece, aussi-bien que leurs courbes de projection, sont donc rectifiables. On a vû de plus (*art. 2.*) que toutes les courbes à double courbure, & de projection qui font l'objet de ce Mémoire, sont géométriques, lorsque le rapport de n à r est de nombre à nombre; donc quand ce rapport est tel, & que $g=n$, toutes ces courbes sont géométriques & rectifiables.

C'est cette derniére espece de courbes que M. de Maupertuis a déterminée par une autre voye (il y a quelques jours) en résolvant le Probleme qui lui avoit été proposé

par M. Bernoulli, Professeur de Mathématiques à Bâle.

XXI. Si au lieu de supposer, comme on a fait *(art. 9.)*, les arcs du cercle roulant & du cercle de la base égaux, on les suppose dans le rapport de p à q, on aura alors $dx =$

$$\frac{dz \times nnrr \times \overline{q-p} - gnrz \times \overline{2q+p} + rz \times \overline{2qrr+pnn} + zz \times \overline{ggq-qr}}{pn\sqrt{2rz-zz} \times \sqrt{nnrr - 2gnrz + 2r^3z + ggzz - rrzz}}$$

$$dy = \frac{dz \times -gnr + r + ggz - rrz}{r\sqrt{nnrr - 2gnrz + 2r^3z + ggzz - rrzz}}; \text{ \& } dh$$

$= \frac{dz\sqrt{rr-gg}}{r}$, qui lorsque $g = n$ deviennent dx

$$= \frac{dz \times nnrr \times \overline{q-p} - q \times \overline{rr-nn} \times \overline{2rz-zz}}{pn\sqrt{2rz-zz} \times \sqrt{nnrr + \overline{2rz-zz} \times \overline{rr-nn}}}, \ dy$$

$$= \frac{\overline{rdz-zdz} \times \overline{rr-nn}}{r\sqrt{nnrr + 2rz - zz \times \overline{nn-rr}}}, \text{ \& } dh = \frac{dz\sqrt{rr-nn}}{r};$$

le petit arc de la courbe à double courbure sera alors

$$\frac{q\sqrt{rr-nn} \times dz\sqrt{2rz - zz + \frac{nnrr \times \overline{p-q}^2}{qq \times rn - nn}}}{pn\sqrt{2rz-zz}},$$ qui est égal à un arc elliptique.

Si l'on veut que $p . q :: r . n$, c'est-à-dire, que les arcs des cercles roulants, & de la base soient semblables.

Le petit arc de la courbe à double courbure dans le cas de $g = n$ sera alors $\frac{\sqrt{rr-nn} \times dz\sqrt{2rz - zz + rr \times \frac{r-n}{r+n}}}{r\sqrt{2rz-zz}}$,

& si $p = q$, on retrouve $\frac{\sqrt{rr-nn}}{n} \times dz$ pour le petit arc de la courbe à double courbure.

XXII. Après avoir donné les Equations & les rectifications des courbes à double courbure, qui s'engendrent

ſur la ſuperficie convexe d'une Sphere, par le roulement d'un cone droit; on donnoit encore dans ce Mémoire, les mêmes choſes ſur les courbes à double courbure, qui s'engendrent auſſi ſur la ſuperficie convexe d'une Sphere, par le roulement d'un cone oblique. Mais ces nouveaux cas fourniſſant des Equations extrêmement composées, & aucune des courbes qui réſultent de ces Equations n'étant rectifiable, on a ſupprimé cette partie.

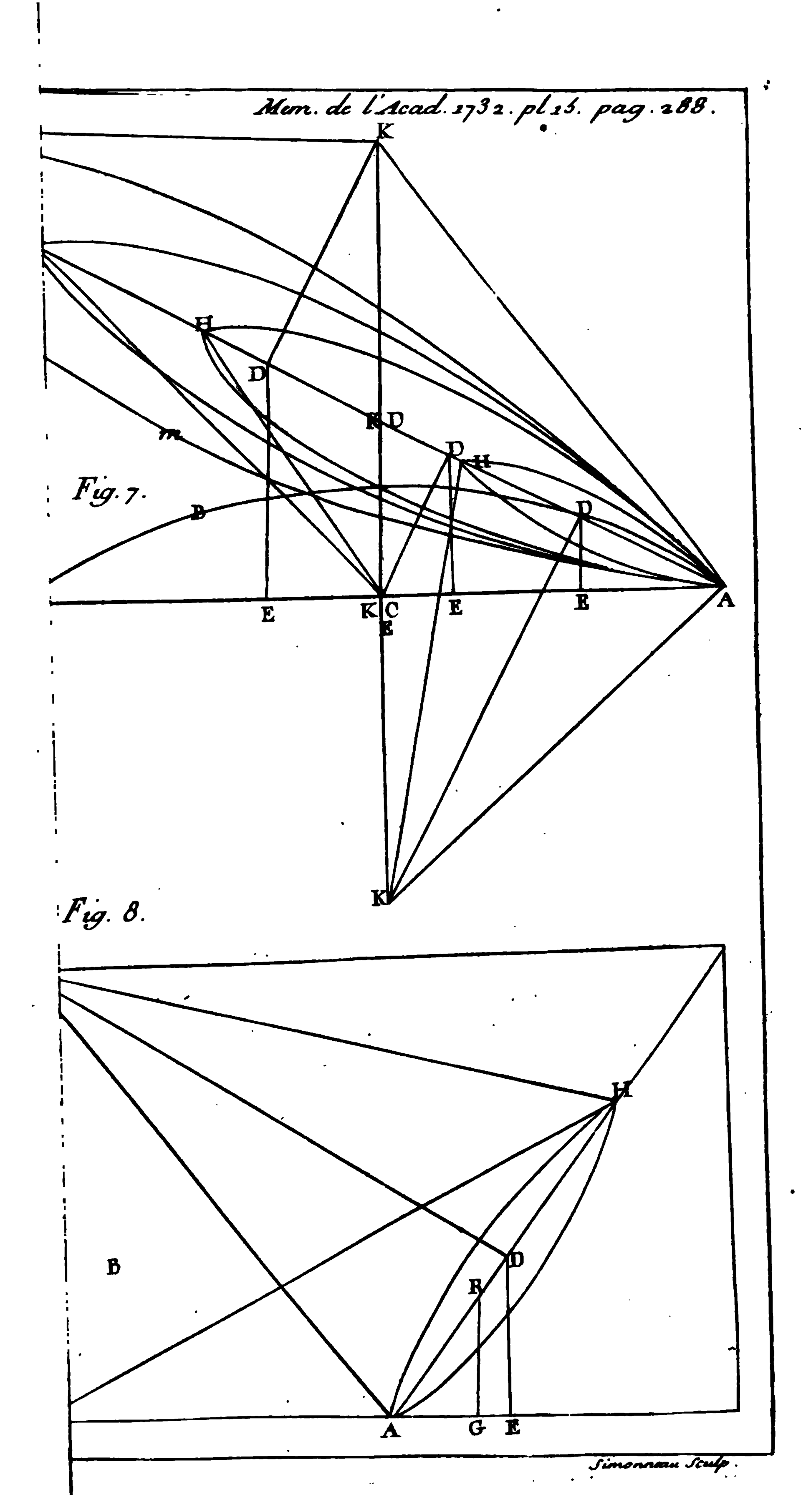


DES

Fig. 2

Fig. 4

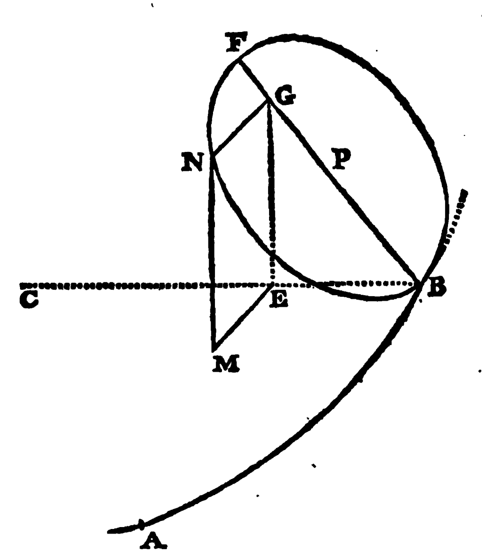
Simonneau Sculp.



Simonneau Sculp.

DES EPICYCLOIDES SPHERIQUES.

Par M. CLAIRAUT.



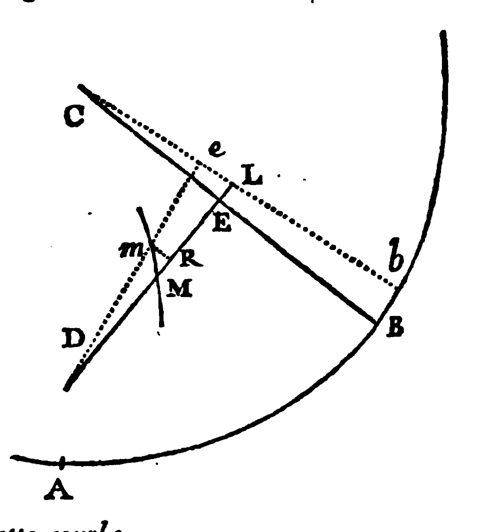
I. SOIT un cercle *NB* roulant ſur un autre cercle *AB*, enſorte que ſon plan *NGB* faſſe toûjours le même angle avec le plan *CAB* du cercle *AB*, & ſoit *N* un des points de la circonférence *NB* qui décrit pendant ce roulement la courbe que l'on appelle *Epicycloïde ſphérique*. Je me propoſe d'abord de trouver l'expreſſion algébrique des arcs de cette courbe, ou, ce qui revient au même, la valeur d'un de ſes éléments quelconques.

Pour cela je mene *NG* perpendiculaire au diametre *FPB* du cercle roulant, *GE* perpendiculaire à *CB*, rayon du cercle *AB*, j'abbaiſſe auſſi l'ordonnée *NM* de l'Epicycloïde ſphérique, & je tire *ME* qui ſe trouve perpendiculaire à *BC*. Il eſt clair que l'élément cherché eſt la racine du quarré de l'élément de la courbe de projection, plus le quarré de la différence de *NM*. Le Probleme ſe réduit donc à trouver l'élément de la courbe de projection & l'ordonnée *NM* exprimée par la même variable.

La variable que je ferai entrer dans l'une & l'autre de ces expreſſions ſera *BG* que je nommerai x, & elle me donnera, en nommant auſſi *FB*, $2a$, *CB*, r, *BE* qui doit être en

raison constante avec FB, nx, $GE = x\sqrt{(1-nn)}$, $GN = \sqrt{(2ax-xx)}$, $CE = r - nx$, NB qui est égal à AB par la propriété du roulement sera $= \int \frac{adx}{\sqrt{(2ax-xx)}}$.

Pour trouver l'élément de la courbe de projection formée par les points M, je la considere d'une façon indépendante de l'Epicycloïde, & plus générale, en résolvant ce Probleme: *Soit une courbe* Mm *déterminée, en prenant sur le cercle* AB *des parties quelconques* AB *sur les rayons* CB *des parties* BE, *dont la relation soit donnée avec* AB *&* *à l'extrémité de ces parties* BE *des perpendiculaires* EM *(toûjours dans le même plan) qui ayent aussi une relation donnée avec* BE, *on demande l'expression de l'élément de cette courbe.*



La solution de ce Probleme est bien facile, car que m soit un autre point de la courbe infiniment près de M, & me, eb, les deux coordonnées à ce point, & soient prolongées me & ME jusqu'au point de rencontre D. Soit de plus tiré Mm, & les petits arcs mR & EL des centres D & C, on aura $Bb = d(AB)$, $eL = d(BE)$, $me - ME = EL - MR = d(ME)$ & par les triangles CBb, CEL, eLD, $EL = \frac{CE \times d(AB)}{CB}$, $LD = \frac{CB \times d(BE)}{d(AB)}$, &c. par conséquent $DM = \frac{CB \times d(BE)}{d(AB)} - ME$ & $MR = \frac{CE \times d(AB)}{CB} - d(ME)$, & par les triangles semblables DmR, DeL, $mR = \frac{d(BE) \times CB - ME \times d(AB)}{CB}$. Donc on aura $\sqrt{([\frac{CE \times d(AB)}{CB} - d(ME)]^2 + (\frac{CB \times d(BE) - ME \times d(AB)}{CB})^2)}$ pour l'élément

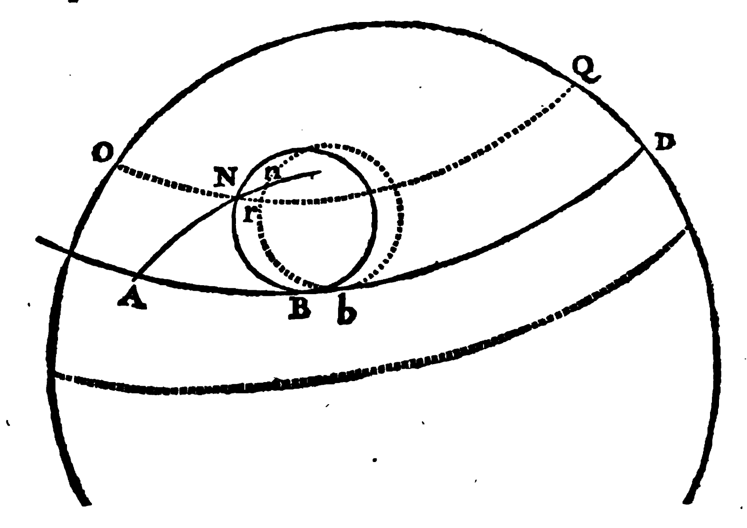
Mm de la courbe de projection, duquel il faut ajoûter le quarré avec celui de la différence de MN, & prendre ensuite la racine du tout, pour avoir, en mettant pour les lignes, leurs valeurs algébriques, & réduisant $dx\sqrt{[(\frac{nr-a}{r})^2+1 - nn + \frac{(\frac{r-an}{r})^2 xx}{2ax-xx}]}$ valeur algébrique de l'élément de l'Epicycloïde, dont l'intégrale sera celle de l'arc.

II. Si l'on fait $n=\pm 1$, le cercle FNB roule sur le cercle AB dans le même plan, soit sur la concavité, soit sur la convéxité, & l'Epicycloïde sphérique devient l'Epicycloïde ordinaire, aussi sa valeur devient-elle $\frac{r\mp a}{r}\,dx\sqrt{(\frac{2a}{2a-x})}$, dont l'intégrale est $4a(\frac{r\mp a}{r}) - 2(\frac{r\mp a}{r})\sqrt{(4aa-2ax)}$ qu'on sçait être la valeur de l'arc de l'Epicycloïde ordinaire.

III. En faisant dans la valeur du petit côté Mm élément de l'arc de la courbe de projection, $r=a$, elle deviendra $(1-n)\,dx\sqrt{(\frac{2a}{2a-x})}$ expression semblable à celle de l'élément de l'Epicycloïde formée en faisant rouler le cercle dans le même plan, ce que l'on pourroit voir d'ailleurs aisément par la page 106 des *Recherches sur les Courbes à double courbure*, où l'on trouve que la courbe de projection d'une courbe formée par le roulement d'une courbe quelconque sur elle-même, mais dans un plan différent, est toûjours semblable à l'Epicycloïde que l'on auroit en faisant le roulement dans le même plan.

IV. Si l'on fait $r=an$ dans la valeur générale de l'élément des Epicycloïdes, on la changera en $\frac{dx}{n}\sqrt{(1-nn)}$, dont l'intégrale est $\frac{x}{n}\sqrt{(1-nn)}$. D'où l'on voit qu'alors l'Epicycloïde est algébriquement rectifiable, & si de plus n est un nombre rationel, l'Epicycloïde sera en même temps algébrique & rectifiable; car lorsque $r=an$, n marque le rapport du diametre du cercle roulant au diametre du cercle de base. Ainsi les Epicycloïdes sphériques résolvent le Probleme

proposé dans les Journaux de Leipsick, par M. Olfenburg, de trouver sur la surface d'une Sphere, des espaces dont le contour soit algébrique, & qui puissent se construire géométriquement.



Soit proposé présentement de trouver la valeur de quelque espace renfermé entre un arc d'Epicycloïde & des arcs de cercles, par exemple de l'espace *ABN* renfermé entre l'arc *AN* de l'Epicycloïde, l'arc *BN* du cercle roulant, & l'arc *AB* du cercle de base égal en longueur à l'arc *BN*.

Pour cela, j'imagine le cercle *BN*, parvenu en *bn* dans une situation infiniment proche de la premiére, & je cherche la valeur de l'élément *NnBb*, renfermé entre les arcs de cercles *NB*, *bn*, *Bb*, & le petit côté *Nn* de l'Epicycloïde, ou bien, en menant le cercle *ONrQ*, parallele à *ABbD*, de l'espace *NrBb*, renfermé entre les arcs de cercles égaux *NB*, *rb*, & *Nr*, *Bb*. Il est évident que l'on peut avoir autant d'espaces, comme *NrBb*, dans la Zone de Sphere *AODQA*, que *Bb* est contenu dans la circonférence *AD*, & l'on sçait que la valeur de cette Zone est le produit de la hauteur ou intervalle des plans *ONQ*, *ABD*, par la circonférence d'un grand cercle. Donc la valeur de *NrBb*,

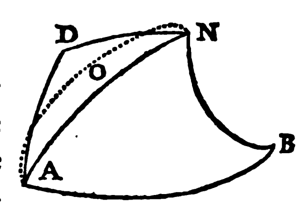
est le produit de cette hauteur qui est la troisiéme coordonnée NM de l'Epicycloïde, par un arc de grand cercle, de même mesure que Bb. Par ce qui précéde, on sçait que la hauteur NM est $x\sqrt{(1-nn)}$, & que Bb, différence de AB, ou de BN, est $\frac{adx}{\sqrt{(2ax-xx)}}$. Et pour avoir un arc de grand cercle de même mesure que Bb, il faut dire $r : \frac{adx}{\sqrt{(2ax-xx)}} :: g : \frac{agdx}{r\sqrt{(2ax-xx)}}$ (g est le rayon de la Sphere) qui étant multiplié par $x\sqrt{(1-nn)}$ donnera $\frac{agxdx\sqrt{(1-nn)}}{r\sqrt{(2ax-xx)}}$ pour la valeur de l'élément $NnBb$, dont l'intégrale $\frac{ag\sqrt{(1-nn)}}{r}\int\frac{adx}{\sqrt{(2ax-xx)}} - \frac{ag\sqrt{(1-nn)}}{r}\sqrt{(2ax-xx)}$ est la valeur de l'espace cherché ANB qui dépend en partie de la quadrature du cercle, & est en partie quarrable géométriquement.

VI. Si dans cette valeur, l'on fait $x = 2a$, c'est-à-dire, que l'arc BN soit devenu le demi-cercle, ou que le point N soit le sommet de l'Epicycloïde, elle deviendra le produit de $\frac{ag\sqrt{(1-nn)}}{r}$ par la demi-circonférence du cercle roulant, d'où il suit que l'aire entiére de l'Epicycloïde, qui est composée de deux espaces, comme celui qui est devenu alors ABN, & de la portion de Sphere renfermée par le cercle NB, est en raison donnée avec l'aire du cercle NB.

Si l'on met pour g son expression en r, a, n, qui est facile à trouver, dans la valeur que l'espace ABN a, lorsque NB est devenu la demi-circonférence du cercle roulant, cette valeur deviendra celle du cercle NB, & l'espace total sera égal à trois cercles comme NB, comme cela doit arriver alors : car la Sphere devient en ce cas un plan, le cercle AB une ligne droite, & l'Epicycloïde spherique, la Cycloïde ordinaire.

VII. L'espace ABN étant égal à un espace circulaire moins une quantité quarrable, si l'on construisoit sur la surface de la Sphere quelque figure comme AON ou $ADNB$ Voyés la Figure suivante.

terminée par les deux côtés *AB* & *BN*, & un ou plusieurs arcs de cercles comme *AON* ou *AD* & *DN*, qui fût égale à la quantité circulaire qui entre dans la valeur de l'espace *ABN*, le reste *AON* ou *ADN* se trouveroit égal à la quantité quarrable, & par-là les Epicycloïdes sphériques résoudroient aussi le Probleme de M. Viviani où il faut trouver sur la Sphere des espaces quarrables géométriques, à l'occasion duquel M. Olfenburg avoit proposé celui des courbes rectifiables.



Pour ce qui est de trouver l'espace circulaire *ABNO* ou *ABDN*, cela est facile.

Il faut sçavoir pour cela mesurer les espaces que l'on peut former sur une Sphere, par des arcs de cercles; le R. P. Coursier, Jésuite, a donné une Théorie de la mesure de ces sortes d'espaces, dont les résultats sont fort simples. Par exemple, il apprend qu'un triangle sphérique a pour mesure un secteur de grand cercle, dont l'angle est double de l'excès de la somme des trois angles du triangle sphérique sur deux droits.



OBSERVATIONS MATHEMATIQUES ET PHYSIQUES

Faites dans un Voyage de Levant en 1731 & 1732.

Par M. DE LA CONDAMINE.

AU mois de Mai 1731, j'obtins un ordre du Roy pour m'embarquer ſur le bord de M. le Chevalier de Camilly commandant un des Vaiſſeaux de l'Eſcadre de M. du Gué-Trouin, deſtinée à faire la viſite des Echelles du Levant. La curioſité ſeule ne m'avoit pas inſpiré le deſſein de ce voyage. Le principal but que je me propoſois étoit de m'inſtruire ſur la Navigation, & de chercher à faire en des lieux peu fréquentés des Phyſiciens, quelques obſervations utiles au progrès de la Géographie & de l'Hiſtoire naturelle. 12 Novemb. 1732.

J'aurois eu une belle occaſion de remplir ces différentes vûës dans le voyage de la Libye intérieure, que M. le Comte de Maurepas [a] me propoſa alors de faire avec le Conſul du Caire, qui ſe diſpoſoit à l'entreprendre par ordre de la Cour. C'eſt dans ce pays déſert, au milieu des ſables mouvants, où la Bouſſole ſeule peut guider, qu'on prétend qu'eſt ſituée la fameuſe Ville pétrifiée dont parlent quelques Relations [b] qui en font deſirer une plus complette & plus authentique.

Divers contretemps ayant empêché malgré moi l'execution de ce dernier projet, ſi conforme au plan que je m'étois fait, le petit nombre d'occaſions qui ſe ſont préſentées dans le cours de mon voyage, m'a fourni le ſujet des obſervations ſuivantes.

Les Inſcriptions & autres monuments antiques m'ont offert une moiſſon plus abondante. Je n'en ai point fait uſage dans ce Mémoire, cet objet étant étranger aux occupations de l'Académie.

[a] *Secretaire d'Etat, qui a l'Académie dans ſon département.*

[b] *Triumvirat de Barbarie, par le P. Paſchal Canto, Récollet. Paris. 1657. pp. 454. & 473. Voyage d'Egypte de Paul Lucas, tom. 2. p. 121. Mercure de France, Mai 1724. p. 258.*

ASTRONOMIE.

Je m'étois pourvû avant mon départ de Paris des instruments nécessaires pour observer la Latitude & la Longitude des lieux qui n'avoient point été déterminés astronomiquement. Je portois un Quart-de-Cercle divisé par le feu S.r Butterfield, de 13 pouces de rayon seulement, mais qui, par sa facilité à être transporté & mis en œuvre, pouvoit quelquefois dans un voyage dédommager de sa petitesse, un bon Objectif de 16 pieds, une Pendule à secondes à grandes vibrations, &c.

La position d'Alger, premier mouillage de l'Escadre, n'avoit encore été fixée par aucune observation astronomique, du moins publiée. Le 13 Juin & les jours suivants, par la comparaison de plusieurs observations réitérées de la hauteur méridienne du Soleil, faites dans la Maison Consulaire, située à peu-près au milieu de la ville, j'ai trouvé sa Latitude de 36° 49′ 30″. J'ai conservé les calculs, mais j'en supprime ici le détail, pour ne point trop allonger ce Mémoire.

Latitude d'Alger observée.

L'Escadre étoit encore devant Alger le 19 au soir, & je me flattois avec quelque apparence de pouvoir profiter de l'occasion favorable de l'Eclipse de Lune de la nuit suivante, pour en conclure la Longitude d'Alger; n'ayant pû jusques-là observer aucune Eclipse des Satellites de Jupiter. Comme on se disposoit à mettre à la voile dans la nuit, si le vent le permettoit, j'avois demandé pour toute grace en ce cas, que la Tartane du Commandant de l'Escadre, m'attendît jusqu'au jour, à l'ouverture des portes de la ville, aimant mieux courir le risque de faire le trajet d'Alger à Tunis sur cette Tartane, que de manquer une si belle occasion. Mais je ne pûs obtenir cette légere faveur. Il me fallut, à mon grand regret, rembarquer à la hâte tous mes instruments, & me rendre à bord quelques heures avant l'Eclipse. Pour surcroît, l'Escadre ne partit que le lendemain après-midi.

Long. d'Alger estimée.

Par une observation de l'Eclipse de Lune du 8 Août 1729 faite à Alger*, avec une Pendule qui ne marquoit pas les secondes;

* *Par les Prêtres*

secondes, & comparée à une observation de la même Eclipse, faite à Londres, Alger avoit été estimé 2° 18′ plus oriental que Londres, c'est-à-dire, 7′ 15″ plus occidental que Paris.

Missionnaires de Saint Lazare, établis à Alger.

Je ne parle point de mes observations de Latitude à Tripoli de Barbarie & à Aléxandrie d'Egypte, n'ayant pas trouvé de différence notable entre leur résultat & les hauteurs de ces deux Villes marquées dans la Table de la *Connoissance des Temps* d'après les observations du P. Feuillée [a] & de M. de Chazelles [b], qui avoient de plus grands instruments que moi.

[a] *Tripoli 32° 53′ 40″. Mem. Acad. 1702. p. 12. Obs. du P. Feuillée, Min.^e, tome 2. p. 702.*

[b] *Alexandrie 31° 11′ Observ. manusc.*

Dans la même Table on trouve la Latitude de Constantinople de 41° 6′, cependant par le moyen résultat de huit observations des hauteurs méridiennes du Soleil, j'ai conclu cette Latitude de 41° 0′ 0″, à Pera fauxbourg de Constantinople situé de l'autre côté du Port, au Nord du grand Serrail, dans le Palais de France où j'étois logé [c]. C'est dans ce même lieu qu'a observé M. de Chazelles, de cette Académie, envoyé par le Roy pour faire des observations astronomiques en Levant. Le nom de M. de Chazelles, que je croyois auteur de l'observation indiquée dans la Connoissance des Temps, me rendoit les miennes suspectes; j'ai appris depuis qu'elles s'accordoient à très-peu près avec celle de cet illustre Académicien [d] qui a trouvé la Latitude de Constantinople de 41° 1′.

Latitude de Constantinople observée.

[c] *Chés M. le Marquis de Villeneuve, Ambassadeur du Roy à la Porte.*

[d] *Mem. de l'Acad. 1721. p. 58.*

Le Docteur Cowel [e], Anglois, l'avoit observée autrefois de 40° 56′; un autre Anglois, de 40° 58′. Jusqu'en 1705 la Connoissance des Temps l'a marquée de 41° 0′, & depuis 1706 inclusivement de 41° 6′ d'après M. Greaves [f] & le P. de Challes [g] Jésuite, dont les observations sont fort antérieures à celle de M. de Chazelles.

[e] *Voyage de Wheler, liv. 2. p. 147.*

[f] *Transf. Phil. n.° 178. pag. 1295. Dec. 1685. Abridg. tom. 1. p. 566.*

[g] *Anc. Mem. de l'Acad. t. 10. p. 363.*

NAVIGATION.

Les observations que j'ai eu occasion de faire sur la Navigation de la Méditerranée, peuvent se rapporter à cinq chefs principaux, sçavoir les *Cartes plattes*, la *Variation* de la Boussole, l'estime du Sillage, l'observation de la hauteur, & celle des Satellites de Jupiter.

1.° On ne fait sur la Méditerranée aucun usage des *Cartes*

Défaut des Cartes plattes.

* V. l'Hist. de l'Acad. 1702. p. 86. & suiv. 1703. p. 92. Et Memoires p. 95. & suiv.

réduites *, on ne s'y sert que des *Cartes plattes,* plus commodes, à la vérité, dans la pratique, mais cependant très-défectueuses, tous les rumbs de vent, hors les méridiens, y étant nécessairement faux, puisqu'avec les degrés de Latitude égaux, comme sur le Globe, elles ont leurs méridiens paralleles. Cependant il faut avouer que l'usage des Cartes réduites ne seroit à désirer sur la Méditerranée, que pour une plus grande précision, & que les erreurs que l'on peut commettre, faute de s'en servir, ne peuvent pas être fort considérables sur une Mer où la plus grande différence en Latitude n'excede pas 14 à 15 degrés.

Observation de la Variation négligée sur la Méditerranée.

2.° Quant à la *Variation,* (c'est ainsi que les Marins nomment la déclinaison de l'Aiguille aimantée), son observation est extrêmement négligée sur la Méditerranée; on y suppose la variation, du moins quant à la pratique, absolument uniforme, & quoiqu'à la seule inspection de l'Etoile polaire, on apperçoive quelquefois une différence fort sensible d'un p rage à l'autre, on n'y a communément aucun égard. La p'ûpart des Vaisseaux marchands se servent pour diriger leur route, d'une Boussole qu'ils appellent *à rose double,* dont le carton intérieur, qui porte l'aiguille, est mobile sur le centre commun, ensorte que la pointe de l'aiguille peut s'écarter de la fleur de lys du cercle extérieur, destinée à marquer le Nord. On la détourne d'ordinaire d'un air de vent, ou de 11 degrés un quart, ce qui étoit à peu-près la quantité de la variation sur la côte de Provence il y a quelques années. Cette prétenduë correction une fois faite sur la Boussole, c'en est pour toute la campagne; & le point où est dirigée la pointe de la fleur de lys est réputé le vrai Nord, quelque changement qu'il puisse y avoir dans la variation.

Les Boussoles à rose double ne sont point d'usage sur les Vaisseaux du Roy, où les Pilotes sont censés observer journellement la variation, & tenir compte de ses différences. Mais la plûpart d'entr'eux se contentent, en faisant leur *Point,* de transposer toutes leurs routes précisément d'un air de vent, ce qui revient à la pratique précédente. C'est beaucoup quand

ils ajoûtent ou retranchent en gros quelques degrés, dans les parages où ils sçavent que se rencontrent les plus grandes différences; encore faut-il que cela quadre à leur estime, ou à quelqu'une de leurs autres observations.

Le plus grand nombre des Pilotes ignorent que la Variation change dans le même lieu, & ne daignent pas l'observer dans les endroits où il y a eu d'anciennes observations, ausquelles ils s'en tiennent. Cependant la Société Royale de Londres a reconnu que l'Escadre Angloise commandée par l'Amiral Chawel *, s'étoit perduë, faute d'avoir bien connu la Variation sur les côtes méridionales d'Angleterre. Et parmi un assés grand nombre de bâtiments qui périssent tous les hyvers dans l'Archipel, n'est-il pas plus que vrai-semblable que plusieurs ont été trompés par leur Boussole ? Quand par une nuit obscure & un vent forcé on se trouve obligé de passer entre deux écueils qu'on ne peut voir, & dont cette Mer est pleine, peut-on croire qu'il soit indifférent de ne sçavoir qu'à quatre ou cinq degrés près quelle route on suit? C'est ce qui arrive journellement à nos Vaisseaux marchands.

* *Préface du Mémoire sur la Variation, par M. Meynier, chés Guerin. Paris. 1732.*

Il est vrai que le défaut de bonnes Cartes a sans doute aussi beaucoup de part à ces malheurs, & nous en parlerons en son lieu; mais ce second mal n'empêche pas la réalité du premier.

Je pourrois joindre ici une Table qui contient une trentaine d'observations de la variation de la Boussole, en divers parages de la Méditerranée, faites en 1731 & 1732. Mais quelque attention que j'aye apportée à ces observations, je n'ose compter assés sur leur exactitude, pour les donner au Public; tant parce qu'elles ont été faites avec différents compas de variation, qui très-souvent ne s'accordent pas entre eux, à plusieurs degrés près, comme je l'ai éprouvé plus d'une fois; que parce que, par la comparaison de mes observations avec les correspondantes, faites sur les autres Vaisseaux de la même Escadre, j'y ai souvent trouvé des différences de plusieurs degrés. Ce qui est une nouvelle preuve de l'insuffisance de l'instrument dont on se sert en Mer pour observer la variation. On peut consulter sur cela M. de Radouay, Capitaine

des Vaiſſeaux du Roy, dans ſes *Remarques ſur la Navigation*[a], & les Auteurs[b] des différents Mémoires préſentés ſur ce ſujet, pour le prix de l'Académie, de l'année derniére.

[a] *Paris 1727. p. 4. & ſuiv.*

[b] *Man. d'obſ. en Mer la Décl. de l'Aiguille aimantée, par M.rs Bouguer & Meynier 1732*

Nouveau Compas de Variation.

En profitant des réfléxions de ceux qui ont travaillé ſur cette matiére, j'ai crû qu'il m'étoit permis de chercher de mon côté à perfectionner cet inſtrument, par une nouvelle conſtruction propre à le rendre plus ſûr & plus commode dans la pratique, puiſqu'elle ne demande qu'un ſeul Obſervateur, & qu'elle peut être d'uſage à toutes les heures du jour. Ce ſera le ſujet d'un Mémoire particulier.

Je me contenterai de donner ici le réſultat de mes obſervations de la variation, par où il paroît qu'en 1731 & 1732, la différence de la déclinaiſon de l'Aiguille aimantée dans les divers parages de la Méditerranée, s'étendoit à peu près depuis 10 juſqu'à 16 degrés Nord-Oueſt.

Abus dans l'uſage du Lock.

3.° Preſque tous les Pilotes ſe piquent d'eſtimer à l'œil la vîteſſe du ſillage auſſi juſte, ou plus juſte qu'avec le *Lock*, & pluſieurs en font rarement uſage, ou s'en paſſent abſolument, du moins ſur la Méditerranée : il faut néantmoins convenir que nous n'avons juſqu'à préſent rien de mieux que le Lock, pour meſurer le chemin d'un Vaiſſeau. Si cette ingénieuſe machine, dont nous ſommes redevables aux Anglois, eſt ſujette à quelques inconvénients[c], ceux qui ne viennent que de la façon de l'employer, peuvent du moins être corrigés ou diminués. Le plus grand abus à cet égard, & le plus aiſé de tous à réformer, eſt l'inégalité des meſures employées par les différents Pilotes. Chacun d'eux marque ſa ligne à ſa fantaiſie, l'un par braſſes, l'autre par toiſes; ils donnent d'intervalle d'un nœud à l'autre, depuis 41 juſqu'à 48 pieds, chacun ſuivant ſa méthode, ou ſon caprice; &, ce qui eſt très-ſingulier, tous s'accordent dans la ſuppoſition que le Vaiſſeau fait une lieuë par heure, quand on file trois nœuds, ou trois intervalles de la ligne de Lock en une demi-minute. Cependant ſi la diſtance d'un nœud à l'autre, eſt de 47 pieds 6 pouc. 7 lign. $\frac{1}{5}$, la lieuë parcouruë ſera de 20 au degré, ou de 2853 toiſes, en évaluant, avec M. Picard[d],

[c] *Rem. ſur la Navigat. déja citées, p. 13. & ſuiv.*

[d] *Mem. de l'Acad. 1672.*

un degré de grand cercle à 57060 toises, & si les divisions de la ligne ont 41 pieds 8 pouc. mesure la plus ordinaire * des Pilotes, la lieuë ne sera que de 2500 toises, ou d'un peu moins de 23 au degré, ce qui fait un huitiéme de différence.

* *Rem. sur la Navig. p. 13. Relation du Voyage de la Mer du Sud par M. Frezier. Paris, 1716. Pp. 6. & 7.*

Non-seulement tous les Pilotes n'ont pas une mesure commune pour leurs lignes, mais chaque ligne en particulier est divisée inégalement. Dans celles qui l'ont été avec le plus de soin, j'ai trouvé depuis un jusqu'à deux pieds de différence, par excès, dans les premiéres divisions sur les derniéres, ce qui vient, sans doute, de ce que les premiéres qui servent plus fréquemment, se sont plus allongées que les suivantes. Et d'un autre côté, j'ai observé que la ligne se raccourcit, en se mouillant, à peu-près d'un quarantiéme.

Moyen d'y remedier.

On remedieroit à tous ces inconvénients, en ne divisant les lignes de Lock, qu'après les avoir moüillées & bien tenduës, telles qu'elles sont quand on en fait usage; & en obligeant les Pilotes à se conformer, dans la division de leur ligne, à la mesure reconnuë la plus convenable, qui pourroit être à cet effet graduée sur le Port, en quelque lieu commode.

Erreurs dans l'observation de la hauteur en Mer.

4.° Quant à ce qui concerne l'observation de la hauteur; par la comparaison des *Points* des Pilotes de différents Vaisseaux de la même Escadre, j'ai reconnu que leurs observations de latitude différoient quelquefois d'un Vaisseau à l'autre, de 10, 12 & jusqu'à 15 minutes de degré, quand la distance des deux Vaisseaux ne pouvoit donner plus de deux ou trois minutes de différence ; d'où il suit, quand on supposeroit l'erreur également partagée entre les deux observations, ce qui n'est pas vrai-semblable, qu'elle étoit au moins de sept minutes dans chacune.

Abus dans la pratique ordinaire des Pilotes pour prendre hauteur.

Que sera-ce si, à cette erreur qui provient, sans doute, de la diversité des instruments, de celle des vûës des observateurs, & du défaut de précision inévitable dans des observations de cette nature, si, dis-je, on y ajoûte les erreurs volontaires qui sont communes à tous les Pilotes, & qui résultent de toutes les déductions & corrections à faire à leur observation de la hauteur; corrections qu'ils font dans

l'habitude de négliger, contre ce qui leur eſt expreſſément recommandé dans tous les Traités de Navigation. Je n'entrerai ſur cela dans aucun détail, ayant encore été prévenu ſur ce point, par M. de Radouay. J'obſerverai ſeulement qu'aux quatre erreurs des Pilotes qu'il a remarquées [a] provenant de la hauteur du centre du Soleil, priſe par le bord de l'ombre, de l'élevation de l'œil de l'Obſervateur au deſſus de l'horiſon comptée pour rien, de la refraction aſtronomique, & de la différence des méridiens négligées, on peut ajoûter une cinquiéme ſource d'erreur, qui eſt l'abus où ſont les Pilotes de ſe ſervir de tables de déclinaiſon du Soleil fort anciennes, & qui auroient beſoin d'être réformées, au lieu de faire uſage de celles qui ſe renouvellent tous les ans dans la Connoiſſance des Temps, l'Etat du Ciel, ou autres Ephemerides.

[a] *Rem. ſur la Navig. p. 9. & ſuiv.*

Tout ceci ſuppoſé, on n'aura pas de peine à croire ce qu'avance, dans l'Ouvrage déja cité [b], un Marin très-expérimenté, que dans l'état où ſont les choſes, les Pilotes ne ſont quelquefois pas ſûrs de leur hauteur à 30 minutes près; quelque contraire que ſoit cette propoſition au préjugé généralement reçû parmi eux, ſuivant lequel ils ſe perſuadent qu'ils ne peuvent errer que de 4 à 5 minutes.

[b] *p. 10.*

Heureuſement pour les Pilotes, & pour ceux qu'ils conduiſent, toutes ces erreurs, dont les unes ſont par excès & les autres par défaut, ſe compenſent aſſés ſouvent, du moins en partie. Mais quelquefois auſſi le plus grand nombre ſe trouve du même côté, & la ſeule qui réſulte de la hauteur du Soleil, priſe par le bord de l'ombre, eſt aſſés conſidérable pour emporter ſouvent la balance, quoique cette erreur ne ſoit pas de 15 à 16 minutes, c'eſt-à-dire, de tout un demi-diametre du Soleil, comme il paroît d'abord, & comme la plûpart des Auteurs qui ont écrit de la Marine, l'ont ſuppoſé. M. Bouguer en a donné la raiſon [c].

[c] *De la man. d'obſ. exact. ſur Mer la haut. des Aſtres. Chés Jombert, Paris. 1729.*

Au reſte, il y a lieu de s'étonner que les Pilotes n'ayent encore retiré aucune utilité des excellents ouvrages ſur les différentes parties de la Navigation, qui ont paru depuis pluſieurs années, & en particulier de ceux auſquels le prix de l'Aca-

démie a donné occasion, d'autant plus que quoique les principes de la plûpart de ces Ecrits soient fondés sur la plus sublime théorie, leurs conséquences sont aisées à réduire en pratique, & mises à la portée de tous les Piloters.

5.° Je viens à ma derniére observation concernant la Navigation. On a plusieurs fois pû appercevoir, le Vaisseau étant à l'ancre, & par un temps fort calme, les Satellites de Jupiter. Mais je n'ai oui dire à aucun Marin qu'il les eût observés à la Voile. Il m'est arrivé plus d'une fois de les voir. Et notamment le 6 Mai 1732, le Vaisseau gouvernant, & ayant assés de mouvement pour qu'il ne me fût pas possible de garder la Planete dans l'ouverture d'une Lunette de 4 pieds à deux verres convexes, le ciel étant chargé de quelques nuages, je n'ai pas laissé de distinguer très-bien un Satellite, & d'en appercevoir un autre à plusieurs reprises, quoiqu'il ne s'en fallût que de trois jours que la Lune ne fût dans son plein, & que Jupiter n'en fût distant que de 10 à 12 degrés. De l'observation des Satellites de Jupiter en Mer.

Cette expérience ajoûte, ce me semble, un nouveau degré de vrai-semblance à l'un des moyens proposés par M. Cassini pour l'estime de la Longitude sur Mer*. Puisque d'un côté M. Cassini a observé une Eclipse du 3.me Satellite, avec une Lunette de 3 pieds ½, & que d'un autre, j'ai reconnu, par expérience, qu'il est très-possible de les voir en pleine Mer & à la Voile, du moins pendant les calmes, dans des circonstances d'ailleurs assés peu favorables; peut-on douter que des gens exercés dès leur enfance à observer sur un Vaisseau, par l'habitude qu'ils prendroient d'en suivre les mouvements, n'acquissent une très-grande facilité à se servir de Lunettes plus ou moins longues, assés avantageusement pour observer, du moins en certains cas, quelques Immersions ou Emersions des Satellites? moyen le plus commode, & le plus sûr que nous ayons jusqu'à présent, pour déterminer les Longitudes avec quelque précision.

* *V. Hist. de l'Acad. 1722. pp. 105. & suiv.*

GEOGRAPHIE.

La meilleure Carte que nous ayons de l'Archipel, est la

Cartes de l'Archipel & de la Méditerranée en général. Combien défectueuses.

nouvelle Carte du S.r Berthelot, Hydrographe du Roi à Marseille. Cependant elle est encore très-défectueuse, tant à l'égard du gisement des côtes du Continent, que de la position respective des Isles, sur-tout du côté d'Asie vers le Midi. Pour les côtes de Caramanie & de Natolie, elles sont absolument méconnoissables, même sur nos Cartes les plus estimées, & l'on peut assûrer que nous n'avons point encore de bonne Carte de la Méditerranée en général.

Et pourquoi.

Au défaut d'observations astronomiques faites à terre, les Cartes Marines se construisent avec le secours des Journaux des Pilotes, sur leurs observations de latitude, leurs estimes des distances, & sur-tout leurs *Relévements* de terre, pris avec la Boussole.

Par ce qui a été dit dans l'article précédent sur l'observation de la hauteur & l'usage du Lock, on peut juger de ce qu'on doit attendre des deux premiers moyens; quant au dernier, quoique de toutes les observations des Pilotes, ce soit la plus simple, nous allons prouver qu'elle est très-peu exacte. Je n'excepte pas même les relévements faits en terre ferme, ou d'une Isle à l'autre, tels qu'on en trouve dans le Voyage de M. de Tournefort, quoique ceux de cette espece doivent être plus justes que ceux que l'on fait à la Mer.

Premiérement, comme faute d'observations fréquentes, & par les raisons alléguées, la variation n'est pas exactement connuë dans les différents parages, non plus que les changements que le temps y apporte, on peut à cet égard errer de plusieurs degrés, ainsi qu'on l'a déja observé.

2.° Dans l'usage ordinaire, souvent le point relevé n'est désigné que d'une maniére vague; on dira, par exemple, que Scio, Metelin, &c. reste au Nord ou à l'Est, sans indiquer précisément tel Cap, telle Montagne, en un mot un point fixe & remarquable de l'objet observé qui occupe quelquefois sur l'horison, une étenduë de plusieurs degrés.

3.° Enfin, en supposant la variation bien connuë, & toute l'exactitude possible de la part de l'Observateur, les défauts de l'instrument, sa petitesse, le mouvement du Vaisseau, quand

quand l'obſervation ſe fait à la Mer, &c. ne permettent pas d'eſpérer une grande préciſion. Auſſi d'ordinaire ſe contente-t-on de déſigner le lieu relevé, en diſant qu'il reſte à tel air de vent, ou quand la différence eſt fort ſenſible, entre tel & tel rumb, ſans déterminer préciſément à quel degré; enſorte que le plus ſouvent on ne ſçait qu'à un demi rumb près, la direction de l'objet obſervé.

Seul moyen d'y remedier.

De tout cela, il réſulte que les Cartes marines ne peuvent manquer d'être toûjours très-défectueuſes, tant qu'on n'aura pas au moins un certain nombre de points fixes ſur les Côtes, déterminés par des obſervations aſtronomiques faites à terre. Nous n'avons juſqu'ici aucun point obſervé ſur la Côte d'Afrique, dans l'étenduë de 20 degrés en longitude, depuis le détroit de Gibraltar juſqu'à Tripoli de Barbarie, & cette Côte eſt marquée trop Sud dans preſque toutes les Cartes dont ſe ſervent les Pilotes. Suivant la Connoiſſance des Temps, & l'obſervation qui y eſt rapportée du P. Feuillée[a], Tripoli en particulier eſt environ 15 minutes plus Nord qu'il n'eſt marqué ſur nos Cartes marines les plus nouvelles. Il y a beaucoup d'apparence que cette erreur provient, du moins en partie, du trop de hauteur que les Pilotes donnent au Soleil par leurs obſervations[b]: erreur qui domine toutes les autres, & qui tend à diminuer la latitude.

Erreurs des Cartes marines.

[a] *Mem. de l'Acad. 1702. p. 12. Obſervations du P. Feuillée, tome 2. p. 702.*

[b] *V. Supra pp. 302. & 303.*

Au reſte, toutes ces Cartes n'étant, comme on l'a dit, conſtruites que ſur les Journaux des Pilotes, il n'eſt pas étonnant qu'elles ne s'accordent pas aux obſervations de M. de Chazelles, & du P. Feuillée, qui auroient dû leur ſervir de baſe.

Suivant la plûpart de ces mêmes Cartes, il n'y a que 7 à 8 lieuës de diſtance de Neapolis, aujourd'hui *Scala nova,* port de l'ancienne Epheſe, juſqu'à Smyrne; j'ai éprouvé qu'il ne faut pas moins de 14 à 15 heures à cheval pour en faire le chemin; ce qui s'accorde tant avec la diſtance donnée par Strabon[c] de 320 ſtades, de Smyrne à Epheſe, qu'avec celle d'Epheſe à Neapolis de 10 milles ſuivant les anciens Portulans, dont M. Deliſle ne s'eſt pas écarté.

[c] *Geog. l. 14. init.*

Les Cartes de la Propontide ou Mer de Marmora, ainſi

Carte de la Proponide.

que celles des deux Détroits qui la terminent, sont encore moins exactes que celles de l'Archipel. Il en doit paroître une incessamment, nouvellement levée sur les lieux, avec beaucoup de soin, par M. Bohn, Gentilhomme Danois, attaché à M. le Prince Ragotski.

Cartes Turques.

J'ai rapporté les Cartes Turques de la Mer Noire, de la Turquie en Asie, de la Perse & de l'Egypte, récemment gravées à la nouvelle Imprimerie établie à Constantinople. Elles ne paroissent guéres qu'une compilation des Cartes de ces mêmes Païs, faites dans l'Europe Chrétienne ; mais elles peuvent du moins nous apprendre quelques positions particuliéres, & quelques noms modernes de lieux qui nous sont inconnus.

Carte de la Côte de Macédoine. *Planche I.*

Je joins ici la Carte d'une partie de la côte septentrionale du Golfe de Contesse en Macédoine, autrefois *Strymonicus Sinus*. On a suivi, pour le contour de la côte, le trait de la Carte de la Gréce ancienne de M. Delisle, mais on trouvera ici deux ou trois Riviéres qui y sont obmises, & la position de l'ancienne Isle de *Thasus*, aujourd'hui *Tasso*, entiérement changée. Cette Carte, avec ses corrections, m'a été communiquée par M. le Comte de Bonneval qui les a fait faire sous ses yeux, pendant son séjour à *Yumurdgine*, près de la Cavalle.

MECHANIQUE.

Turcs ignorants dans les Sciences d'Europe.

Les Turcs sont peu versés dans les Méchaniques, ainsi que dans la plûpart des Sciences d'Europe. Ceux qui sont chés eux les fonctions d'Ingénieurs, d'Architectes, de Constructeurs de Vaisseaux sont tous Grecs, Armeniens ou Etrangers. Cependant les Turcs ont beaucoup d'industrie pour certains ouvrages qui leur sont particuliers, & nombre de pratiques curieuses dans l'exercice de certaines professions, dont le détail meneroit trop loin, & deviendroit étranger au sujet de ce Mémoire.

Leur industrie.

Leur goût pour l'astrologie judiciaire.

Ils cultivent peu l'Astronomie : ils en sont encore à l'Astrologie judiciaire. Les plus sçavants parmi eux en sont infatués. J'ai vû quelques-uns de ceux-ci qui entendoient assés bien la Sphere & la construction des cadrans. Ils n'ont point l'usage

des grands instruments propres aux observations astronomiques. Je leur ai vû seulement de petits Quarts-de-Cercle pleins, en bois verni, de 5 à 6 lignes d'épaisseur, & d'environ 4 pouces de rayon. On voit sur les deux faces opposées, deux différentes projections d'arcs de cercle & de lignes droites qui s'entrecoupent, sans la moindre confusion. Les caracteres arabes & les divisions sont tracés en rouge & en noir, avec une finesse & une netteté merveilleuse. Les principales intersections sont marquées par de petits points dorés, qui ressemblent aux clous de nos picquures en écaille. Un des côtés du Quart-de-Cercle porte à ses deux bouts deux éminences quarrées, de toute l'épaisseur de son plan; elles servent de pinnules, & l'ombre de l'une doit tomber sur l'autre, pour orienter l'instrument, dont le principal usage est de marquer l'heure, par le moyen d'un fil attaché au centre, & d'un petit grain enfilé qu'on fait glisser le long du fil; comme sur ces cadrans portatifs qui se peuvent tracer sur une carte, & dont on voit la construction dans divers Traités de Gnomonique. J'ai fait faire à Constantinople, deux de ces petits Quarts-de-Cercle, un pour la hauteur du Pole de Paris, & un universel.

Quarts de Cercle Turcs.

La machine dont on se sert en Chypre, pour séparer le Coton de sa gousse, a quelque rapport à celle qui est décrite par le P. Labat, dans son Voyage d'Amérique[a], où il n'en donne pas le dessein. Elle est peut-être la même que celle dont il est parlé dans le Voyage de Spon & de Wheler[b], où elle n'est point décrite, & qui est méconnoissable dans le dessein qu'en donnent ces Auteurs. Je l'ai dessinée sur le lieu exactement, & j'en joins ici la description. Elle est composée de deux cylindres, de 8 à 9 pouces de long; l'un *AB* à peu-près de la grosseur du doigt, est de fer cannelé, ce qui le rend un peu raboteux: l'autre *CD* un peu plus gros, est de bois uni. Ces deux cylindres qui n'ont entr'eux qu'environ une ligne d'intervalle, tournent sur leurs axes en sens contraire; celui-ci, par le moyen d'une rouë *EFGH* que le pied *I* de l'ouvrier fait mouvoir, l'autre par une manivelle *L* qu'il gouverne de la main droite *M*, tandis que sa gauche *N* présente le coton

Machine à trier le Coton.

[a] *Tome 2. p. 401.*

[b] *Tome 1. p. 174.*

Planche II. Fig. 1.

non trié *O* à l'entre-deux des cylindres. Le coton ſeul paſſe par le petit intervalle, & les gouſſes demeurent en de-çà.

Maniére de battre le Bled en Syrie, &c.

Pour ſéparer le bled de la paille en Paleſtine, en Syrie, & en Barbarie, on attele un bœuf ou un cheval à un traîneau de deux ou trois planches attachées enſemble; un homme, & plus ſouvent un enfant ſe tient debout ſur ces planches, & par ſon poids comprime les épis, il chaſſe devant lui l'animal, à qui on fait faire pluſieurs tours ſur les gerbes déliées qu'il foule aux pieds. A meſure que la paille eſt ſuffiſamment broyée, on l'entaſſe au milieu en un monceau, pêle-mêle avec le grain, pour la vanner enſuite au vent.

Clefs & Serrures de bois, d'Egypte & de Barbarie.

Les clefs & les ſerrures de bois qui ſont d'un uſage commun en Barbarie, en Egypte, en Syrie, & dans une grande partie du Levant, ſont une invention auſſi ſimple, qu'ingénieuſe. Elle a peut-être paru trop vile aux Voyageurs qui en ont négligé la deſcription. La ſerrure eſt compoſée de deux pieces; la premiére & la principale *AD* qui répond à celle que nous appellons *Gache* dans nos Serrures, n'eſt autre choſe qu'un morceau de bois équarri, long d'environ 6 pouces, au milieu duquel eſt une grande entaille ou mortaiſe *EFGHIKL*. Au-deſſus de cette entaille, il y en a pluſieurs autres petites *M, M, M,* qui ſont ſéparées de la grande par une mince cloiſon réſervée dans le bois, ou par une plaque de fer *NNNN* percée de pluſieurs trous. Chacune de ces petites loges *M, M, M,* contient une cheville de bois ou de fer *OP, OP, OP,* qui répond à chacun des trous de la cloiſon *NNNN,* & qui tombant par ſon propre poids dans la grande entaille *EFGHIKL,* eſt retenuë par un collet *P, P, P,* qui ne lui permet pas de ſortir entiérement. Cette premiére piéce s'applique verticalement, & s'enchaſſe, l'entaille en dedans, dans la muraille ou cloiſon à côté de la porte; en cet état, elle ſert de gache à une autre piece *B* qui forme une eſpece de pene, ou plûtôt de verrouil; celle-ci gliſſe horiſontalement dans l'entaille *EFGHIKL* & a des trous *Q, Q, Q,* &c. diſpoſés pour recevoir les chevilles *OP, OP, OP,* de la piéce précédente, qui y tombent par leur propre poids, quand les trous ſe rencontrent ſous les chevilles;

Planche II. Fig. 2.

Fig. 3.

alors le verrouil ou la piéce *B* ne peut plus gliſſer, & tient la porte fermée. La clef dont on ſe ſert pour l'ouvrir eſt une eſpece de ſpatule *C* garnie de chevilles *R, R, R,* &c. dans une diſpoſition qui répond à celle des chevilles *PO, PO, PO,* de la premiére piéce *AD,* & des trous *Q, Q, Q,* de la ſeconde *B.* Cette clef gliſſe parallelement à la porte dans une rainure *YZ 1 2 3 4* pratiquée dans la ſeconde piéce *B.* Quand la clef eſt entrée à la profondeur requiſe, en la ſoulevant on chaſſe à la fois toutes les chevilles *PO, PO, PO,* qui répondent aux chevilles *R, R, R,* de la clef. On fait alors gliſſer le pene ou le verrouil qui barroit la porte, & elle s'ouvre; une ſeule dent ou cheville de manque ou dérangée dans la clef empêcheroit la porte de s'ouvrir. L'inconvénient de ces ſerrures, & ce qui fait en même temps leur éloge, c'eſt qu'il paroît qu'il n'y a d'autre moyen, pour ouvrir ſans clef, que de rompre la porte ou la ſerrure. Mais l'induſtrie ſupplée à tout; au lieu de crochets & de roſſignols, les ſerruriers & les voleurs ont un expédient proportionné à l'obſtacle. Ils enduiſent d'une couche de cire molle, épaiſſe de quelques lignes, l'extrémité d'une ſpatule ou clef de bois ſans chevilles, on introduit dans la ſerrure cette eſpece de clef, on la ſouleve avec force, & la cire en ſe moulant dans les trous, chaſſe toutes les chevilles, ou en reçoit l'empreinte, ce qui ſert à faire une vraye clef.

Fig. 4.

ANATOMIE.

En paſſant à Lyon au mois de Mai 1731 je vis & je deſſinai un Fœtus humain monſtrueux, venu trois mois avant terme. Il avoit deux corps, l'un mâle, l'autre femelle. Ces deux corps étoient unis dos à dos, mais les deux têtes n'étoient pas oppoſées du même ſens que les deux corps. Les deux occiputs ſe touchoient à la vérité, & étoient même adhérents par leur partie inférieure, mais les deux faces étoient tournées de côté & d'autre vers les épaules, enſorte qu'on voyoit les deux têtes de profil quand on avoit un des deux corps en face, & réciproquement; ce qui faiſoit qu'on

Singularité remarquable d'un Fœtus humain monſtrueux.

Planche III. Fig. 1. & 2.

ne pouvoit, au moins extérieurement, juger auquel des deux corps appartenoit l'une des deux têtes.

CHIMIE.

NATRON, Sel d'Egypte.

L'Egypte abonde en Sels fossiles de diverses especes. J'ai rapporté d'une Terre qui y est très-commune, & qui contient en grande quantité, & quelquefois presque sans mêlange, un Sel appellé *Natron*, sur lequel il y a plusieurs expériences curieuses à faire.

Quelques Arabes, sur-tout certains Hermites vagabons appellés *Santons*, en mangent avec du Tabac, d'autres plus communément en prennent par le nés aussi mêlé avec le Tabac. Ils lui attribuent de grandes vertus. Un Chimiste François, établi à Constantinople, prétendoit avoir tiré de ce mixte un Sel ammoniac naturel, que j'ai présenté à la Compagnie. M.rs Geoffroy & du Hamel, qui en ont fait l'analyse, ont jugé que c'étoit un véritable Sel de Glauber.

BOTANIQUE.

Nouvelle Collection de Plantes des Côtes de Barbarie, Syrie, &c.

J'ai vû à Alger, chés M. Thomas Shaw, Ministre Anglican & Docteur en l'Université d'Oxfort, une nouvelle & nombreuse Collection de Plantes desséchées & très-bien conservées, des Côtes de Barbarie, d'Egypte & de Syrie. A son retour en Angleterre, il compte donner au public le recueil de ses observations.

KNAH ou *ALCANNA* des Turcs.

Le *Knâh*, c'est ainsi que les Turcs nomment cette poudre, que quelques voyageurs ont appellée *Alcanna**, est une feuille pilée & réduite en poudre, dont on fait un grand débit dans toute la Turquie, on la tire d'Aléxandrie d'Egypte. L'Arbrisseau qui la produit croît dans toute la Barbarie, c'est une espece particuliére de *Ligustrum* ou de Troësne. Il est décrit dans les Mémoires de M. Shaw. Quoique cette poudre soit verdâtre, étant séche; l'eau dans laquelle on la met infuser, prend une couleur rouge. Les femmes Turques & les Juives du Levant s'en servent pour se teindre les ongles des mains & des pieds, & quelquefois les cheveux.

* *Abr. Transf. Philos. tome 2. p. 645.*

On recueille en Chypre, du côté de Baffa, qui est l'ancienne Paphos, le *Ladanum*, ainsi qu'en Candie. La Plante que j'ai rapportée de Chypre, croît actuellement au Jardin du Roi où le *Cistus Ladanifera Cretica*, décrit & rapporté par M. de Tournefort *, s'étoit aussi multiplié & conservé long-temps : la Plante de Chypre qui n'a pas encore fleuri paroît jusqu'à présent la même que celle de Candie. *LADANUM* de Chypre.

* Voyage du Levant, lett. 2.

Le *Ladanum* est très-sujet à être falsifié par le mélange de matiéres propres à augmenter son poids. J'en ai rapporté un morceau du plus pur, que je dois à la politesse de M. Barton, alors Consul en Chypre de la nation Angloise, petit neveu par sa mere de l'illustre M. Newton.

On ne trouve point à Constantinople de véritable *Opium*, c'est-à-dire, du suc de la tête de Pavot tiré par la simple incision. On en retireroit de cette maniére une bien moindre quantité que par la décoction, il seroit nécessairement fort cher, & les marchands n'en trouveroient pas le débit, comme de l'autre auquel les Turcs sont accoûtumés. J'ai eu de celui qui est le plus estimé parmi eux, & du même dont usent quelques Turcs, & particuliérement certains Dervichs qui en font habituellement le plus d'excès. Il est d'une odeur pénétrante, d'un verd-brun très-foncé extérieurement, quand il n'est pas desséché, & au dedans plus jaunâtre & plus clair. C'est, autant que j'ai pû m'en assûrer, sur le rapport de ceux qui doivent en être le mieux instruits, un extrait de la décoction de Pavot. La plus grande quantité de celui qui se vend à Constantinople, se tire de Natolie, des environs d'un lieu que les Turcs nomment aujourd'hui *Aphium Cara-hissar*, c'est-à-dire, *Château noir de l'Opium*. Sa situation fait juger qu'il est bâti ou sur les ruines, ou dans le voisinage de l'ancienne Ville de *Philomelium*. Il croît aussi de l'Opium dans le territoire de Thebes en Egypte, mais on y préfere celui de Natolie, qui passe de Natolie en Chypre, & de Chypre en Egypte, où il se vend le double de celui du païs. *OPIUM* des Turcs. Où il croît.

J'ai rapporté un échantillon de toutes les Graines & Plantes usuelles qui se vendent à Constantinople, plusieurs de Barbarie Graines diverses.

& de Syrie, & des éclairciſſements ſur la nature & la préparation de diverſes Plantes, drogues & matiéres aſſés peu connuës que nous tirons du Levant. La plûpart de ces Mémoires, dont j'attends une ſuite, m'ont été fournis par un Médecin[a] que ſon application à ſa profeſſion & ſon ſéjour en Levant ont mis à portée d'acquérir toutes ces connoiſſances.

[a] *M. Arnaud, Docteur en Medecine, de la Faculté d'Aix, Médecin de M. l'Ambaſſadeur à Conſtantinople.*

Je n'entrerai ſur tous ces articles dans aucun détail, me bornant ici à ce que j'ai vû par moi-même.

PHYSIQUE.

Obſervations météorologiques faites à Alger.

Sur le Barometre.

La plus grande hauteur du Barometre dans l'eſpace de huit années, de 1723 à 1731, a été à Alger de 28 pouces $\frac{1}{2}$ plus ſouvent l'hyver que l'été & par un vent de Nord. La moindre a été de 27 pouces & par un vent de Sud, auſſi en hyver pour l'ordinaire, & une ſeule fois en été; preſque toûjours par des temps de tempêtes, d'ouragans, ou de tremblements de terre. Ces derniers cependant n'ont ordinairement cauſé aucune variation au Barometre. De Mai en Septembre, il eſt rare que les changements excedent un demi-pouce.

Sur la Pluye.

Depuis Septembre 1730 incluſivement juſques & compris le 5 Mai 1731 il eſt tombé à Alger 29 pouces 8 lignes d'eau, ce qui eſt environ 11 pouces de plus que l'année moyenne de Paris. Il pleut très-rarement l'été à Alger. Cependant par une Lettre reçûë depuis mon retour, on me marque que dans les 14 & 15 Juin 1732 il eſt tombé 5 pouc. d'eau, choſe inouie, & dont il n'y avoit de mémoire d'homme aucun exemple dans le païs.

Ces obſervations m'ont été communiquées par un obſervateur exact & attentif[b] qui réſidoit à Alger depuis 8 ou 9 ans.

[b] *M. Batault, Prêtre Miſſionnaire de Saint Lazare.*

Déclinaiſon de l'Aiguille aimantée.

Le 19 Juin 1731 une Aiguille aimantée d'environ 6 pouc. déclinoit à Alger de 14 degrés vers le Nord-oueſt. J'ai fait & réïtéré l'obſervation à terre; & celle des Pilotes faite dans la rade n'étoit pas fort différente de la mienne. Il doit y avoir une faute d'impreſſion dans la Lettre de M. Shaw, imprimée dans les Tranſactions philoſophiques[c], dans laquelle la déclinaiſon de l'Aiguille aimantée à Alger eſt marquée de $30^d\ 30'$.

[c] *An. 1729. N.° 411.*

On

On voit au bord de la Mer, parmi les ruines d'Aléxandrie d'Egypte, deux Obélisques de ce Granit ou Pierre Thébaïque, que quelques-uns avoient soupçonnée factice, & dont les carriéres ont depuis été trouvées dans la haute Egypte. L'un est renversé & presque enfoui; l'autre qui est encore sur pied, appellé vulgairement l'*Aiguille de Cléopatre*, a ses quatre angles dirigés aux quatre points cardinaux, à quelques degrés près. Le midi & le couchant, du moins en ce païs-ci, sont les expositions où l'on reconnoît par expérience, que les pierres se conservent le moins. Quant à l'Obélisque, la face exposée au Nord-Ouest, côté de la Mer, & celle du Sud-Ouest qui regarde la nouvelle Ville, sont les mieux conservées, & on y distingue très-bien les figures hiéroglyphiques qui y sont gravées, & que j'ai dessinées. Mais quoique cette pierre soit plus dure que le marbre, les deux faces exposées au Nord-est & au Sud-est, sur-tout la derniére, sont fort maltraitées; elles se calcinent à l'air, & s'enlevent par lames, ensorte qu'on ne peut presque plus rien distinguer à leurs caracteres.

Effet de l'air sur les Pierres.

J'ai trouvé par des pratiques connuës de Trigonométrie & sans instrument, que cet Obélisque avoit environ 56 pieds hors de terre; que la Colonne qui porte le nom de Pompée, on ne sçait pas bien pourquoi, & que l'on voit sur pied à un demi-quart de lieuë de la Ville, avoit 94 pieds de hauteur, y compris sa base & son chapiteau; & le fust, qui est d'un seul bloc de Granit, près de 70 pieds de haut sur huit dans sa moyenne épaisseur. Il y a apparence que M. de Chazelles a pris toutes ces dimensions exactement, mais je ne sçache pas que ses Mémoires ayent été publiés.

Mesures de l'Obélisque de Cléopatre, & de la Colonne de Pompée.

Pendant les mois de Sept. & d'Oct. 1731, j'étois en mer sur la route de Chypre à Constantinople, fort à portée d'observer l'Aurore Boréale, qui fut très-fréquente pendant ce temps en ce pays-ci [a], mais quelque attention que j'aye donnée alors & pendant cinq mois de séjour à Constantinople, je n'en ai apperçû aucune trace; ce qui confirme la remarque de M. de Mairan [b], qu'elles ne paroissent gueres au dessous de 40° de lat.

Nulle apparence d'Aurore Boréale au dessous de 40 degrés de latitude.

[a] *Mem. Acad. 1731. p. 379.*

[b] *Traité phys. & hist. de l'Aur. Boréal. p. 96.*

Je m'étois aussi proposé l'examen d'un Phénomene très-

Phénomene météorologique peu connu.

ordinaire & assés peu connu, même des Marins, dont quelques-uns cependant l'ont nommé *Pied-de-vent*. Il consiste dans un arrangement de nuages sur différentes lignes, qui étant prolongées, concourroient à deux points opposés de l'horison, comme les méridiens d'un globe se réunissent aux poles. Lorsque le Ciel n'est pas tout-à-fait serein, ni entiérement couvert, il est rare, quand on y fait bien attention, que les nuages ne paroissent pas affecter cette disposition plus ou moins sensiblement. C'est d'ordinaire au point de réunion vers l'horison qu'elle est le plus remarquable, & quelquefois elle ne l'est pas ailleurs; c'est pour cela qu'il faut, sur-tout lorsqu'on n'a pas pris l'habitude d'observer le Phénomene, un horison fort étendu pour le voir distinctement. Souvent le point de réunion est très-sensible, & les nuages qui en partent, semblent s'écarter en tout sens, en forme d'éventail, ou d'un côté de l'horison seulement, tandis que l'autre côté est sans aucun nuage, ou des deux côtés de l'horison à la fois, & alors un des deux centres est d'ordinaire plus apparent que l'autre. Ils ne sont pas toûjours diamétralement opposés. Quelquefois l'ordre des nuages se trouble & se confond, & l'on apperçoit pendant quelque temps, deux différents points de concours du même côté de l'horison, jusqu'à ce que l'un des deux disparoisse, & cede, pour ainsi dire, la place à l'autre.

Divers nuages disposés parallelement les uns aux autres & à l'horison à perte de vûë, ce qui est l'arrangement naturel que le vent leur donne, doivent, suivant les regles de l'optique, nous paroître concourir à deux points opposés de l'horison. S'ils semblent quelquefois ne point participer au mouvement des autres nuages, ou se mouvoir dans un sens contraire à leur propre direction, si cette direction, si leur marche même ne s'accorde pas avec le vent que l'on sent actuellement près de la surface de la Terre, ce que j'ai souvent observé; on n'en peut conclurre autre chose, sinon que le vent, dont ils ont reçû leur premier alignement, a changé; & qu'il souffle différents vents à la fois à différentes hauteurs de l'atmosphere. Ce que les mouvements contraires des

différentes couches de nuages nous indiquent assés, & qui est moins extraordinaire que ces vents opposés dans la même couche d'air, qui portent quelquefois deux vaisseaux l'un vers l'autre à pleines voiles.

Pronostics des Marins sur les changements de temps.

Après avoir pendant cinq mois de navigation en différents temps & en différents lieux, donné une attention particuliére aux divers pronostics prétendus dont les Marins tirent des conjectures sur la durée ou le changement des vents ; je n'ai reconnu qu'une très-grande incertitude dans leurs regles le plus universellement reçûës, & il m'a paru qu'elles ont été tout au moins aussi souvent démenties que confirmées par l'événement. Mais ce qui fait, ce me semble, une plus forte preuve que mon expérience, qui n'a été que de quelques mois, c'est que de tous les Pilotes que j'ai vûs, celui qui m'a paru d'ailleurs sçavoir le mieux son métier, n'ajoûtoit aucune foi à ces regles, & s'en mocquoit. Ces pronostics, généralement parlant, sont si fort respectés des gens de mer, qu'il faut avoir du courage pour oser les contredire. Ils sont en bien plus grand nombre encore, & plus en crédit, s'il est possible, en Levant, où la crédulité & la superstition n'ont point de bornes. Les Grecs & les Turcs, d'accord sur cet unique point, semblent chercher à rencherir les uns sur les autres. La nature de l'insecte que l'on trouve dans les galles ou excroissances qui viennent aux arbres, décide, selon leur préjugé, de la guerre, de la peste ou de la famine. J'ai vû le Caïque † du Grand-Seigneur muni d'un ail suspendu à la prouë, pour préserver sa Hautesse des funestes regards des enchanteurs, & de grands aqueducs nouvellement réparés ou nouvellement construits aux environs de Constantinople, pourvûs d'un pareil préservatif. Cette superstition, appellée par les Italiens *cativo occhio*, est très-ancienne *, & est encore généralement répanduë dans tout l'Orient, même aux Indes & à la Chine.

Superstition des Turcs & des Grecs.

Cependant ces mêmes gens qui craignent d'être ensorcellés

* Nescio quis teneros oculus mihi fascinat agnos. *Virg. Ecl. 3. v. 103.*

† Espece de Felouque qui va à voiles & à rames, dont on se sert dans le Port de Constantinople, & aux environs. *(Tournefort. Voy.e du Lev.t let. 16.)* Le Caïque du Grand-Seigneur seulement, a treize paires de rames.

Sécurité des Turcs en temps de peste.

[a] C'est le nom que donnent les Turcs à tous les Chrêtiens d'Occident.

d'un regard, ne prennent aucune précaution contre la contagion, & se rient de celles que prennent les *Francs*[a] qui vivent parmi eux, quoique le succès semble les justifier; puisqu'il est rare à Constantinople, que la peste pénétre chés les Ministres étrangers, & dans les autres Echelles du Levant, chés les Consuls & les Négociants qui se renferment; tandis qu'elle fait ailleurs les plus grands progrès.

Réfléxion sur la contagion.

La quarantaine qu'on fait à Marseille, au retour du Levant, est une occasion bien naturelle de faire des observations sur ce qui y passe, pour être ou n'être pas contagieux, sur la maniére dont on y prétend que la contagion se communique, & sur les précautions que l'on prend en conséquence. Matiére curieuse & intéressante sur laquelle on a beaucoup écrit, & qui n'est pas à beaucoup près épuisée.

Inoculation de la petite verole.

L'inoculation de la petite vérole est, comme on sçait, usitée depuis long-temps en Levant; c'est même de-là qu'elle a passé en Angleterre. Cette opération est aujourd'hui non-seulement pratiquée par les sujets du Grand-Seigneur; mais un grand nombre de Francs de toutes les Nations d'Europe, établis à Constantinople, & qui y ont épousé des Grecques, se sont conformés sur ce point à la mode du Païs, font tous les jours insérer la petite vérole à leurs enfans, & se trouvent bien de cet usage.

Changements arrivés sur la surface de la terre.

[b] Les 14 & 15 Octobre 1731, j'en ai senti deux secousses à Smyrne.

On ne manque pas de faits qui prouvent qu'il doit être arrivé de grands changements en divers lieux sur la surface de la terre. On ne voit dans l'Archipel, & sur les côtes voisines, que Rochers affaissés ou soulevés, dont les lits de pierre sont inclinés à l'horison; mais outre ces révolutions causées par des tremblements de terre qui y sont fréquents[b], il y en a d'autres qui s'operent par degrés presque insensibles, & qui ne laissent pas de changer la nature du terrain. La Palestine en a vrai-semblablement éprouvé de cette espece. Dans ses amas de Rochers nuds & brûlants, on ne reconnoît plus ces contrées autrefois si abondantes. Ne pourroit-on pas soupçonner que les terres qui couvroient le Roc, se sont peu à peu éboulées dans les vallons, & n'ont laissé que des

Marbres & des Roches arides, où l'on voyoit autrefois de fertiles côteaux? Les environs d'Aléxandrie d'Egypte ont aussi bien changé de face; le vaste Lac Mareotis est presque entiérement desséché, & l'on ne voit plus sur ses bords, aucun vestige du fameux vignoble où croissoit ce vin si renommé[a] chés les Anciens, & dont les fumées, si l'on en croit Horace[b], avoient monté à la tête de la Reine Cléopatre. Il est vrai que le Mahométisme a presque fait abandonner la culture des vignes dans les lieux où il s'est établi; mais il est aussi très-vrai-semblable que le sol a changé de nature. En effet, pour prendre un exemple de même genre, le vin de l'Isle de Scio, où les vignes sont cultivées par les Grecs, est aujourd'hui extrêmement dur & âpre, & l'on ne conçoit pas comment il a pû se faire une si haute réputation[c], si le terroir ou le goût n'ont pas changé prodigieusement.

[a] Sunt Thasiæ vites, sunt & Mareotides albæ. *Virg. Georg. lib. 2. v. 91.*

[b] Mentemque lymphatam Mareotico, *&c. Horat. lib. 1. Od. XXXVII.*

[c] Vina novum fundam Calathis Arvisia Nectar. *Virg. Eclog. 5. v. 71.*

Fertilité de l'Isle de Chypre.

L'Isle de Chypre autrefois si vantée, toute inculte qu'elle est aujourd'hui, ne laisse pas d'être extrêmement fertile; on y marche quelquefois des lieues entiéres à travers des forêts d'arbustes odoriférants, de toute espece. Elle passe pour un séjour fort mal sain, ce qui doit moins s'entendre de l'Isle entiére, que de quelques endroits, tels que Famagouste & Lernica, où l'on trouve une cause très-vrai-semblable du mauvais air qu'on y respire, dans les exhalaisons des marais & des Salines du voisinage. Ce qu'il y a de plus singulier, c'est que ce même air ne passe pour être dangereux, du moins à Lernica, que le jour, & pendant l'ardeur du Soleil, & que l'on s'y promene, sans crainte du serein, le soir & toute la nuit. Seroit-ce que les exhalaisons salines, dans lesquelles on peut supposer que réside la malignité, sont si pesantes qu'il n'y a que la plus grande chaleur du Soleil qui puisse les élever à une certaine hauteur, & qu'avant qu'il approche de l'horison, elles sont déja retombées par leur propre poids. On prétend encore que l'air n'est mal sain, en Chypre, que pour les étrangers, & que les gens du païs, même ceux qui travaillent aux salines, n'en reçoivent aucune incommodité.

Malignité de l'air.

Quoi qu'il en soit, les fiévres malignes y sont très-com-

Fréquence des fiévres malignes.

munes vers la fin de l'Eté, & pardonnent rarement à ceux qui en ſont attaqués, quelle que ſoit leur jeuneſſe & la force de leur temperament. Au mois de Septembre 1731, pluſieurs François venoient d'y augmenter le nombre des exemples funeſtes. C'eſt auſſi de cette maladie qu'étoit mort tout récemment à Famagouſte, lieu de ſon exil, Mehemet Effendi que nous avons vû Ambaſſadeur de la Porte, à la Cour de France; & non de mort violente, comme on l'a publié.

Mort de Mehemet Effendi, ci-devant Ambaſſadeur en France.

HISTOIRE NATURELLE.

Pour me renfermer dans les bornes d'un Mémoire, je n'entrerai point dans le détail de toutes les pétrifications & autres morceaux d'Hiſtoire naturelle que j'ai rapportés du Levant, & je ne ferai mention ici que d'un petit nombre.

Incruſtation pierreuſe d'une Fontaine minérale.

Une incruſtation pierreuſe d'une matiére blanche, friable, diſpoſée par filets, & qui paroît calcinée, elle s'amaſſe en forme de pyramides autour du baſſin d'une célébre fontaine minérale d'eaux chaudes, à 15 ou 16 lieuës d'Alger dans les terres, ſur le chemin de Bonne à Conſtantine. Ces eaux étoient connuës des anciens, ſous le nom d'*Aquæ Tibilitanæ* [a]. J'en attends une quantité ſuffiſante, pour en faire l'analyſe.

Pierres figurées.

Des pierres, de la groſſeur & de la figure d'un pois, que j'ai ramaſſées dans un champ voiſin de Jeruſalem, où elles ſont fort communes, quoiqu'elles ſoient depuis long-temps recherchées par les Voyageurs. On les y trouve ſéparées les unes des autres, comme celles de Suiſſe, dont parle Langius [b], mais moins rondes; & non ſous une enveloppe commune, comme celles de Saxe & de Toſcane, qui ont été décrites par Mylius [c] & Mercatus [d]. Diverſes pierres figurées du Mont-Carmel & des environs, qui paſſent dans le pays, pour des Melons & des Olives pétrifiées. Il y a déja du temps que les Naturaliſtes ſçavent à quoi s'en tenir ſur ces ſortes de pétrifications. On peut conſulter ſur cette matiére, outre les auteurs déja cités, Breynius [e], & les ſçavants Mémoires de M.rs Géoffroy, de Reaumur, & de Juſſieu [f].

Toutes les côtes de Syrie abondent en pétrifications de

[a] *Cellarii not. orb. ant. lib. 4. cap. 5.*

[b] *Hiſtor. lap. fig. Helvetiæ Piſolithæ, p. 36. Venet. 1708.*

[c] *Cl. Myſii Sax. ſubterr. part. 1. relat. 5.*

[d] *Metallotheca Vaticana lapid. ἰδιόμορφοι. p. 281. Rom. 1717.*

[e] *Joh. Phil. Breynii, Epiſt. de Melonibus petrefactis. Lipſ. 1722.*

[f] *Mem. Acad. 1716. p. 8. 1721, pp. 69, 255 & 322.*

diverses especes. On trouve dans le Mont Cashavan, proche de Barut, autrefois *Berytos*, des pierres d'un blanc-sale, médiocrement dures, qui se cassent par lames; il s'y rencontre fréquemment des empreintes de corps de poisson, d'une couleur jaunâtre & dorée, différente de celle du reste de la pierre; j'ai deux ou trois de ces empreintes. On en trouve de la même espece dans les montagnes de Suisse[a], de Saxe[b], &c.

Empreintes de poissons sur la pierre.

[a] *Langius, p. 38.*

[b] *Mercatus, p. 319. Hist. Acad. 1703. p. 23. 1708. p. 34.*

Dans la montagne voisine de Seyde, & dans l'une des caves taillées dans le roc, qui servoit de sépulcre aux anciens Juges ou Suffetes de Sidon, il y a près de 3000 ans, j'ai découvert un tronc d'arbre pétrifié, d'environ un pied de diametre, qui avance à peu-près de 4 pieds hors du roc où il est enclavé. L'arbre est beaucoup plus dur que le reste du rocher, le bout qui déborde est rompu assés net, la coupe n'en est pas ronde, mais ovale, & le grand diametre est horisontal; ce qui prouve que l'arbre a pris cette forme par le poids dont il étoit chargé, avant que de s'être durci entiérement. On y reconnoît très-distinctement les accroissements annuels de la séve qui se manifestent sur la coupe, par des circonférences concentriques, & selon la longueur, en quelques endroits éclatés, par des lignes paralleles, entre lesquelles la diversité des nuances indique les différentes fibres du bois. Je n'ai pû enlever de cet arbre qu'un fort petit éclat vers la superficie, qui ne paroît différer en rien d'une pierre à fusil ordinaire. Il n'y a pas lieu de douter que cet arbre ne fût déja pétrifié, du temps de l'excavation de ces Catacombes, puisqu'il fait partie du roc dans lequel elles sont taillées.

Arbre pétrifié.

Les coquillages de l'Isle de Naxie, dans l'Archipel, sont renommés pour leur beauté & leur variété. M. de Maupertuis, de cette Académie, les a reconnus la plûpart pour être les mêmes qui se trouvent sur nos côtes de Bretagne.

Coquillages de Naxie.

Le sol de la plûpart des Isles de l'Archipel est de Marbre. On y en voit, ainsi que sur les côtes de Natolie, de très-richement & très-singuliérement veinés, que nous ne connoissons point en France, & qui mériteroient fort d'être mis en œuvre.

Marbres de l'Archipel.

Les côtes de Macédoine, du côté de la Cavalle, abondent

Mines d'argent, de Macedoine.

en métaux & minéraux. J'ai rapporté des échantillons de plusieurs mines d'argent de ces cantons, qui m'ont été remis par M. le Comte de Bonneval, avec un Mémoire détaillé. Quelques-unes ont été travaillées du temps des anciens Grecs, & c'est vrai-semblablement de ces sources que Philippe de Macédoine tiroit cet or, qui le faisoit dominer dans toutes les Républiques de la Gréce. D'autres ont été ouvertes du temps des derniers Empereurs Grecs. Depuis quelques années, on a tiré de l'une de ces mines, des Emeraudes qui ont été bien venduës à Constantinople.

Autre Mine.

Dans le voisinage des ruines de Troye, il y a encore une mine d'argent que les Turcs font travailler depuis quelques années. Il y a aussi dans le même canton, une carriére d'une espece de Granit, plus gris, & beaucoup moins beau que celui d'Egypte; c'est de cette matiére que sont ces fameux boulets des Châteaux des Dardanelles, célébres par leur prodigieuse grosseur. J'en ai mesuré de 28 pouces de Roi, de diametre; ils ont, par conséquent, environ 6 pieds cubes de solidité, & pesent autour de 1200 livres, ce qui fait à peu-près le tiers d'un boulet de fer du même volume.

Boulets des Dardanelles.

Description d'un petit Poisson nommé *Vélette* par les Provençaux.

A mon retour de Constantinople, j'ai vû pendant la traversée, à diverses reprises, & quelquefois pendant plusieurs heures, passer le long du Vaisseau, des milliers de petits Poissons fort singuliers, qui flottent sur la surface de la Mer. Les Provençaux les nomment *Vélettes*. Il n'est fait aucune mention de ce Poisson dans Rondelet, dans Jonston, ni dans aucun Naturaliste, que je sçache.

Planche III. Fig. 3.

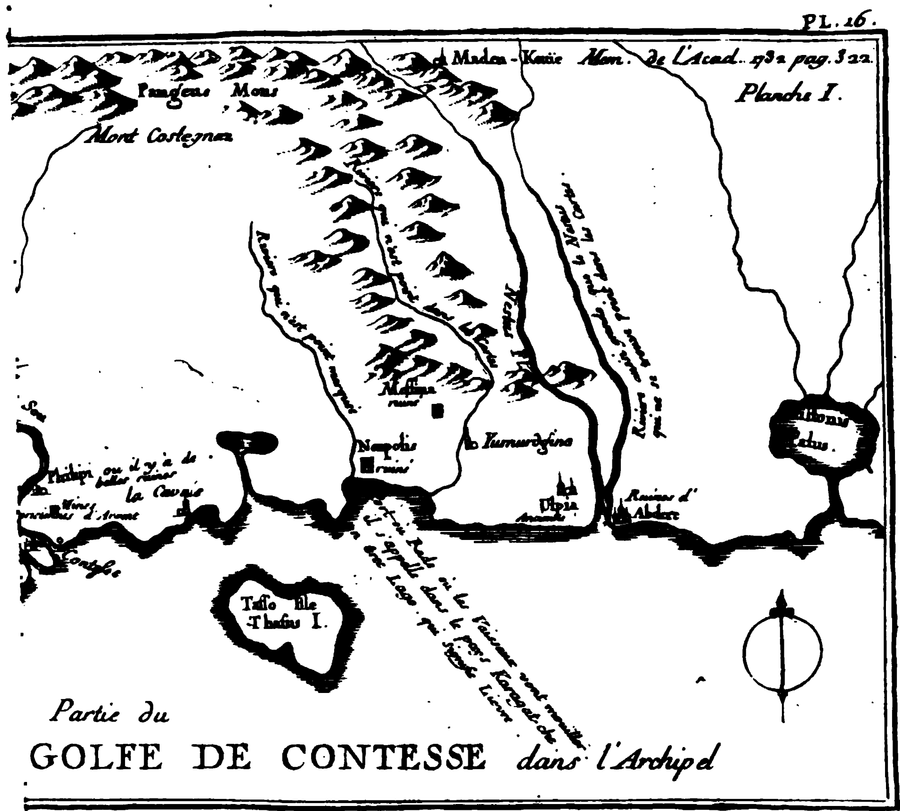
Il est de forme ovale, à peu-près de la grandeur d'une moule, mais sans coquille, fort plat, n'ayant pas une ligne d'épaisseur; sa longueur est depuis 7 à 8 lignes jusqu'à un pouce & demi ou environ, sa largeur à peu près la moitié de sa longueur. Je parle de ceux que j'ai vûs, car j'ai oui dire à quelques Marins, qu'il y en avoit de grands comme la main, vers nos Isles d'Amérique, & qu'on en voyoit d'une autre espece sur quelques Riviéres. Quoi qu'il en soit, le corps de ceux dont il est ici question, est une substance molle

&

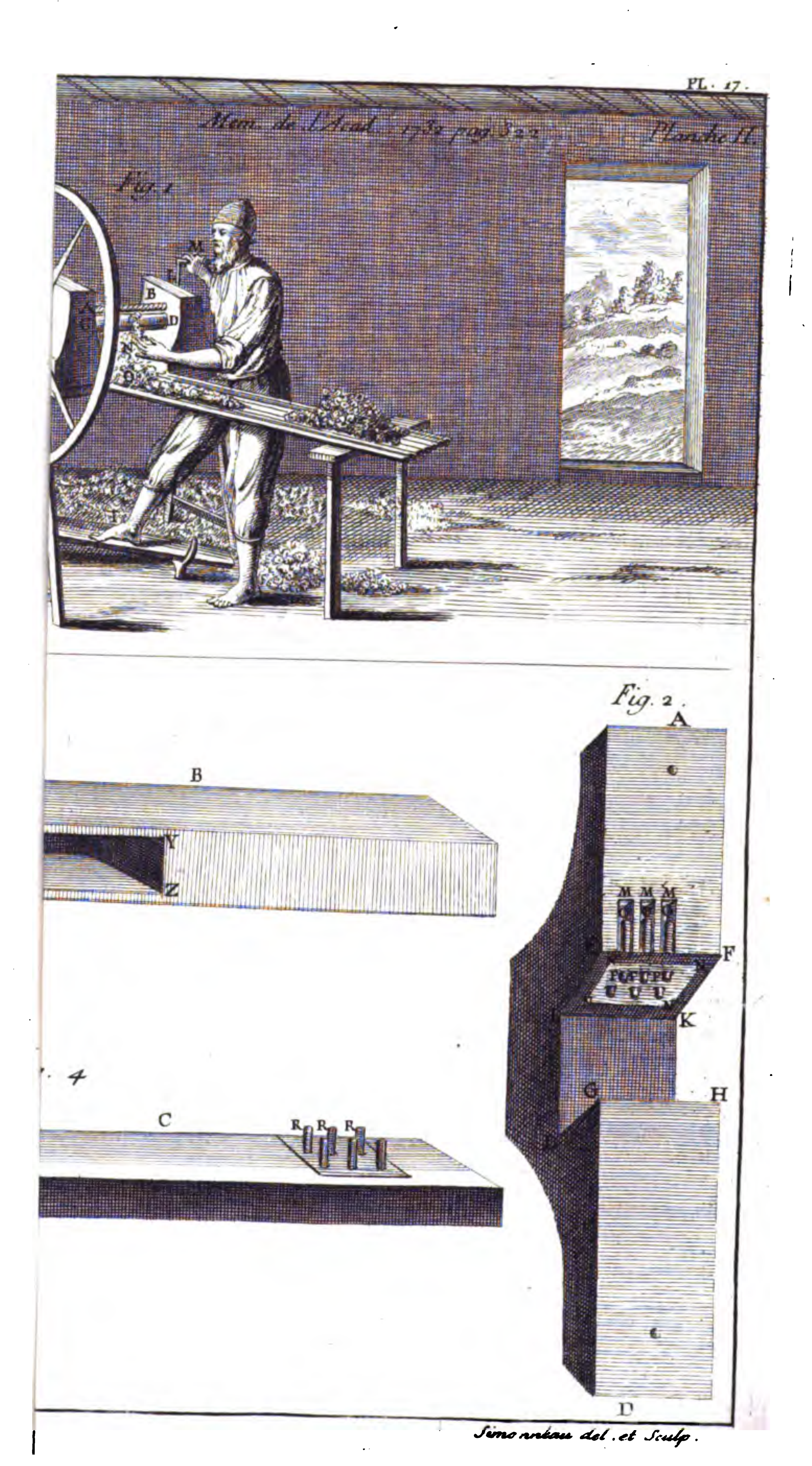
& visqueuse, de couleur d'Indigo foncé; les bords sont plus minces & plus transparents; le milieu est couvert de quantité de petits filets de relief argentés, qui forment des ovales concentriques & paralleles, lesquelles se perdent & deviennent imperceptibles, en approchant des bords. Toutes ces ovales sont traversées de plusieurs lignes ou rayons qui partent de leur centre commun, comme dans les toiles d'araignées de jardin : ce centre *O* qui forme une éminence pointuë, est l'endroit le plus relevé du corps de l'animal, le dessous vers les bords est hérissé d'une prodigieuse quantité de filaments bleus *PPP* de trois à quatre lignes de long qui paroissent les pattes ou les nageoires de ce Poisson, & qui ne se distinguent bien que dans l'eau. Il nage, ou pour mieux dire il flotte sur la surface de la mer selon sa longueur, mais ce qui l'aide à s'y soûtenir, & qui lui a fait donner le nom de *Vélette*, est une espece de crête *ABC* qui s'éleve verticalement sur sa surface supérieure. *Fig. 4.* Cette crête lui sert, pour ainsi dire, de voile, que les Provençaux nomment *vêle ;* elle est à peu-près aussi haute que l'animal est large, elle le traverse en ligne droite *AB* obliquement, & fait avec la ligne *CD*, qui *Fig. 5.* le partageroit également suivant sa longueur, un angle *ACE* qui paroît à peu-près le tiers d'un droit. L'obliquité de la voile est toûjours du même sens, c'est-à-dire, de gauche à droite, en passant de la partie antérieure à la postérieure; son contour est à peu-près demi-circulaire, hors qu'il se termine au sommet par un angle saillant. Cette crête, voile ou cartilage, comme on *Fig. 4.* voudra l'appeller, est très-mince, transparente & semblable à du Talc. En la regardant de près, on la voit traversée d'un nombre infini de rameaux déliés qui forment une espece de réseau. Elle a au toucher quelque solidité, à peu-près comme de la corne très-mince, mais elle est bordée d'une membrane *M, M, M,* plus déliée, plus molle & plus transparente, *Fig. 3. & 4.* d'une à deux lignes de largeur, qui se flétrit & s'affaisse aussitôt que l'animal est hors de l'eau, d'où l'on peut à peine le retirer sans le blesser. J'en ai mis plusieurs dans un vaisseau rempli d'eau de mer où ils n'ont pas paru vivre plus d'une

heure. On reconnoît, ou plûtôt on conjecture qu'ils ne ſont plus vivants, lorſqu'ils ne ſe ſoûtiennent plus à plat ſur l'eau comme dans leur ſituation ordinaire, qu'ils enfoncent plus d'un côté que de l'autre, ou qu'ils ſont tout-à-fait renverſés la voile en bas. Du reſte je n'y ai remarqué bien diſtinctement aucun mouvement, autre que celui que cauſoit l'agitation de l'eau dans les filets dont j'ai parlé. Je n'ai apperçû non plus aucune apparence de tête bien ſenſible; ſeulement en regardant à travers le jour, on voit dans le milieu un petit
Fig. 5. corps long & étroit *HI*, plus opaque que tout le reſte, ſitué ſelon la longueur, dont la partie antérieure eſt plus arrondie, la poſtérieure ſe termine en pointe, & l'on y remarque une ligne tranſparente qui la partage en long, en deux moitiés. Autour de ce corps qui paroît être l'aſſemblage des parties intérieures de l'animal, on voit une grande quantité de petits grains ronds, bruns & jaunâtres qui reſſemblent à des œufs, & d'autres à des eſpeces de mammelons.

Suivant le témoignage des Marins, c'eſt plus ordinairement après les calmes, & lorſque le vent d'Eſt ſouffle, qu'on voit paſſer ces eſpeces d'inſectes de mer. On dit cependant qu'on en voit dans toutes les ſaiſons, mais plus ordinairement le printemps. On peut juger par cette deſcription qu'au moindre gros temps l'agitation des flots doit tuer l'animal, auſſi en voit-on flotter pluſieurs dont la voile eſt couchée, & qui ont perdu l'équilibre. Cependant leur grande légereté & leur conformation les ſoûtiennent ſur la ſurface de la mer, lors même qu'elle eſt légerement agitée. Mon deſſein étoit de les examiner plus à loiſir, pendant ma quarantaine à Marſeille, mais je n'en ai pû avoir de vivants, pendant le ſéjour que j'y ai fait. Tout ce que j'ai pû faire a été de les deſſiner ſur le champ à la mer, & d'en conſerver quelques-uns dans l'eſprit de vin, où dans le moment ils ont changé de couleur, & de bleu-foncé, ſont devenus feuille-morte. Il s'y eſt fait depuis un autre changement, & ils ſont aujourd'hui d'un blanc-ſale, & beaucoup plus tranſparents qu'ils n'étoient.



Simonneau Sculp.



PL. 17.
Mem. de l'Acad. 1732 pag. 322
Planche II.
Fig. 1
M
L
B
A
C
D
O
Fig. 2
A
B
Y
Z
M M M
F
K
. 4
C
R R R
G
H
D
Simonneau del. et Sculp.

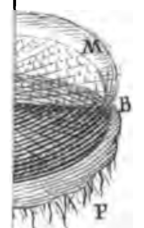


ig. 1.



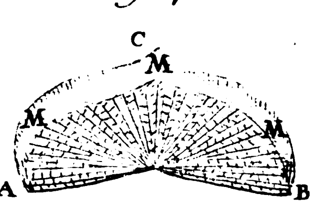
Fig. 2.





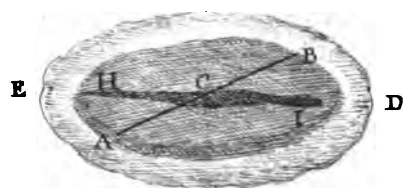
ective
flotante.

Fig. 4.



Plan Vertical
de la Voile.

Fig. 5.



Plan horizontal
du Corps de l'Animal.

Simonneau del. et Sc.

DES DIFFÉRENTES MANIÉRES de rendre le Tartre soluble.

Par M.rs DU HAMEL & GROSSE.

LE champ de la Chimie a tant d'étenduë & de fécondité, & les recherches curieuses, dont il est susceptible, y sont variées par tant de circonstances inopinées & d'accidents singuliers, qu'il est très-rare que ceux qui y travaillent se trouvent sans s'être communiqués & comme par hazard avoir choisi le même objet, l'avoir suivi par les mêmes voyes, & être ainsi parvenus au même but. 23 Avril 1732.

C'est néantmoins ce qui nous est arrivé, à M. Grosse & à moi, dans un travail que nous avons l'un & l'autre entrepris sur le Tartre, où nous étant, chacun en notre particulier, proposé d'abord des vûës différentes, nous nous sommes cependant réunis sans le sçavoir, & nous avons suivi assés long-temps le même chemin.

L'objet principal de M. Grosse étoit de rendre le Tartre soluble par le mêlange des terres alkalines, & pour cela il a combiné ce sel avec la Chaux, plusieurs sortes de Crayes, & d'autres terres.

Pour moi, je m'étois proposé de purifier le Tartre pour le rendre aussi beau que celui qu'on prépare à Montpellier, & de rechercher dans différentes terres celles qu'on pourroit substituer à la terre qu'on employe si utilement à cet usage aux environs de cette Ville.

C'étoit pour y parvenir que j'ai traité le Tartre avec les mêmes matiéres que M. Grosse a employées, & ayant remarqué que plusieurs de ces terres décomposoient le Tartre & le rendoient soluble, j'ai presque abandonné mon premier objet, & ai embrassé celui que j'ai sçû depuis être celui de M. Grosse.

J'avouë que je me serois trouvé amplement récompensé

de mes peines, si, comme j'en ai prié M. Grosse, il eût bien voulu faire quelque usage de mes expériences, quand on ne les auroit regardées que comme des preuves surabondantes des siennes. Mais il a jugé à propos de réunir nos observations, & même de nous communiquer nos idées de recherches, afin que nous pussions les suivre de concert pour n'en faire qu'un seul & même ouvrage.

J'ai accepté avec plaisir cette proposition ; ainsi le Mémoire qui suit, est celui de M. Grosse comme le mien.

Tout le monde sçait que le Tartre, ou, ce qui est à peu-près la même chose, le Cristal de Tartre, n'est presque pas soluble dans l'eau froide, & ne l'est que difficilement dans beaucoup d'eau bouillante, encore ne s'y soûtient-il que tant qu'elle est chaude, & il l'abandonne & se précipite presque entiérement à mesure qu'elle se refroidit.

Le Sel lixiviel de Tartre au contraire est si accessible à l'eau, que l'humidité de l'air suffit pour le résoudre en liqueur, & quand on le mêle avec le Cristal de Tartre, il donne entrée aux parties d'eau sur ce sel essentiel, & le rend soluble dans l'eau froide.

M. le Févre, Médecin d'Uzès, & Correspondant de l'Académie, est parvenu à rendre le Tartre soluble par le mélange du Borax, qui est un autre sel alkali ; je dis qu'il est un sel alkali, parce que M. Lémery a démontré une qualité alkaline dans le Borax.

Enfin M. Boulduc, dans le Mémoire qu'il a donné sur le Sel de la Rochelle, en nous dévoilant la nature de ce fameux Remede, vient de nous faire voir que le Sel de la Soude peut produire le même effet sur le Cristal de Tartre.

Voilà donc le Cristal de Tartre rendu également soluble par trois différents Sels alkalis ; mais suivant les Sels dont on s'est servi, il en est résulté des phénomenes particuliers, puisqu'avec le Borax l'on n'a qu'une matiére gommeuse & encore fort acide, & qu'avec la Soude on retire un sel un peu différent du sel végétal tant par sa cristallisation que par son goût. Mais puisque le Cristal de Tartre mêlé avec différents sels

alkalis prend tant de métamorphoſes, ne pourroit-on pas eſpérer quelque choſe d'avantageux de l'alliage des terres alkalines avec ce même ſel eſſentiel ? M. Stahl nous invite à y travailler, dans ſon Commentaire ſur la *Phyſica ſubterranea* de Beccher, en s'étonnant qu'on n'ait pas aſſés examiné les effets du mêlange du Tartre avec la Chaux, ſans dire ce qui l'a engagé à faire cette remarque. Quoi qu'il en ſoit, c'eſt à quoi nous nous ſommes principalement appliqués ; ainſi le Criſtal de Tartre, traité avec la Chaux & beaucoup d'autres terres, fournira la matiére de ce Mémoire. Mais comme nous avons fait un aſſés grand nombre d'expériences, nous avons crû devoir les ranger ſous trois claſſes différentes qui formeront autant d'articles de ce Mémoire.

Le premier renfermera les expériences que nous avons faites avec les différentes Chaux.

Le ſecond, celles que nous avons faites avec les Crayes.

Et nous rapporterons enfin dans le troiſiéme les eſſais que nous avons faits ſur pluſieurs eſpeces de Terres bolaires, argilleuſes, ſablonneuſes, &c.

ARTICLE PREMIER.

Ce qu'a produit le Criſtal de Tartre avec les Chaux.

Nous avons mis une certaine quantité de crême de tartre, ou plûtôt de tartre ſimplement purifié par quelques filtrations dans une baſſine, & nous avons jetté deſſus de l'eau de chaux bien concentrée, mais exactement filtrée, claire & tranſparente comme de l'eau ; il ne nous a paru aucune efferveſcence ſenſible, & même la liqueur a été en partie évaporée, ſans que nous nous ſoyons apperçûs de rien de remarquable, ſi ce n'eſt que la crême de tartre paroiſſoit ſe diſſoudre en plus grande quantité que dans l'eau ſimple. Nous avons verſé de nouvelle eau de chaux ſur cette même crême de tartre, & après l'avoir évaporée, nous avons réïtéré la projection d'eau de chaux, pour une troiſiéme fois, & enſuite l'évaporation, ſans que nous ayons remarqué d'efferveſcence ſenſible. Enfin,

nous y avons remis de nouvelle eau de chaux, pour une quatriéme fois, & en l'évaporant, il s'est excité une effervescence si considérable qu'on a été obligé de retirer plusieurs fois la bassine de dessus le feu; la liqueur est devenuë blancheâtre, sur-tout à la surface où elle étoit comme du lait, elle s'est troublée considérablement, & une livre & demie de crême de tartre s'est fonduë entiérement dans une petite quantité d'eau, qui étoit, à la vérité, le reste de la lessive de deux livres de chaux. Il falloit apparemment que l'eau de chaux eût pris par l'évaporation, un certain degré de concentration, pour qu'elle pût produire quelque effet avec la crême de tartre.

Mais voilà déja une preuve bien marquée de l'effet de la chaux, puisqu'environ trois livres d'eau de chaux, tiennent en dissolution, une livre & demie de crême de tartre, pendant que la même quantité d'eau commune pourroit à peine dissoudre dans le plus fort bouillon, deux onces & demie de ce sel.

Tout notre tartre étant parfaitement dissous, nous avons filtré la liqueur, qui, bien loin d'avoir conservé quelque chose de l'acide du tartre, avoit pris un goût alkalin; il s'est beaucoup déposé de terre sur le filtre, mais cette terre étoit insipide, grasse au toucher, & presque indissoluble par les acides, ce qui nous l'a fait regarder comme une partie de la terre du tartre, parce que nous sçavons que la chaux se dissout très-aisément par tous les acides; & d'ailleurs comment l'eau de chaux, qui étoit bien filtrée & très-claire, auroit-elle pû déposer tant de terre, sur-tout étant obligée d'en fournir à la crême de tartre, comme nous le verrons dans la suite?

Nous avons évaporé lentement une partie de l'humidité, jusqu'à ce que la liqueur nous ait paru assés salée pour donner des cristaux; car il n'y a point ici à compter sur la pellicule, on l'évaporeroit bien entiérement, sans qu'il s'en formât aucun; l'ayant ensuite laissé quelque temps dans un lieu frais, il s'est formé de beaux cristaux clairs, transparents, &

qui ont donné quelque marque d'alkalicité, tant avec la teinture de violette, qu'avec la ſolution du ſublimé corroſif. Ils étoient aſſés gros pour qu'on en pût diſtinguer la figure; nous les avons cependant diſſous juſqu'à trois fois, pour les avoir en plus gros criſtaux, & il nous a paru que leur figure la plus ordinaire étoit celle des priſmes quarrés, terminés par deux ſurfaces plattes; preſque toûjours un, & quelquefois deux des angles ſont abattus, & pour lors les ſurfaces des deux bouts ſont échancrées aux endroits qui répondent à ces angles abattus.

Ces criſtaux brûlent ſur la pêle, comme les autres tartres ſolubles, & ſe réduiſent en charbon, ils ſe fondent aiſément dans l'eau froide, & quoiqu'ils contiennent la crême de tartre, ſans s'être décompoſés (comme nous le ferons voir), mais ſeulement étendus par une terre inſipide, ils n'en conſervent cependant aucune acidité, & prennent un goût ſalé un peu amer, mais moins que le ſel de la Rochelle, auquel ils reſſemblent fort.

Après ces criſtalliſations réitérées, notre ſel n'a plus donné de marque ni d'acidité ni d'alkalicité; ainſi ſi les premiers criſtaux nous ont d'abord paru alkalins, ce n'a été qu'à l'occaſion d'un peu de la terre de la chaux qui étoit ſurabondante, & n'étoit pas bien unie à l'acide du tartre, ou plûtôt parce que les criſtaux étoient encore mouillés de l'eau-mere qui ſurnageoit, laquelle eſt certainement alkaline, puiſqu'elle contient beaucoup de la terre de la chaux, qui eſt plûtôt ſoûtenuë par la graiſſe du tartre que par aucune union qu'elle ait avec les acides, comme nous l'examinerons dans la ſuite.

L'on obtient de pareils criſtaux avec le lait de chaux comme avec ſon eau, il paroît même que le tartre s'y diſſout plus promptement; mais pour cela il faut faire bouillir le mêlange, comme nous avons dit en parlant de l'eau de chaux, ſans quoi la crême de tartre, qui n'eſt point ſoluble dans l'eau froide, n'agiroit que très-lentement ſur la chaux, & reſteroit preſque dans ſon entier précipitée avec la terre de la chaux; & ayant fait une fois ce mêlange, le lait de chaux n'étant que

tiéde, la plus grande partie de la crême de tartre resta au fond du vaisseau confonduë avec beaucoup de la terre de la chaux, & il ne passa par le filtre qu'une liqueur alkaline, qui par l'évaporation ne donnoit point de cristaux, mais qui avoit formé aux parois de la capsule de verre une croûte tartareuse indissoluble dans l'eau & dans le vinaigre distillé.

Il s'étoit aussi précipité un sédiment terreux, mais qui fermentoit violemment avec le vinaigre distillé, & l'en ayant entiérement saoulé, j'en ai retiré des cristaux pareils à ceux que nous venons de décrire.

Ainsi cette terre, qui commençoit à être dissoute par un acide, & qui avoit pris un peu du phlogistique du tartre, étoit ainsi devenuë à peu-près semblable aux sels alkalis.

Avec le lait de chaux, on ne peut s'assûrer précisément de la quantité de tartre qui a été dissous, puisque la terre qui se précipite tant de la part de la chaux que de celle du tartre, ne le permet pas. Nous avons fait les mêmes expériences avec le tartre crud que nous avions faites avec le tartre purifié, mais la liqueur est si grasse & si noire, qu'on a bien de la peine à en retirer des cristaux un peu parfaits; nous sommes cependant parvenus à en avoir d'assés beaux.

Tout le monde connoît une espece de peau qui s'éleve sur l'eau de chaux, & qui y forme une crême d'une nature singuliére. Nous en avons ramassé une petite quantité que nous avons traitée avec la crême de Tartre, & qui nous a fourni des cristaux semblables à ceux dont nous venons de parler. Il est seulement bon de remarquer que cette crême de chaux, aussi-bien que celle de tartre, ne se dissout que difficilement dans l'eau, & cependant ces deux matiéres se communiquent mutuellement cette propriété, & étant mêlées ensemble, elles font un tartre très-soluble.

Nous avons pareillement examiné la chaux d'écailles d'huîtres, & pour cela nous avons empli un creuset avec les écailles, & nous les avons calcinées à un grand feu de charbon pendant plus de six heures, & ne les ayant pas trouvées encore assés calcinées, nous les avons encore calcinées pendant

un

un pareil temps, & nous avons mêlé cinq onces de cette chaux dans de l'eau bouillante, & par ſon moyen nous ſommes parvenus à diſſoudre 15 onces de tartre, ce qui eſt encore plus que la chaux n'avoit pû faire ; cependant la chaux d'écailles d'huîtres paroît alliée d'une aſſés bonne quantité de ſel marin, qui ne peut rien faire avec la crême de tartre, comme nous l'avons eſſayé en traitant le ſel marin tout pur avec le tartre, ce qui d'ailleurs eſt très-naturel; car comment la terre du ſel marin abandonneroit-elle ſon acide, qui eſt très-puiſſant pour ſe joindre à celui du vin, qui lui eſt fort inférieur? Ce qui fait voir que l'alkali de la chaux d'huîtres eſt très-puiſſant, puiſqu'étant en ſi petite quantité, il abſorbe tant d'acide. Cette chaux étant ainſi ſaoulée de crême de tartre, nous avons filtré & évaporé la liqueur, qui nous a donné des criſtaux de tartre ſoluble *.

* *Voyés la ſuite de cette expérience dans la ſeconde partie de ce Mémoire.*

La ſtalactite calcinée, & les crayes réduites en chaux ont produit le même effet.

Le gyp calciné & le plâtre, pouvant être regardés comme des eſpeces de chaux, nous les avons examinés, mais leur effet a été bien différent : car ayant fait calciner à feu ouvert, un morceau de ce qu'on appelle *Speculum aſininum*, & l'ayant enſuite mis en poudre, & fait bouillir aſſés long-temps dans de l'eau avec du criſtal de tartre, il ne s'eſt excité aucune fermentation; le criſtal de tartre ne s'eſt fondu qu'en très-petite quantité, & la liqueur filtrée, au lieu d'avoir acquis le goût alkalin ou ſalé, dont nous avons parlé, avoit conſervé, après être refroidie, une acidité conſidérable, elle étoit jaunâtre, & en l'expoſant au Soleil, elle paroiſſoit d'abord chargée de petites paillettes très-brillantes; par l'évaporation, nous n'avons pû en obtenir de criſtaux; ſeulement le tour de la capſule étoit enduit d'une incruſtation légérement ſaline, & le criſtal de tartre s'eſt précipité pêle-mêle avec une terre gypſeuſe; ainſi il nous paroît que l'acidité de la liqueur venoit de ce que la partie la plus tenuë de la terre du gyp nageoit dans la liqueur chargée, & comme hériſſée de l'acide du tartre.

Nous avons fait les mêmes expériences avec le plâtre ordinaire, & tel qu'on l'employe dans les bâtiments, & il a produit le même effet, à cela près, que la liqueur avoit un petit goût salé, très-foible, ce qui vient, sans doute, de ce que la pierre à plâtre est alliée d'un peu de craye, ou d'une terre semblable à celle de la chaux.

Nous avons aussi mis tout simplement de ce gyp légérement calciné, dans un verre, avec de la crême de tartre & un peu d'eau, & l'ayant laissé pendant plus d'un mois au Soleil, il s'est élevé au haut du verre une végétation imparfaite, rouge & extrêmement acide, & dans laquelle on appercevoit quelques petits cristaux mal formés, & en petite quantité.

Quoi qu'il en soit, il reste toûjours pour constant, que le cristal de tartre est rendu soluble par la chaux, & que si l'on ne saoule pas entiérement l'eau de chaux avec l'acide du tartre, elle prend néantmoins un goût alkalin & lixiviel, & devient en état de fermenter plus aisément, même à froid avec tous les acides.

Maintenant est-ce à l'occasion de ce sel fixe, que quelques Chimistes y ont imaginé, ou ne doit-on avoir égard qu'à la terre de la chaux? cette terre alkaline peut-elle seule produire sur le cristal de tartre, tous les effets des sels fixes, ou la matiére du feu & le phlogistique y entrent-ils pour quelque chose? c'est pour satisfaire à ces questions que nous nous sommes engagés à travailler sur les crayes, & nous suspendons notre jugement jusqu'à ce que nous ayons rapporté quelques expériences assés curieuses, que nous avons faites à ce sujet.

ARTICLE II.

Ce que produit le Cristal de Tartre traité avec les Crayes & d'autres matieres terreuses à peu-près semblables.

Nous avons mis dans une bassine, avec une certaine quantité d'eau, une demi-livre de craye de Champagne pul-

vérifée, & après l'avoir fait bouillir aſſés pour que la craye ſe mêlât parfaitement avec l'eau, nous y avons jetté à différentes repriſes, une livre de notre tartre préparé comme dans les précédentes expériences; il s'eſt formé par ces projections une efferveſcence conſidérable, dans laquelle le tartre s'eſt fondu entiérement, & toute la craye a diſparu, de ſorte que la liqueur ayant été filtrée, il n'eſt reſté ſur le filtre qu'une très-petite quantité de terre, comme environ une once, peut-être encore venoit-elle en bonne partie du tartre.

Ainſi dans la premiére expérience, où nous avons employé l'eau de chaux, il eſt reſté ſur le filtre beaucoup plus de terre que dans celle-ci, où nous avons cependant employé la craye toute entiére.

Ce fait paroît aſſés extraordinaire, cependant il ne ſera pas difficile d'en imaginer une raiſon aſſés probable, ſi l'on fait attention que dans les grandes efferveſcences, il s'évapore une quantité d'eſprits acides; & plus il s'échappera de ces eſprits, plus il ſe précipitera de terre du tartre : or l'efferveſcence étant plus conſidérable avec l'eau de chaux, & y ayant moins de terre alkaline, pour brider en quelque maniére & retenir les acides, que dans l'expérience de la craye, il peut s'échapper une plus grande quantité d'eſprits acides, qui étant en pure perte, laiſſeront précipiter beaucoup plus de terre que dans le cas où les acides ſe trouveront tout de ſuite engagés dans beaucoup de terre alkaline, ce qui a fait auſſi que notre tartre diſſous par la craye, a dépoſé dans le temps de la criſtalliſation, une terre griſe que nous n'avons preſque point apperçûë dans l'expérience faite avec la chaux.

Peut-être cependant un acide que nous ſoupçonnons dans la chaux, pourroit-il auſſi avoir part à la précipitation de cette terre; mais comme le raiſonnement, quand il n'eſt pas ſoûtenu par l'expérience, ne produit ſouvent que des préjugés ſans fondement, incapables de rien établir de réel & de ſolide, ce n'eſt pas ici le lieu de faire uſage de cet acide, il faut auparavant l'avoir démontré d'une maniére inconteſtable; c'eſt pourquoi je reviens à mon expérience.

Nous avons évaporé à une lente chaleur, la liqueur filtrée; & nous l'avons mise cristalliser, comme dans l'expérience de la chaux. Nous avons aussi dissous & cristallisé plusieurs fois notre sel, & tant par la figure de nos cristaux, que par leur goût, & les autres essais que nous en avons faits, ils nous ont paru tout-à-fait semblables à ceux que nous avions obtenus par le moyen de la chaux.

Les mêmes expériences ont été faites avec cette craye qu'on trouve auprès de Meudon, & qu'on rafine pour en faire ce blanc que les Peintres en impression appellent le *blanc de Meudon*, & cette craye a produit le même effet que la craye de Champagne, à cela près qu'elle a déposé plus de terre & de sable sur le filtre, ce qui vient, sans doute, de ce qu'elle n'est pas si pure craye que celle de Champagne. Nous avons aussi essayé une craye fort grossiére qu'on fouille aux environs d'Orleans, & que les Tonneliers employent pour en frotter les douves & les cercles des Poinçons, & elle a produit le même effet que celle de Meudon. Mais une remarque générale qu'on peut faire, c'est que l'eau-mere qui surnage les cristaux de tartre soluble par la craye, est plus grasse & plus rousse que celle qui recouvre le tartre soluble par la chaux; peut-être cela vient-il de ce que la craye est un peu alliée de terre grasse, qui, comme nous le dirons dans la suite, se charge de la matiére grasse du tartre sans dissoudre la partie saline.

Il est encore bon de remarquer ici que dans le mélange du cristal de tartre, tant avec les crayes qu'avec les chaux, il s'est élevé des vapeurs urineuses très-sensibles. On pourroit donc, quoique le préjugé commun s'y oppose, employer les crayes pour la distillation de l'esprit volatil du sel ammoniac; aussi dans l'expérience que M. Grosse en a faite, lui a-t-elle également servi comme la chaux.

Encore une petite circonstance qu'il ne faut pas obmettre, c'est que quand on fait bouillir de la craye dans de l'eau, il s'excite des vapeurs pareilles à celles qu'on remarque quand on éteint de la chaux.

Après tant de conformité d'effets, n'est-on pas naturellement porté à conclure que les crayes sont de vrayes chaux faciles & naturelles ? Nous en conviendrons volontiers pour le présent, parce que ces deux matiéres agissent à peu-près de la même maniére dans toutes les expériences que nous rapporterons dans ce Mémoire ; cependant nous réservons pour un autre temps à faire voir des différences que nous croyons avoir remarquées entre les deux matiéres.

Mais dès-à-présent l'on peut conclure que ce n'est ni au phlogistique que quelques-uns admettent dans la chaux, ni aux parties de feu que d'autres y reconnoissent, qu'on peut légitimement attribuer les effets qu'elle produit sur le cristal de tartre, puisque la craye, qui probablement ne contient ni l'un ni l'autre de ces principes, en produit cependant de pareils. Reste donc à examiner si ces matiéres renferment un sel alkali capable de produire ces effets sur le tartre ; cela ne paroît pas probable, mais voici une expérience qui prouve le contraire. Nous avons pris six livres de bonne craye, nous l'avons mise en poudre, & nous l'avons divisée en six paquets d'une livre chacun ; nous avons mis ensuite un de ces paquets dans une bassine de cuivre, & nous avons versé dessus quatre pintes d'eau, que nous avons fait bouillir pendant une demi-heure, ayant soin de remuer de temps en temps avec une spatule ; nous l'avons ensuite ôtée de dessus le feu pour laisser précipiter le plus gros avant que de décanter la liqueur, & après avoir jetté le marc, nous avons remis dans la bassine un autre paquet de craye que nous avons couvert de l'eau que nous avions retirée de dessus le premier, & après y avoir ajoûté assés de nouvelle eau pour qu'il y en eût encore quatre pintes, nous avons réitéré cette même opération six fois, ou autant qu'il y avoit de paquets de craye. Certainement par ces cohobations on pourroit espérer d'avoir une lessive extrêmement chargée du sel de la craye ; cependant après l'avoir filtrée encore chaude, elle n'a donné aucune marque d'alkalicité ni avec la teinture de violettes, ni avec la solution du sublimé corrosif ; elle n'a point non plus fermenté ni avec

les acides, ni avec les alkalis, & quoiqu'elle eût une couleur jaune, elle n'a presque point agi sur la crême de tartre, ce qui s'en est fondu par l'ébullition a conservé son acidité, & s'est précipité à mesure que la liqueur s'est refroidie. D'un autre côté la craye qui avoit été lavée, & qui étoit restée sur le filtre, a dissout la crême de tartre; donc la craye agit ici comme terre, & non pas par une substance saline qu'elle contienne.

Mais, nous dira-t-on, d'où vient cette différence entre la craye & la chaux? pourquoi ces deux lessives ne produisent-elles pas les mêmes effets? ne seroit-ce pas parce que l'altération que ces deux matiéres causent au tartre, quoique pareilles dans ces effets, seroit cependant produite par des causes différentes, & que la craye agiroit par sa terre pendant que la chaux agiroit par son sel alkali, ce qui doit produire à peu-près les mêmes effets, puisqu'ils sont à peu-près semblables à ceux que produisent le sel de tartre & d'autres sels alkalis? A cela je réponds, que si la chaux agissoit si différemment de la craye, il est probable que le tartre soluble par la chaux & celui qui l'est par la craye ne seroient pas si semblables que nous les avons reconnus par les expériences que nous venons de rapporter; on est, à la vérité, tenté d'avoir recours à un sel alkali dans la chaux, mais pourquoi admettre un sel qu'on ne connoît point, pendant qu'on peut expliquer ce fait par un raisonnement bien simple & bien naturel? La chaux étant une pierre calcinée par un feu des plus violents & continu, on conçoit déja que l'air & l'eau qui sont dans ces pierres, venant à se rarefier, doivent faire un effort considérable, qui tend à diviser les parties des pierres qu'on employe pour faire la chaux; de plus, les torrents des parties de feu qui traversent ces pierres pendant long-temps, tendent à séparer les parties de ces pierres les unes des autres; de-là cette légereté & cette augmentation de volume qu'on remarque dans ces pierres après leur calcination. N'est-ce pas cette grande desunion des parties qui fait que la chaux se résout en une poussiére très-subtile, quand on la laisse exposée

à l'air, & qu'elle forme une pâte très-fine, quand on l'éteint dans l'eau ? or c'eſt cette même diviſion qui fait qu'une partie de la terre de la chaux paſſe à travers le filtre, pendant que celle de la craye reſte deſſus. Nous entrevoyons bien encore une cauſe qui peut contribuer à faire paſſer les parties terreuſes de la chaux par le filtre, & à les ſoûtenir dans l'eau ſans la troubler, mais nous ne pouvons l'expliquer ſans rapporter des expériences que nous réſervons pour une autre occaſion. Ainſi pour nous renfermer étroitement dans notre objet, nous nous contenterons de démontrer (ce qui ſuffit pour le préſent) que cette terre exiſte même en bonne quantité dans l'eau de chaux la plus claire. Pour s'aſſûrer de la préſence de cette terre, il n'y a qu'à conſerver quelque temps de l'eau de chaux dans une bouteille; car quelque bien bouchée qu'elle ſoit, elle ſe troublera, & dépoſera une terre blanche qui s'attachera aux parois & au fond de la bouteille; mais pour s'en convaincre plus promptement, il ne faut que verſer ſur cette eau de chaux une forte diſſolution de borax ou d'huile de tartre par défaillance, & quelque claires que ſoient toutes ces liqueurs, on verra précipiter une bonne quantité de terre d'une blancheur & d'une fineſſe merveilleuſe. Nous croyons donc pouvoir conclure que l'eau de chaux n'agit dans l'occaſion préſente que par ſa partie terreuſe, de même que la craye; ce qui ſera encore confirmé par les expériences que nous rapporterons dans la ſuite ſur la décompoſition, tant de notre tartre ſoluble par la chaux, que de celui qui l'eſt par la craye. Et après tout ſi l'on veut prendre la choſe du côté de la phyſique, pourquoi une ſimple terre alkaline ne pourroit-elle pas produire ſur le tartre les mêmes effets que les ſels lixiviels? puiſque nous ſçavons par l'opération de la terre foliée comparée à celle du ſel de perle, de corail, &c. ou ſimplement par ce qui ſe paſſe dans la diſtillation du ſel ammoniac qui réüſſit également, ſoit qu'on employe les ſels fixes ou les crayes; puis donc que nous ſçavons par toutes ces expériences que les terres alkalines ſe chargent des acides preſque avec autant d'avidité que les ſels

fixes, nous concevrons aisément comment elles peuvent produire sur le cristal de tartre les mêmes effets que les sels fixes: car si c'est la graisse du tartre qui empêche le cristal de tartre de se dissoudre dans l'eau, ces terres absorbantes peuvent bien se saisir de cette graisse, & former une espece de savon; & si d'un autre côté l'on veut que ce soit l'union trop intime des parties de la crême de tartre qui empêche l'eau de les dissoudre, les acides du tartre s'appropriant ces terres absorbantes, les parties du tartre ne pourront se réunir aussi intimement qu'elles l'étoient auparavant, ce qui donnera ingrès aux parties de l'eau, & produira par conséquent la solubilité du tartre; ces acides chargés de cette terre alkaline ne pourront plus se joindre & s'unir de la même maniére, ce qui changera le mode de leur cristallisation.

Enfin ces acides ainsi empâtés ne pourront plus agir si immédiatement sur la langue, mais seront plus en état de se développer dans l'estomac, ce qui produira le changement de saveur & d'effet par rapport à la médecine, s'il est vrai qu'ils soient très-différents, car la crême de tartre toute seule est purgative à la dose de deux à trois gros, & dans une once de sel de la Rochelle il y a plus de cinq gros de crême de tartre, ainsi l'on conçoit comment le mélange d'une terre simplement alkaline nous donne tout ce que nous pourrions esperer des sels fixes. Il convient à présent d'examiner si toutes les terres peuvent indifféremment produire ces effets sur le tartre, c'est ce qui nous a engagé à étendre notre travail sur plusieurs autres terres argileuses, bolaires, sablonneuses & autres.

Mais il est bon de remarquer auparavant que la stalactite non calcinée, & quantité d'autres matiéres comme les yeux d'écrevisse & les écailles d'huître non-calcinées, produisent le même effet, & rendent pareillement le tartre soluble, & donnent des cristaux assés semblables à ceux que nous avons décrits en parlant de la chaux.

ARTICLE

ARTICLE III.

Ce que produit la Crême de Tartre traitée avec différentes Terres argilleuſes, bolaires, ſablonneuſes, & autres.

Nous avons commencé ces expériences par cette terre de Rouen, qu'on employe avec tant de ſuccès pour terrer le Sucre, non-ſeulement dans toutes les Rafineries du Royaume, mais encore dans beaucoup de Rafineries des Iſles de l'Amérique; mais le criſtal de tartre n'a point agi ſur elle, non plus que ſur cette terre qu'on employe à Montpellier, pour rafiner le criſtal de tartre, ni ſur le tripoli.

Le criſtal de tartre qui s'étoit diſſout pendant l'ébullition, donnoit un goût acide à la liqueur, & il s'en eſt ſéparé preſque entiérement, à meſure qu'elle s'eſt refroidie; je dis, preſque entiérement, parce que ces terres n'étant pas ſimples ou homogénes, mais plus ou moins alliées de craye, il y en a une partie qui ſe diſſout, & qui peut donner quelques criſtaux, pendant que la plus grande partie étant inaltérable par l'acide du tartre, ſe joint à ſon huile groſſiére, ce qui fait qu'on employe ſi utilement ces terres à Montpellier, pour rafiner le tartre, & le réduire en beaux criſtaux.

Auſſi dans les eſſais que nous avons faits de ces terres avec le tartre crud, la leſſive étoit-elle fort peu ſalée, mais très-noire par la quantité d'huile dont elle s'étoit chargée. Nous avons évaporé juſqu'en conſiſtance de ſirop, un peu de la leſſive faite avec le tripoli, que nous avons enſuite eſſayé avec l'huile de tartre, qui n'a rien produit, mais avec l'huile de vitriol, il s'eſt précipité pas mal de vraïe crême de tartre, qui étoit apparemment reſtée engagée avec la graiſſe du tartre, & foiblement unie à un peu de la terre du tripoli.

Voilà donc des terres qui ne forment aucune union intime avec le tartre, pendant qu'il s'incorpore, pour ainſi dire, avec d'autres, au point que la terre & le tartre paroiſſent anéantis, pour former, en quelque maniére, un être nouveau; j'inſiſte ſur cette union intime, parce qu'il eſt inconteſtable

qu'une portion de la terre de Montpellier se trouve dans les cristaux qu'on nous envoye de cette Province ; mais cette union n'est que superficielle, ou plûtôt, ce n'est pas une vraye union, ou une association, ce n'est qu'un engagement d'une portion de cette terre entre les cristaux du tartre, ce qui fait que l'un & l'autre ne changent point de nature, la terre reste terre, & le tartre vrai tartre aussi indissoluble qu'il avoit jamais été. Nous avons réfléchi sur ces bizarreries, & il nous a paru que pour qu'une terre pût contracter cette union intime avec le tartre, il falloit qu'elle pût être très-divisée, & réduite en parties extrêmement tenuës. La grande finesse de ces terres, quand on les précipite par un alkali plus puissant, en est bien une preuve, & d'ailleurs comment une terre pourroit-elle faire une partie considérable d'un sel très-diaphane & limpide, si elle n'étoit pas infiniment divisée ? or qu'y a-t-il de plus propre à faire cette extrême division, que la dissolution par les acides. M. de Reaumur, dans la premiére partie de son Mémoire sur les terres, remarque qu'il y a des terres indissolubles par les acides, pendant qu'il y en a d'autres qui sont très-aisées à dissoudre. Or le tartre contient des acides en abondance ; & de plus, voici des expériences qui prouvent que l'acide du tartre est assés puissant, pour dissoudre ces sortes de terres.

L'acide du tartre est celui du vin, & par conséquent le même que celui du vinaigre, donc l'acide du tartre dissoudra ce que le vinaigre dissout : or il est certain que le vinaigre dissout la chaux & les crayes, & par les épreuves que nous en avons faites, nous nous sommes persuadés qu'on pouvoit employer le vinaigre, comme une pierre de touche, pour distinguer les terres qui peuvent rendre le tartre soluble d'avec les autres, puisque cet acide n'agit point sur la terre de rafinerie, celle de Montpellier, le tripoli, le gyp crud, le crayon rouge, le bole, la craye de Briançon, la terre grasse ordinaire, la terre sigillée, & les autres terres qui n'ont rien produit avec le tartre ; au lieu que le vinaigre dissout la chaux, les crayes, les écailles d'huîtres calcinées, & non-calcinées,

avec cette différence cependant, qu'il agit bien plus vivement sur elles, lorsqu'elles ont été calcinées, qu'auparavant, & qu'il y a dans l'écaille d'huître, un diploé qui se dissout beaucoup plus aisément que les deux tables cartilagineuses qui le recouvrent. Le vinaigre dissout aussi en partie les cendres lessivées, des yeux d'écrevisses, & toutes les autres matiéres qui ont rendu le tartre soluble, & après les avoir dissouts, au lieu de former des cristaux, ces dissolutions s'élevent en végétations fort jolies, principalement la stalactite, l'écaille d'huître, & la crême de chaux qui ont un œil soyeux comme le talc de Venise.

Ainsi cette pierre de touche peut être utilement employée par ceux qui voudront purifier le tartre, ou d'autres sels essentiels-acides, pour ne point employer les chaux, les crayes, & les autres terres qui pourroient décomposer leurs sels, ce qui est un inconvénient dans lequel ont donné plusieurs auteurs.

Nous venons de prouver dans cet article, que le tartre dissolvoit la chaux, la craye, &c. Mais nous avons avancé, outre cela, qu'il s'approprioit ces terres, après les avoir dissoutes, & que c'étoit cette association qui métamorphosoit ce sel, tant dans sa cristallisation, que dans sa saveur, & ses autres qualités; cela a besoin d'être prouvé, & pour cela il n'y a qu'à décomposer notre sel, & nous verrons que par un acide plus puissant, on peut ravir à notre sel, sa terre alkaline, & ainsi régénérer la crême de tartre dans son entier; pendant que d'un autre côté, avec un alkali plus puissant, on peut précipiter cette terre, & la retirer à peu-près telle qu'elle étoit avant que d'avoir été employée; & comme les expériences que nous avons faites sur cela, sont assés singuliéres, il est bon de les rapporter.

Lorsqu'on verse sur la dissolution du tartre soluble par la chaux, un peu d'esprit de nitre, il se fait sur le champ, un coagulum blanc très-considérable.

Si l'on édulcore ce coagulum avec de l'eau froide, il paroîtra presque insipide, mais si on le met dans un matras,

qu'on verſe de l'eau deſſus, & qu'on la faſſe bouillir quelque temps, ce coagulum ſe diſſoudra entiérement, & cependant l'eau deviendra d'une tranſparence merveilleuſe. Alors en la verſant dans une capſule de verre, le criſtal de tartre ſe précipitera, à meſure que l'eau ſe refroidira.

Or qu'eſt-il arrivé dans cette opération? l'acide du nitre eſt plus puiſſant que celui du tartre, il doit donc ſe ſubſtituer à cet acide, & s'unir à ſa baſe.

Mais il prendra par préférence, celle qui n'eſt pas ſi intimement unie à cet acide, c'eſt-à-dire, la terre que le tartre a empruntée de la chaux, & le criſtal de tartre étant dépouillé de ſa nouvelle terre, tombera au fond du vaiſſeau pêle-mêle avec un ſel imparfait, ou un eſprit de nitre incorporé dans un alkali terreux, voilà le coagulum.

Quand on verſe de l'eau deſſus pour l'édulcorer, on emporte les acides nitreux qui ne ſont pas bien unis à la craye, ce qui fait paroître le précipité preſque inſipide; mais ſi on le fait bouillir avec de l'eau, la crême de tartre ſe fondra dans l'eau bouillante, & les acides nitreux agiſſant avec plus d'activité ſur la craye, ils la diſſoudront, & cette terre ſe ſoûtiendra dans l'eau, à l'aide de cet acide, comme cela arrive, quand on fait diſſoudre de la craye ou de la chaux par l'eſprit de nitre, ou quelques autres acides; ainſi le coagulum ſe fondra entiérement, ſans troubler la limpidité de l'eau, & cela tant qu'elle ſera chaude, car le criſtal de tartre étant dépouillé de ſa terre, ſe trouvera dans ſon état naturel indiſſoluble dans l'eau froide, & ainſi il ſe précipitera à meſure que l'eau ſe réfroidira; la terre de la chaux, au contraire, ſe ſoûtiendra, & pour l'appercevoir, il faudra donner à l'eſprit de nitre, un alkali plus puiſſant, tel que l'huile de tartre, & ces terres alkalines ſe précipiteront.

Mais pour prendre notre expérience d'un autre côté, ſi au lieu d'édulcorer le précipité, on jette deſſus plus d'eſprit de nitre, & qu'on tienne le tout quelque temps en digeſtion ſur un bain de ſable, l'acide nitreux, après s'être emparé de la craye, agira enſuite ſur le tartre même, & s'étant uni à

sa base, formera un vrai nitre regénéré, comme quand on verse l'acide du nitre sur le sel de tartre; on obtiendra aussi ces cristaux de nitre, si on traite la crême de tartre, comme nous avons traité notre tartre soluble. Si au lieu de l'esprit de nitre, on employe l'esprit de sel, on précipite pareillement la crême de tartre, mais elle est un peu rousse, au lieu qu'avec l'esprit de nitre, elle est d'une beauté charmante.

L'huile de vitriol produit encore le même effet, mais on a bien de la peine à séparer le cristal de tartre, & le tout fait une espece de gomme, comme quand on dissout la crême de tartre dans l'huile de vitriol.

Mais ce qu'il y a de surprenant, c'est de voir le vinaigre concentré par la gelée, faire la même précipitation, car enfin c'est le même acide que celui du tartre; ainsi il ne doit point avoir de pouvoir sur lui : cela est vrai, c'est pourquoi le vinaigre concentré ne touchera point à la terre propre du tartre, mais cet acide étant, pour ainsi dire, à nud, pourra dérober au tartre, une terre qui lui est étrangere, & dont il est surchargé.

Maintenant, on peut conclurre de ce que nous venons de dire, qu'il y a des terres que l'acide du tartre dissout, & qui contractent avec le cristal de tartre une telle union, qu'elles changent non-seulement le caractere extérieur de ce sel, c'est-à-dire, sa cristallisation, & le rendent accessible à l'eau froide, mais elles lui changent encore entiérement son goût, sa saveur, & ses autres qualités : en un mot, ces terres produisent sur ce sel, tous les effets des sels alkalis; donc on peut employer ces sortes de terres pour rendre le tartre soluble; donc la dissolubilité par les acides est une condition essentielle aux terres, pour entrer dans la composition des sels; donc (ne pourroit-on pas aussi le dire) les sels fixes n'agissent ici que par leur terre, c'est ce qui est démontré par les expériences du premier & du second article.

Il y a d'autres terres, au contraire, qui sont, pour ainsi dire, inaccessibles à l'acide de ce sel, qui se chargent bien, à la vérité, d'une huile très-grossiére & surabondante du tartre, mais sans altérer en aucune maniére, la partie saline,

& si l'on remarque que ces terres forment quelque union avec les cristaux du tartre, comme cela n'arrive que trop à celui qu'on prépare auprès de Montpellier, cette union n'est pas intime, elle n'est que superficielle, ce qui fait qu'elle ne change aucun des caracteres de ce sel; ces terres sont donc celles qu'il faut employer pour purifier & blanchir le tartre, c'est un fait démontré par les expériences du troisiéme article. Mais sur quelles regles pourrons-nous compter pour établir des différences entre des terres qui produisent des effets si différents, afin de ne point employer, pour purifier la crême de tartre, celles qui peuvent la rendre soluble? Nous avons proposé pour cela d'en faire l'essai avec du vinaigre, afin de ne choisir que celles qui ne sont point dissoutes par cet acide. On juge bien que nous comptons que les expériences que nous avons rapportées dans ce Mémoire nous fourniront quelques lumiéres pour mieux connoître les sels fixes, & nous sentons bien qu'il conviendroit de rapporter, avant que de le finir, les différences essentielles que nous avons remarquées entre la chaux éteinte & la craye, mais ces détails seroient trop longs, & exigent que nous suivions encore des expériences que nous avons commencées, ainsi nous en ferons un Mémoire particulier, que nous esperons qui jettera un jour sur cette question.



SUR LES LOIX DE L'ATTRACTION.

Par M. DE MAUPERTUIS.

I. LE Mémoire ſuivant contient une explication ou un commentaire des Sections XII & XIII du 1er Livre de la Philoſophie Naturelle. Je me ſuis d'autant plus volontiers déterminé à éclaircir ces Sections qui contiennent la Théorie de M. Newton ſur l'Attraction, qu'outre qu'elles ſont très-belles & très-ſingulières, elles ſont preſque les ſeules auſquelles ni M. Varignon, ni M. Herman, qui nous ont commenté différents endroits du Livre de M. Newton, n'ont point touché; & que les commentateurs qui en ont parlé, n'en ont pris que quelques Propoſitions particulières, & celles-là ſeulement qui étoient néceſſaires pour l'expoſition du ſyſteme de M. Newton.

Je n'examine point ſi l'Attraction répugne ou s'accorde avec la ſaine Philoſophie. Je ne la traite ici qu'en Géometre; c'eſt-à-dire, comme une qualité, quelle qu'elle ſoit, dont les phénomenes ſont calculables, puiſqu'on la conſidere comme répanduë uniformément dans toutes les parties de la matiére, & agiſſant à proportion de ſa quantité.

II. Quelle que ſoit la loi en général ſuivant laquelle les parties de la matiére s'attirent, tout amas de matiére homogene & fluide, ou dont les parties pourront s'arranger ſuivant les forces qui les tirent, ſi l'on ne ſuppoſe d'ailleurs dans toute la maſſe aucun mouvement de révolution, prendra néceſſairement la figure ſphérique; car il eſt facile de voir qu'il n'y a que cette figure dans laquelle toutes les parties puiſſent demeurer en équilibre.

Tous les corps céleſtes que nous connoiſſons ont cette figure ſphérique, ou à peu-près ſphérique. Ce ſont ces conſidérations ſans doute qui ont porté M. Newton à entrer dans un plus grand détail des loix de l'Attraction dans cette figure

que dans les autres. A son exemple (s'il m'est permis de parler ainsi) je suis entré dans un examen particulier des phénomenes de l'Attraction des corps ou des surfaces sphériques.

L'Attraction qu'on suppose ici répanduë dans la matiére, ne dépend point de la figure des corps. Chaque partie ayant cette force attractive, la somme de toutes ces forces demeure toûjours la même dans la même masse, quelque changement qui arrive dans sa figure. Cependant comme dans l'exercice de ces forces sur quelque corps extérieur, leur énergie pour le tirer, résulte de la composition de toutes ces forces dont les lieux, les quantités & les directions varient dans différentes figures du corps attirant, les différentes figures varient les effets de l'Attraction d'une même quantité de matiére.

Ce principe donc, que l'expérience paroît si bien confirmer, que les mêmes quantités de matiére pesent également à la même distance de la Terre, indépendemment de leurs figures; ce principe, dis-je, n'est pas vrai à la rigueur; car la pesanteur des corps vers la Terre dépendant non-seulement de l'Attraction que la Terre exerce sur eux, mais aussi de celle qu'ils exercent sur la Terre, ces attractions dépendent de la figure particuliére des corps; quoique dans les figures les plus variées des corps sur lesquels nous pouvons faire l'expérience, la différence qui résulte dans ces forces, de ce que quelques parties sont plus reculées ou plus avancées, plus d'un côté ou plus de l'autre, ne soit pas sensible.

Si l'on conçoit un Atome ou un très-petit corps placé sur l'axe prolongé d'une masse sphérique, & qu'on conçoive ensuite cette masse, sans que sa quantité de matiére change, s'applatir jusqu'à devenir un plan circulaire (dont le centre demeure le même que celui de la sphere), & qui se présente perpendiculairement à l'axe sur lequel est placé le corpuscule; le corpuscule dans ces deux cas éprouvera de la même quantité de matiére, deux attractions qui peuvent infiniment différer.

On verra par la seule inspection de nos expressions générales de l'Attraction de la sphere & de la superficie sphérique, que si la distance du corpuscule est infiniment grande par

rapport

rapport au diametre de la ſphere, les Attractions que les ſpheres exercent ſur un corpuſcule, ſuivent les mêmes proportions que l'attraction générale des parties de la matiére. Ce que l'on verroit d'ailleurs, en conſidérant que par rapport à des diſtances infinies, toutes les parties d'une ſphere finie ſont comme réunies dans un point. Mais lorſque les diſtances du corpuſcule ne ſont pas infiniment plus grandes que le diametre des ſpheres, il n'eſt plus vrai en général que l'attraction que les ſpheres ou les ſuperficies ſphériques exercent, ſuive la même proportion que l'attraction de la matiére dont elles ſont formées.

Il y a cependant quelques loix d'Attraction qui ſont, pour ainſi dire, privilégiées à cet égard; c'eſt-à-dire que ces loix poſées, les ſpheres & les ſuperficies ſphériques exercent une attraction qui ſuit la même proportion que celle de la matiére qui les compoſe.

C'eſt une choſe remarquable, que ſuivant la loi d'attraction en raiſon inverſe du quarré de la diſtance établie dans la matiére, les ſpheres ſolides & les ſuperficies ſphériques exercent ſur les corps placés au dehors, une attraction qui ſuit encore la même proportion. Mais ſi cette loi s'obſerve à l'égard des corps placés au dehors, elle n'a plus lieu pour ceux qui ſont placés au dedans. Une ſphere ſolide exerce ſur un corpuſcule placé au dedans une attraction qui eſt en raiſon directe de la ſimple diſtance du corpuſcule au centre, & dans une ſurface ſphérique, l'attraction pour un corpuſcule placé au dedans eſt nulle.

Cependant cette loi ne donne point des phénomenes ſi ſinguliers qu'une autre que la Géométrie peut conſidérer, & dans laquelle l'attraction des ſpheres tant ſolides que creuſes ſuit bien plus conſtamment la loi de l'attraction générale de la matiére. La loi dont je parle eſt celle d'une attraction en raiſon directe de la ſimple diſtance des parties de la matiére. Cette loi poſée, un corpuſcule non-ſeulement placé au dehors, mais encore au dedans d'une ſphere creuſe ou ſolide, y éprouvera toûjours une attraction vers le centre, proportionnelle à ſa diſtance au centre.

Ainſi une ſphere formée d'une telle matiére, ſoit qu'elle fût creuſe, ſoit qu'elle fût ſolide, feroit mouvoir autour d'elle les corps placés au dehors dans des ellipſes dont le centre ſeroit au centre de la ſphere ; & les temps périodiques des révolutions de tous ces corps, à quelque diſtance qu'ils fuſſent placés, ſeroient égaux. Mais cette ſphere auroit encore la même propriété pour les corps placés au dedans. Quand il n'y auroit aucun corps qui fût le centre de la force dans le ſyſteme ſolaire, ſi tout le ſyſteme étoit renfermé ſous une ſuperficie ſphérique formée d'une matiére dont les parties attiraſſent en raiſon de leur diſtance, toutes les planetes ſe mouvroient dans des ellipſes, & leurs temps périodiques ſeroient égaux. Ce ſeroit précisément les mêmes phénomenes au dehors & au dedans d'une pareille ſphere. Enfin quand la ſphere même ſeroit pleine, pourvû que ce fût d'une matiére qui n'apportât au mouvement aucune réſiſtance ſenſible, tout ſe paſſeroit encore de la même maniére.

Je ferai encore remarquer une propriété de la force centrale en raiſon directe de la diſtance ; c'eſt qu'une matiére homogene & fluide, dont les parties peſent vers un centre ſuivant cette proportion, forme en tournant autour d'un axe, un ſphéroïde dont les méridiens ſont des ellipſes. Et ſi elle circule autour d'un axe pris au dehors d'elle, elle forme un anneau dont les ſections ſont encore des ellipſes.

III. Si l'Attraction dépend de quelque émanation du corps attirant qui ſe faſſe de tous côtés par des lignes droites, on peut voir qu'elle doit ſuivre la proportion inverſe du quarré de la diſtance ; ſi elle eſt l'effet de quelque matiére étrangere qui pouſſe les corps les uns vers les autres, on pourroit peut-être encore trouver pourquoi elle ſuit cette proportion. Mais ſi l'on abandonne les cauſes phyſiques ; ſi Dieu avoit voulu établir une loi d'Attraction dans la Nature, pourquoi cette loi ſuivroit-elle la proportion qu'elle ſemble ſuivre ? pourquoi l'Attraction ſeroit-elle en raiſon inverſe du quarré de la diſtance ? Dans cette infinité de proportions différentes qui paroiſſent avoir un droit égal à être employées

dans la nature, y avoit-il quelque raiſon de préférence pour l'une ſur l'autre?

Eſt-il permis de donner ici quelques idées, pour la nouveauté deſquelles je demande grace?

Je dis que, *Suppoſé que Dieu eût voulu établir dans la matiére quelque loi d'Attraction, toutes ces loix ne devoient pas lui paroître égales.*

Les ſeuls corps autour deſquels l'Attraction, quelle qu'elle fût, pouvoit ſe faire également de tous côtés, étoient les corps ſphériques; & le ſeul point de ces corps auquel on doit rapporter les diſtances, eſt le centre. Si donc on ſuppoſe que Dieu ait voulu que quelque corps conſervât la même propriété qui devoit être répanduë dans la matiére, d'attirer de tous côtés également les corps, ſuivant la même proportion; il falloit que l'Attraction des parties de la matiére ſuivît une loi, telle que les corps ſphériques qui en ſeroient formés la ſuiviſſent encore. Cette uniformité pouvoit être une raiſon de préférence pour la loi où elle ſe trouvoit, & alors tous les ſyſtemes poſſibles d'Attraction n'étoient plus égaux. La raiſon métaphyſique de préférence une fois poſée, la néceſſité mathématique excluoit d'abord une infinité de ſyſtemes dans leſquels l'accord de la même loi dans les parties, & dans le tout, ne pouvoit avoir lieu.

Selon la loi d'une Attraction en raiſon inverſe du quarré de la diſtance dans les parties de la matiére, les ſpheres exercent de tous côtés ſur les corps placés au dehors une attraction qui ſuit la même proportion de la diſtance à leur centre.

Il eſt vrai que lorſqu'un corps eſt placé au dedans d'une ſphere ſolide, l'attraction ne ſuit plus la même loi, elle ſe fait alors en raiſon directe de la diſtance au centre; mais ce qui arrive par rapport à l'attraction des ſpheres ſur des corps placés au dedans, ne doit point avoir d'analogie avec l'attraction des derniéres parties de la matiére, dont l'attraction ne peut jamais avoir lieu que ſur les corps placés hors d'elles, puiſqu'elles ſont les derniéres parties de la matiére.

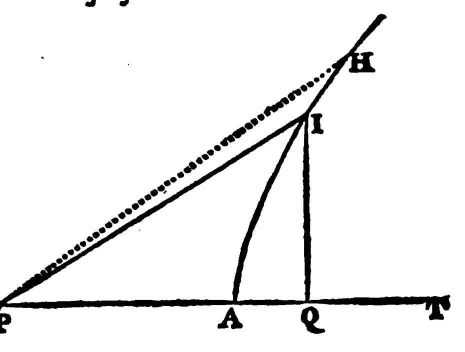
Ainſi l'avantage d'uniformité que ſembleroient avoir ſur cette loi d'attraction, d'autres loix, comme celle qui ſuivroit

la proportion ſimple directe de la diſtance, loi qui ſe conſerve dans les ſpheres tant par rapport aux corps placés au dehors qu'aux corps placés au dedans ; cet avantage, dis-je, n'eſt point un avantage réel par rapport à l'analogie ou à l'accord de la même loi dans les parties & dans le tout. Outre qu'une loi d'attraction qui diminuë lorſque les diſtances augmentent, paroît plus conforme à l'ordre des choſes où il ſemble que les effets doivent diminuer avec l'éloignement des cauſes.

Si donc le Créateur & l'Ordonnateur des choſes avoit voulu établir quelque loi d'attraction dans la matiére, on voit & l'on va voir encore mieux par la théorie ſuivante, que toutes les loix n'auroient pas dû lui paroître égales. En effet, s'il avoit fait un choix, il y auroit eu ſans doute des raiſons pour ce choix. Je ſens la témérité qu'il y auroit à croire pouvoir pénétrer de tels myſteres; mais tout peut être propoſé, pourvû qu'on ne lui donne pas plus de poids qu'il n'en a.

PROBLEME I.

IV. *Trouver l'Attraction de la ſurface formée par la révolution de la courbe* AI, *autour de l'axe* PT, *ſur un corpuſcule placé en* P, *ſelon quelque puiſſance de la diſtance que ſe faſſe l'Attraction des parties de la ſurface !*



Solut. Concevant la ſurface ſphéroïdique compoſée d'une infinité de petites zones HI, l'attraction de chacune de ces zones eſt comme ſa quantité de matiére multipliée par une puiſſance n de ſa diſtance; & la partie de cette attraction qui tire ſuivant PT, eſt comme $\frac{PQ}{PI}$. L'on a donc l'attraction de chaque zone ſuivant PT, comme $HI \times IQ \times PI^n \times \frac{PQ}{PI}$ ou $HI \times IQ \times PI^{n-1} \times PQ$.

Soit $PA=a$, $AQ=x$, $IQ=y$; & l'on aura pour la différentielle de l'attraction, $(a+x)\ [(a+x)^2+yy]^{\frac{n-1}{2}}$ $y\sqrt{(dx^2+dy^2)}$.

V. *Scholie.* C'est-là la formule générale pour trouver l'attraction des surfaces sphéroïdiques. Cependant comme elle est fort composée, l'on peut quelquefois, par les propriétés particuliéres des courbes, trouver des solutions plus abrégées & plus faciles. Si, par exemple, on cherche l'attraction d'une surface sphérique, par la formule générale, on tombe dans des calculs embarrassants, & dans des intégrations pénibles.

On trouve pour l'attraction de la superficie sphérique (le rayon étant r) $(a+x)\times(aa+2ax+xx+2rx-xx)^{\frac{n-1}{2}}$ $\times\sqrt{(2rx-xx)}\times rdx:\sqrt{(2rx-xx)}$; ou $(a+x)$ $\times(aa+2ax+2rx)^{\frac{n-1}{2}}\times rdx$; dont l'intégration n'est pas simple.

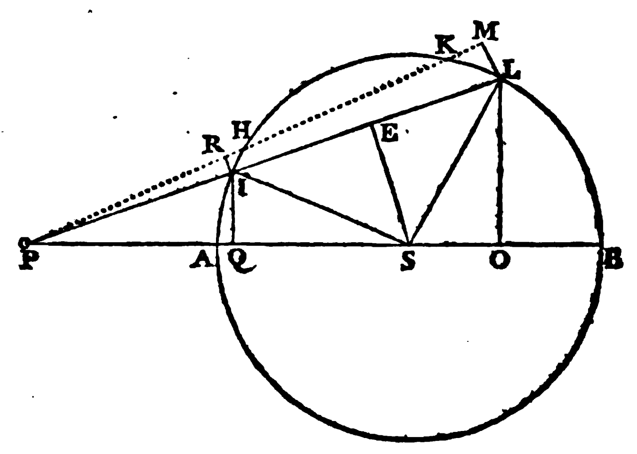
Mais si l'on se sert de la propriété du cercle; que si d'un point donné, on tire des lignes quelconques, terminées à la circonférence, les rectangles des parties de ces lignes, prises depuis le point donné, & terminées à la circonférence, sont tous égaux; on trouve pour l'attraction de la superficie sphérique, une expression plus simple & plus commode, qui n'a point d'involution de termes.

Voici cette maniére de trouver l'attraction d'une surface sphérique.

PROBLEME II.

VI. *Trouver l'Attraction d'une surface sphérique sur un corpuscule placé en* P, *selon quelque puissance de la distance que se fasse l'Attraction!* Voyés la Figure suivante.

Solut. Soit $PA=a$, $PB=b$, $PI=z$, $PL=x$; &



l'équation du cercle $zx = ab$. L'on aura $AS = \frac{b-a}{2}$, $PS = \frac{a+b}{2}$, $PE = \frac{z+x}{2} = \frac{zz+ab}{2z}$.

A cause des $\Delta\, ESI$, RHI, l'on a $SE \,.\, SI :: dz \,.\, \frac{(b-a)dz}{2SE} = HI$.

A cause des $\Delta\, PSE$, PIQ, l'on a $PS \,.\, SE :: z : \frac{2SEz}{a+b} = IQ$.

La petite zone HI eſt proportionnelle à $HI \times IQ$, c'eſt-à-dire, $\frac{(b-a)zdz}{a+b}$. Et l'attraction ſe faiſant comme PI^n, l'on a pour l'attraction de la petite zone, $HI \times IQ \times PI^n = \frac{(b-a)z^{n+1}dz}{a+b}$. Et pour la partie de cette attraction qui s'exerce ſuivant PS; $HI \times IQ \times PI^n \times \frac{PE}{PS} = \frac{(b-a)z^{n+1}dz}{(a+b)} \times \frac{zz+ab}{z(a+b)} = \frac{b-a}{(a+b)^2} \times (z^{n+2}dz + abz^n dz)$.

L'on trouve de la même maniére pour l'attraction de la zone KL, qui accompagne toûjours la zone HI; $KL \times LO \times PL^n \times \frac{PE}{PS} = \frac{b-a}{(a+b)^2} \times (x^{n+2}dx + abx^n dx)$.

On a donc pour l'attraction des deux zones HI, KL, $\frac{b-a}{(a+b)^2} \times (z^{n+2}dz + abz^n dz + x^{n+2}dx + abx^n dx)$.

Et pour l'attraction de la surface formée par la révolution de l'arc *IL*, l'intégrale de cette quantité.

Mais il faut observer que z diminuant lorsque x croît, il faut faire, en intégrant, les termes où est z négatifs; & l'on a pour l'intégrale $\frac{b-a}{(a+b)^2} \times (-\frac{1}{n+3} z^{n+3} - \frac{ab}{n+1} z^{n+1} + \frac{1}{n+3} x^{n+3} + \frac{ab}{n+1} x^{n+1})$.

Lorsque $z = x = \sqrt{ab}$, tout s'évanouit. D'où l'on voit qu'il n'y a point de correction à faire.

Lorsque $z = a$, $x = b$, l'on a pour l'attraction de la surface sphérique entiére $\frac{b-a}{(n+3)(n+1)(a+b)^2} \times [\overline{n+1}(b^{n+3} - a^{n+3}) + \overline{n+3}(ab^{n+2} - a^{n+2}b)]$.

On peut toûjours avoir l'attraction algébriquement, excepté les deux cas d'une attraction en raison renversée, simple, ou triplée de la distance; on n'a alors l'attraction que par logarithmes.

Coroll. 1. L'Attraction se faisant dans la matiére en raison inverse du quarré de la distance; l'on a $n = -2$, & pour l'Attraction de la surface sphérique entiere $\frac{2(b-a)^2}{(a+b)^2}$. C'est-à-dire, l'attraction en raison directe du quarré du diametre, & en raison renversée du quarré de la distance au centre, conformément à la proposition 71 de M. Newton.

Coroll. 2. Concevant la sphere composée d'une infinité de surfaces sphériques, d'une épaisseur physique, dont les rayons diminuënt depuis $\frac{b-a}{2}$ jusqu'à o, l'on aura pour l'attraction de chacune, sur le corps placé en *P*, $\frac{2(b-a)^2}{(a+b)^2} \times d(b-a)$; & $a+b$ demeurant constant, l'on aura pour l'attraction de la sphere solide $\frac{\frac{2}{3}(b-a)^3}{(a+b)^2}$, c'est-à-dire, l'attraction de la sphere sur le corpuscule placé au dehors, en raison directe triplée du diametre, & en raison inverse double de la distance au centre, conformément à la prop. 74.

Coroll. 3. Dans l'hypothese d'une attraction uniforme,

l'on a $n=0$; & pour l'attraction de la surface sphérique $\frac{(b-a)^2 (bb+4ab+aa)}{3(a+b)^2}$.

Coroll. 4. Dans l'hypothese d'une attraction en raison renversée de la quatriéme puissance de la distance; l'on a $\frac{(b-a)^2 (bb+4ab+aa)}{3aabb(a+b)^2}$. D'où l'on voit que l'attraction qu'une surface sphérique exerceroit dans cette hypothese sur un corpuscule, est à l'attraction que la même surface sqhérique exerceroit dans l'hypothese d'une attraction uniforme, comme 1 à $aabb$.

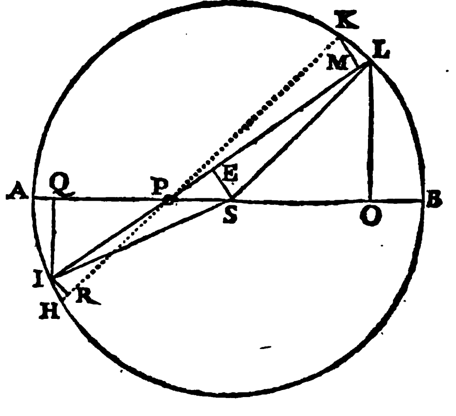
Coroll. 5. Si $n=-5$, l'on a $\frac{(b-a)^2 (b^3+3abb+3aab+a^3)}{4a^3b^3(a+b)^2}$.

Coroll. 6. Si $n=1$, l'on a $\frac{(b-a)^2 . b+a}{4}$.

Coroll. 7. Dans l'hypothese d'une attraction en raison simple inverse de la distance; l'on trouve pour l'attraction de la surface sphérique $\frac{b-a}{2(a+b)^2} \times (bb-aa+2abl\frac{b}{a})$.

Coroll. 8. Dans l'hypothese d'une attraction en raison triplée inverse de la distance; l'on trouve $\frac{b-a}{2ab(a+b)^2}$ $\times (bb-aa-2abl\frac{b}{a})$.

VII. Lorsque le corpuscule est placé au dedans de la surface, la même Solution subsiste, en y faisant les changements convenables.



On a alors $AP=a$, $PB=b$, $SI=\frac{a+b}{2}$, $PS=\frac{b-a}{2}$, $PE=\frac{x-z}{2}=\frac{ab-zz}{2z}$; $HI=\frac{(a+b)dz}{2SE}$, $IQ=\frac{2SE.z}{b-a}$. L'on aura donc l'attraction de la zone HI, $=HI \times IQ \times PI^n \times \frac{PE}{PS}=(\frac{a+b}{b-a}) z^{n+1} dz$

x

$\times \frac{ab - zz}{z(b-a)}$; & l'attraction de la zone $KL = (\frac{a+b}{b-a})\, x^{n+1}\, dx \times \frac{xx - ab}{2x}$.

Mais ici ces deux forces s'opposent l'une à l'autre; retranchant donc la premiére de la seconde, l'on a pour la différence de l'attraction de la surface sphérique vers S; $(\frac{a+b}{(b-a)^2})(x^{n+2} dx - abx^n dx - abz^n dz + z^{n+2} dz)$; dont l'intégrale (observant que x croissant, z diminuë) est $\frac{a+b}{(b-a)^2}(\frac{x^{n+3}}{n+3} - \frac{ab}{n+1} x^{n+1} + \frac{ab}{n+1} z^{n+1} - \frac{z^{n+3}}{n+3})$, qui n'a point besoin de correction. Et pour l'attraction de la surface sphérique entiére, l'on a $\frac{(a+b)}{(n+3)(n+1)(b-a)^2}[(n+1)(b^{n+3} - a^{n+3}) + (n+3)(a^{n+2}b - ab^{n+2})]$.

Coroll. 1. L'attraction de la matiére étant en raison inverse du quarré de la distance; l'on a $\frac{a+b}{-(b-a)^2} \times (-b + a + b - a) = 0$. D'où l'on voit que l'attraction d'un corpuscule placé au dedans d'une surface sphérique est nulle. (c'est la proposition 70 de M. Newton.) Dans une Planete creuse, les animaux pourroient aller librement de tous côtés, sans recevoir aucune impression de la pesanteur. Dans toute autre hypothese, le corpuscule placé au dedans de la surface sphérique pesera.

On a toûjours la pesanteur algébriquement, excepté les deux hypotheses qui dépendent de la quadrature de l'hyperbole, soit que le corpuscule soit placé au dehors ou au dedans. On peut parcourir les différentes hypotheses, comme on a fait pour le cas du corpuscule extérieur, & en tirer autant de Théoremes.

Coroll. 2. Dans une sphere solide, le corpuscule placé en P, n'éprouvera aucune attraction de la sphere creuse, dont l'épaisseur est AP. Car il n'en éprouve aucune de chaque surface sphérique, dont la multitude compose la sphere creuse. Le corpuscule n'est donc attiré que par la sphere décrite du rayon SP. Or nous avons vû ci-dessus (Probleme préced.

Coroll. 2.) que l'attraction d'une ſphere ſur un corpuſcule extérieur étoit comme le cube du rayon diviſé par le quarré de la diſtance au centre; & dans le cas où le corpuſcule eſt placé ſur la ſuperficie, comme le rayon ou la diſtance au centre. D'où l'on voit que l'attraction d'une ſphere homogene ſur un corpuſcule placé au dedans, eſt en raiſon directe de la diſtance au centre. C'eſt la prop. 73 de M. Newton.

Coroll. 3. Si l'attraction de la matiére ſe faiſoit en raiſon directe de la diſtance; l'on auroit $n = 1$; & pour l'attraction $\frac{(a+b)}{4 \cdot 2(b-a)^2}(2b^4 - 2a^4 + 4a^3b - 4ab^3)$, ou $\frac{(a+b)}{4(b-a)^2}[(b-a)^3 \times (b+a)] = \frac{(b+a)^2 \times b-a}{4}$. D'où l'on voit que dans cette hypotheſe d'une attraction proportionnelle à la diſtance, l'attraction d'un corpuſcule placé au dedans d'une ſurface ſphérique, eſt auſſi proportionnelle à ſa diſtance au centre de la ſphere.

VIII. De ce que, dans l'hypotheſe d'une attraction dans la matiére, proportionnelle à la diſtance, l'attraction de la ſuperficie ſphérique ſur un corpuſcule, ſoit qu'il ſoit placé au dehors, ſoit au dedans, eſt (en nommant le rayon R, & la diſtance D) comme $RR \times D$; on a l'attraction de chaque calotte ſphérique, comme $RRdR \cdot D$; & la ſomme de ces attractions, comme $R^3 \cdot D$. D'où l'on voit que l'attraction qu'une ſphere ſolide exerce ſur un corpuſcule placé, ſoit au dedans, ſoit au dehors, eſt proportionnelle à la ſimple diſtance au centre.

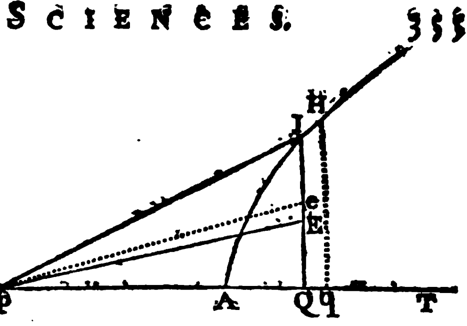
PROBLEME III.

Voy. la Figure ſuivante.

IX. *Trouver l'Attraction du ſolide formé par la révolution de la courbe* AI, *autour de l'axe* AT, *& terminé par la révolution de l'ordonnée* IQ, *ſur un corpuſcule placé en* P; *ſelon quelque puiſſance de la diſtance que ſe faſſe l'Attraction!*

Solution. Concevant le ſolide composé d'une infinité de tranches circulaires IQ; je cherche d'abord l'attraction de

chaque plan IQ, en supposant PQ & IQ constants. Le plan IQ est composé d'une infinité d'anneaux circulaires Ee; & l'attraction de chacun de ces anneaux est comme



$$Ee \times EQ \times PE^n \times \frac{PQ}{PE} = dQE \times QE \times PE^{n-1} \times PQ.$$

Mais à cause de $PE^2 = PQ^2 + QE^2$, l'on a $dQE \times QE = dPE \times PE$. Et substituant cette valeur dans l'expression précédente, l'on a pour l'attraction du petit anneau Ee, $PQ \times PE^n dPE$. Et pour l'attraction du plan QE, $\frac{PQ}{n+1} \times PE^{n+1} + A$.

Pour corriger cette attraction, il faut que lorsque $PE = PQ$, elle soit zero. L'on a donc $A = -\frac{PQ^{n+2}}{n+1}$. L'attraction du plan QE est donc $\frac{PQ}{n+1}(PE^{n+1} - PQ^{n+1})$. Et l'attraction du plan entier QI est $\frac{PQ.PI^{n+1}}{n+1} - \frac{PQ^{n+2}}{n+1} =$ (faisant $PA = a$, $AQ = x$, $QI = y$) $\frac{1}{n+1}[(a+x)(aa+2ax+xx+yy)^{\frac{n+1}{2}} - (a+x)^{n+2}]$. Et le sphéroïde étant composé de la multitude des tranches $IQqH$, l'on a pour la différentielle de son attraction, $\frac{1}{n+1}[(a+x)(aa+2ax+xx+yy)^{\frac{n+1}{2}}dx - (a+x)^{n+2}dx]$.

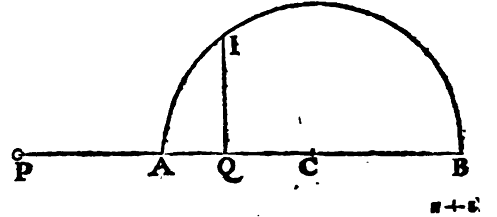
X. Cette Solution n'est que la 90 & 91me proposition de M. Newton.

Exemple 1. Soit le solide un cylindre formé par la révolution du parallelogramme $ABCD$ autour de l'axe PB, $AB = b$, & $AD = c$; l'on aura pour la différentielle de son attraction, $\frac{1}{n+1}[(adx + xdx)(aa + cc + 2ax + xx)^{\frac{n+1}{2}}$ *Voyés la Figure suivante.*

$-(a+x)^{n+2}dx]$, dont l'intégrale est $\frac{1}{n+1.n+3}[(aa+cc+2ax+xx)^{\frac{n+3}{2}} - (a+x)^{n+3}] + A$. Pour déterminer A, il faut que lorsque $x=0$, l'attraction soit nulle ; l'on a donc $\frac{-1}{n+1.n+3}(aa+cc)^{\frac{n+3}{2}} + a^{n+3} = A$. Et pour l'attraction corrigée $\frac{1}{n+1.n+3}[(aa+cc+2ax+xx)^{\frac{n+3}{2}} - (aa+cc)^{\frac{n+3}{2}} - (a+x)^{n+3} + a^{n+3}]$. Et pour l'attraction du solide entier, $\frac{1}{n+1.n+3}[(aa+cc+2ab+bb)^{\frac{n+3}{2}} - (aa+cc)^{\frac{n+3}{2}} - (a+b)^{n+3} + a^{n+3}]$.

L'attraction se faisant en raison inverse du quarré de la distance; l'attraction du cylindre sera comme $b - \sqrt{(aa+bb+2ab+cc)} + \sqrt{(aa+cc)}$ c'est-à-dire comme $AB - PC + PD$, conformément à la proposition 91.

Exemple 2. Soit le solide une sphere formée par la révolution du demi-cercle AIB, dont le rayon $=r$; On a pour la differentielle

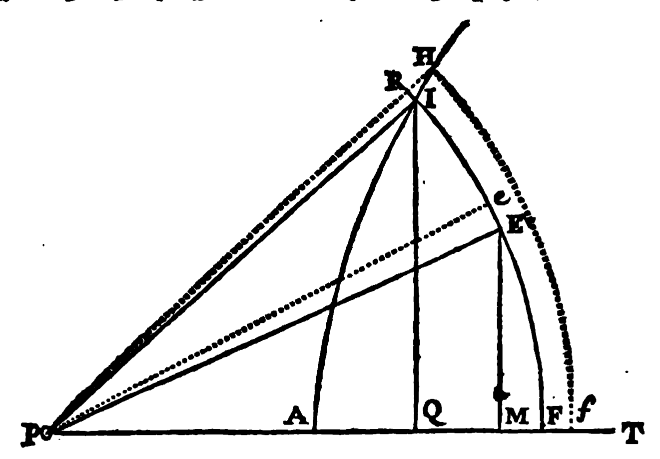


de l'attraction, $\frac{1}{n+1}[(adx+xdx)(aa+2ax+2rx)^{\frac{n+1}{2}} - (a+x)^{n+2}dx]$, dont l'intégration demanderoit des transformations que je ne fais point, parce que la solution est plus élégante par une autre méthode. On voit cependant ici facilement que dans l'hypothese d'une attraction en raison inverse triplée ou quintuplée de la distance, l'attraction de la sphere dépend de la quadrature de l'hyperbole.

Mais dans l'hypothese d'une attraction en raison simple inverse, elle en dépend encore plus, pour ainsi dire, par cette méthode. Car on ne peut pas parvenir à la différentielle même de l'attraction sans logarithmes, ausquels il faudroit avoir recours, dès en cherchant l'attraction des plans *IQ*.

PROBLEME IV.

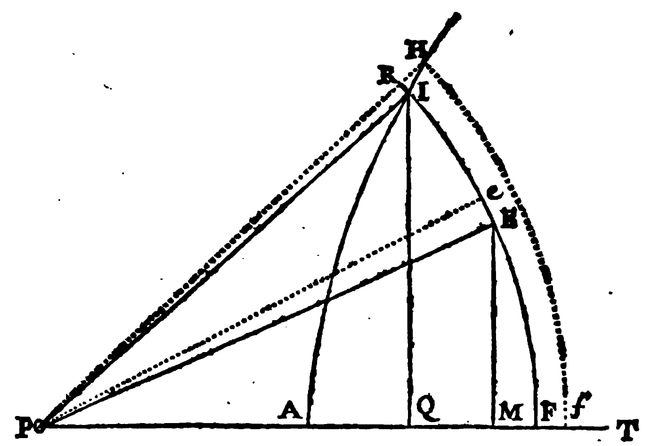
XI. *Trouver l'Attraction du solide formé par la révolution de la courbe* AI *autour de l'axe* PT, *& terminé par la révolution de l'arc de cercle* IF *décrit du centre* P, *sur un corpuscule placé en* P, *selon quelque puissance de la distance que se fasse l'Attraction!*



Solut. Concevant le sphéroïde composé d'une infinité de calottes sphériques *IFfH*, je cherche l'attraction de chacune, en supposant *PF* & *IQ* constants.

La calotte *IF* est composée d'une infinité d'anneaux circulaires *Ee*; & l'attraction de chacun de ces anneaux est comme $Ee \times EM \times PE^n \times \frac{PM}{PE} = Ee \times EM \times PE^{n-1} . PM$. Mais par la propriété du cercle $Ee \times EM = PE \times dPM$; & substituant cette valeur dans l'expression précédente, l'on a pour l'attraction de l'anneau Ee, $PE^n \times PM \times dPM$; & pour l'attraction de la calotte FE, $A - \frac{PE^n \times PM^2}{2}$.

Pour corriger cette intégrale, il faut que lorsque *IM*



$= PE$, elle ſoit $= 0$, l'on a donc $A = \frac{PE^{n+2}}{2}$; & pour l'attraction de la calotte entiére FI, $\frac{1}{2}(PI^{n+2} - PQ^2 \times PI^n) = \frac{1}{2} PI^n \times (PI^2 - PQ^2) = \frac{1}{2} PI^n \times IQ^2 =$ (faiſant $PA = a$, $AQ = x$, $IQ = y$) $\frac{1}{2}[(a+x)^2 + yy]^{\frac{n}{2}} \times yy$.

Et le ſphéroïde étant formé par la multitude des calottes $IFfH$, l'on a pour la différentielle de ſon attraction, $\frac{1}{2}[(a+x)^2 + yy]^{\frac{n-1}{2}} yy \times (adx + xdx + ydy)$.

XII. *Schol.* Si le ſolide eſt une ſphere dont le rayon $= r$, la différentielle de l'attraction ſera $\frac{1}{2}(aa + 2ax + 2rx)^{\frac{n-1}{2}}$ $(2rx - xx)$ $(adx + rdx)$, dont l'intégration ſeroit embarraſſante ; mais ſans avoir recours à cette intégration ni aux quadratures dont M. Newton ſe ſert, prop. 80 & 81, on peut avoir cette attraction plus élégamment de la maniére ſuivante.

Lorſqu'on eſt parvenu à la différentielle de l'attraction, $\frac{1}{2} PI^n \times IQ^2 \times dPI$, on cherchera par la propriété du cercle AI la relation entre PI (z) & IQ (y), & l'on a

$$yy = \frac{-z^4 + 4rrzz + 4arzz + 2aazz - 4aarr - 4a^3r - a^4}{4(a+r)^2};$$

& ſubſtituant cette valeur dans la différentielle de l'attraction, $\frac{1}{2} z^n \times yydz$, l'on a

$$\frac{1}{2}\left(\frac{-z^{n+4}+4rrz^{n+2}+4arz^{n+2}+2aaz^{n+2}-4aarrz^{n}-4a^3rz^{n}-a^4z^{n}}{4(a+r)^2}\right)dz;$$

& cette expreſſion eſt la même lorſque le corpuſcule eſt ſitué au dedans de la ſphere, avec cette ſeule différence que les termes où ſe trouvent les puiſſances impaires de a ont des ſignes différents.

Cette différentielle n'ayant aucune involution de termes, s'intégrera toûjours facilement, excepté non-ſeulement les deux cas que M. Newton a remarqués de l'attraction en raiſon inverſe ſimple, ou triplée de la diſtance, mais le cas auſſi de l'attraction en raiſon inverſe de la cinquiéme puiſſance. Ces trois cas dépendent de la quadrature de l'hyperbole, & s'intégrent facilement par logarithmes.

XIII. L'attraction de la ſphere ſera en général

$$\frac{1}{8(r+a)^2}\left(-\frac{z^{n+5}}{n+5}+\frac{4rrz^{n+3}}{n+3}+\frac{4arz^{n+3}}{n+3}+\frac{2aaz^{n+3}}{n+3}-\frac{4aarrz^{n+1}}{n+1}-\frac{4a^3rz^{n+1}}{n+1}-\frac{a^4z^{n+1}}{n+1}+A\right).$$

Pour avoir cette intégrale complette, il faut que lorſque $z=a$, elle s'évanouiſſe. On a donc

$$\frac{1}{8(r+a)^2}\left(-\frac{z^{n+5}}{n+5}+\frac{4rrz^{n+3}}{n+3}+\frac{4arz^{n+3}}{n+3}+\frac{2aaz^{n+3}}{n+3}-\frac{4aarrz^{n+1}}{n+1}-\frac{4a^3rz^{n+1}}{n+1}-\frac{a^4z^{n+1}}{n+1}+\frac{a^{n+5}}{n+5}-\frac{4rra^{n+3}}{n+3}-\frac{4ra^{n+4}}{n+3}-\frac{2a^{n+5}}{n+3}+\frac{4rra^{n+3}}{n+1}+\frac{4ra^{n+4}}{n+1}+\frac{a^{n+5}}{n+1}\right).$$

Et pour l'attraction de la ſphere entiére, lorſque $z=a+2r$,

$$\frac{1}{8(r+a)^2}\left[-\frac{(a+2r)^{n+5}}{n+5}+\frac{4rr(a+2r)^{n+3}}{n+3}+\frac{4ar(a+2r)^{n+3}}{n+3}+\frac{2aa(a+2r)^{n+3}}{n+3}-\frac{4aarr(a+2r)^{n+1}}{n+1}-\frac{4a^3r(a+2r)^{n+1}}{n+1}-\frac{a^4(a+2r)^{n+1}}{n+1}+\frac{a^{n+5}}{n+5}-\frac{4rra^{n+3}}{n+3}-\frac{4ra^{n+4}}{n+3}-\frac{2a^{n+5}}{n+3}+\frac{4rra^{n+3}}{n+1}+\frac{4ra^{n+4}}{n+1}+\frac{a^{n+5}}{n+1}\right].$$

Scholie. L'attraction de la matiére ſe faiſant en raiſon inverſe du quarré de la diſtance; on a $n=-2$, & l'on trouvera, ſi l'on ſe donne la peine de faire le calcul, que l'attraction qu'éprouve un corpuſcule placé au dehors de la ſphere, eſt

en raiſon renverſée du quarré de ſa diſtance au centre, & que l'attraction d'un corpuſcule placé au dedans, eſt en raiſon ſimple directe de ſa diſtance, conformément à ce que nous avons vû (§. VI. Cor. 1. & §. VII. Cor. 2.)

Si l'attraction de la matiére ſe faiſoit en raiſon ſimple directe de la diſtance; on auroit $n = 1$, & l'on trouveroit l'attraction de la ſphere, ſur un corpuſcule placé tant au dehors qu'au dedans, proportionnelle à la ſimple diſtance au centre, conformément à l'art. VIII.

Lorſque $n = -1$, on a pour l'attraction de la ſphere entiére $\frac{1}{8(a+r)^2}\left[-\frac{(a+2r)^4}{4} + (2rr + 2ar + aa)(a+2r)^2 + \frac{a^4}{4} - (2rraa + 2ra^3 + a^4) - (4rraa + 4ra^3 + a^4)\, l\left(\frac{a+2r}{a}\right)\right]$.

Lorſque $n = -3$, on a $\frac{1}{8(a+r)^2} \times \left[-\frac{(a+2r)^2}{2} + \frac{(4rraa+4ra^3+a^4)}{2(a+2r)^2} - (2rr + 2ra) + (4rr + 4ar + 2aa)\, l\left(\frac{a+2r}{a}\right)\right]$.

Lorſque $n = -5$, on a $\frac{1}{8(a+r)^2}\left[l\left(\frac{a}{a+2r}\right) - \frac{(2rr+2ar+aa)}{(a+2r)^2} + \frac{4aarr+4a^3r+a^4}{4(a+2r)^4} + \frac{rr+ra}{aa} + \frac{3}{4}\right]$.

Voilà les trois cas dans leſquels l'attraction de la ſphere dépend des logarithmes.

Dans le premier; la diſtance du corpuſcule qui eſt a, ne ſe trouve ſeule que dans le numérateur des termes algébriques. Ainſi lorſque cette diſtance eſt nulle, elle n'augmente point l'attraction. Quant au terme logarithmique $l\left(\frac{a+2r}{a}\right)$, il eſt vrai qu'il devient infini, lorſque $a = 0$, mais ſon coëfficient devient alors $= 0$. Et par cette deſtruction, ce terme n'apporte pas de différence à l'attraction.

Dans le cas $n = -3$; a ne ſe trouve ſeul que dans le numérateur des termes algébriques, & par-là n'augmente point l'attraction; mais le terme logarithmique $l\left(\frac{a+2r}{a}\right)$ ou $l\left(\frac{2r}{0}\right)$ eſt alors infini, & ſon coëfficient $4rr$ ne détruit point

point ſon infinité. Ainſi l'attraction augmente infiniment, lorſque le corpuſcule touche la ſphere.

Enfin dans le cas $n = -5$, & dans tous les cas où n eſt au deſſous de -3, on voit par l'inſpection de notre expreſſion générale, que a ſe trouve ſeul au dénominateur, & augmente infiniment l'attraction par ſa nullité.

D'où l'on tire cette propoſition ſinguliére.

XIV. *Si l'Attraction qu'un corps éprouve, lorſqu'il touche le corps attirant, eſt beaucoup plus forte que celle qu'il éprouve au moindre éloignement; l'attraction des parties du corps attirant, décroît en raiſon plus que doublée des diſtances.*

Et ſi l'attraction des parties du corps attirant décroît en raiſon triplée ou plus que triplée des diſtances, l'attraction ſera beaucoup plus forte dans le contact que dans le plus petit éloignement des deux corps.

Cette propoſition, qui ſe trouve démontrée pour les ſpheres dans les articles précédents, s'étend ici aux corps, de quelque figure qu'ils ſoient; car cela ſe trouvant vrai à l'égard des ſpheres, quelque matiére qu'on leur ôte ou qu'on leur ajoûte hors du point d'attouchement, on ne changera pas conſidérablement l'attraction produite par le contact.

Scholie. La peſanteur ſe faiſant en raiſon inverſe du quarré de la diſtance, les corps n'éprouvent pas une peſanteur ſenſiblement différente, ſoit qu'ils ſoient proches de la Terre, ſoit qu'ils la touchent.

Il n'en ſeroit pas ainſi, ſi la peſanteur décroiſſoit comme les cubes, ou dans quelque raiſon plus grande; les corps éprouveroient une peſanteur extrêmement plus grande, lorſqu'ils toucheroient la Terre que lorſqu'ils en ſeroient à la plus petite diſtance; & ayant une fois touché la Terre, il eût fallu une force extrême pour les en ſéparer.

XV. *Scholie.* Cette propoſition eſt la ſource d'où M. Keil a tiré toutes ces loix d'attraction qui forment un petit Traité de trente propoſitions qui ſe trouvent à la fin de la derniére édition de ſes ouvrages, & dont il avoit promis les démonſtrations & une plus grande explication, que je ne ſçache pas qu'il ait données.

M. Keil & plusieurs philosophes Anglois, après M. Newton, ont crû trouver dans les corps, outre cette attraction qui, à des distances immenses, regle le mouvement des Planetes, une autre espece d'attraction insensible dans l'éloignement, mais très-puissante dans le contact, capable de produire les précipitations, les coagulations, les cristallisations, & une infinité d'autres phénomenes qu'on attribuë aux adhésions & aux affinités, dont les noms sont plus doux. Enfin M. Friend a donné une Chimie, toute déduite de ce principe.

On explique par cette attraction, l'élevation des liqueurs entre deux lames de verre, & dans des tuyaux où il ne paroît pas que ce que nous sçavons du poids de l'Atmosphere, les puisse tenir suspenduës. La rondeur des gouttes des fluides, la difficulté de séparer deux Marbres polis qui se joignent; enfin la dureté des corps.

L'Attraction dont il est ici question, puisqu'elle seroit insensible dans l'éloignement, & si forte dans le contact, suivroit nécessairement une autre loi que celle du quarré de la distance; & l'on voit, par ce que nous venons de dire, qu'elle seroit au moins en raison inverse du cube de la distance, ou de quelque puissance plus élevée que le cube.

XVI. *Scholie.* Après avoir déterminé en général, l'attraction d'une sphere, ou de tel corps qu'on voudra, pour une puissance quelconque n de sa distance, selon laquelle on suppose que se fasse l'attraction des parties de la matiére; on peut résoudre ce Probleme curieux : *découvrir selon quelle loi se fait l'Attraction d'une matiére donnée!* Car ayant formé de cette matiére, un de ces corps, dont on a trouvé l'attraction en général, on cherchera par des expériences, la loi de l'attraction de ce corps, & faisant l'attraction de ce corps pour un exposant indéterminé n, proportionnelle ou égale à l'attraction découverte par expérience, on auroit une équation qui détermineroit n, c'est-à-dire, qui détermineroit l'exposant de la distance, selon lequel se fait l'attraction des parties de la matiére.

DESCRIPTION

D'une Machine pour mesurer la vîtesse des Eaux courantes, & le sillage des Vaisseaux.

Par M. PITOT.

LEs changements & toutes les variétés qui arrivent au courant des Fleuves & des Riviéres, demandent une étude particuliére & de grandes attentions, soit pour prévenir les ravages causés par leurs débordements & leurs changements de lit, soit pour les rendre navigables, lorsqu'elles ne le sont pas, ou qu'elles ne le sont que dans certains temps. Leurs différentes pentes, la chûte de leurs eaux, les contours & les coudes de leurs bords, les qualités de leurs lits, sont les principales causes de ces variétés. 12 Novemb. 1732.

Les pentes différentes rendent le courant des eaux tantôt plus grand & tantôt plus petit ; les coudes & les sinuosités des bords en détournent le fil, les lits sont souvent creusés dans les endroits où la rapidité est plus grande pendant que les bords sont rongés, minés & emportés par le courant & le fil de l'eau. D'un autre côté les eaux vont déposer les sables, les limons enlevés du fond ou des bords, aux endroits où elles ont le moins de vîtesse, où elles sont presque dormantes. Ces dépositions forment des atterrissements & quelquefois des isles ; les atterrissements & les isles détournent ensuite le fil de l'eau, ce qui cause de nouveaux changements. Comme ces variétés & ces changements sont presque toûjours dommageables, on y remédie le plus qu'on peut par des levées, des digues, des jettées; mais ces ouvrages, en détournant le fil de l'eau, causent nécessairement de nouveaux effets. Tous ces effets opposés se succedent continuellement, se combinent, ensorte qu'il est très-difficile d'en connoître les produits ou les résultats. Cette connoissance est cependant

absolument nécessaire pour prévenir les desordres que causent la plûpart des Fleuves, & pour tirer de ces mêmes Fleuves le parti le plus avantageux; il arrive même que les ouvrages que l'on construit d'un côté pour se mettre à l'abri & se garantir, nuisent ailleurs en détournant le fil de l'eau, ce qui donne souvent lieu à de grandes contestations.

Quoiqu'on ait besoin de bien des connoissances, & de faire bien des observations pour prévenir les ravages causés par la rapidité des eaux des Fleuves, il est certain que les plus importantes sont de connoître leurs degrés de vîtesse, de voir les endroits où la rapidité est la plus grande, & de déterminer par ce moyen la direction du fil de l'eau.

Il y a un grand nombre d'autres occasions où l'on a besoin de connoître la vîtesse des eaux des Riviéres, des Aqueducs, des Ruisseaux, des Fontaines, soit pour la mesure & la jauge des mêmes eaux, ce qui arrive fort souvent pour des projets de Canaux de navigation, soit pour connoître la force de l'eau sur les aubes des roues de Moulin, ou de toute autre machine, mues par des courants d'eau, & calculer l'effet de ces mêmes machines, soit enfin pour connoître l'endroit le plus avantageux d'une Riviére, pour placer un Moulin, une Pompe, ou autre machine.

Le seul moyen dont on s'est servi jusqu'à présent pour mesurer la vîtesse des eaux courantes, est de jetter dans le courant un morceau de bois ou une boule de cire, & de mesurer le chemin parcouru par le morceau de bois ou la boule de cire dans une ou plusieurs minutes. Cette méthode est fort imparfaite, car 1.° si l'on se sert d'un morceau de bois, la résistance de l'air l'empêche de descendre aussi vîte que le courant, & si l'on se sert d'une boule de cire, on la perd presque toûjours de vûë. 2.° Il n'est pas possible, à moins que de prendre des soins très-pénibles, de mesurer exactement le chemin parcouru. 3.° Deux expériences faites au même endroit d'une Riviére, donnent souvent des vîtesses fort différentes, parce que le morceau de bois ou la boule de cire ne prennent pas toûjours le même fil de l'eau.

Mais les inconvenients les plus considérables de cette méthode sont de ne pouvoir pas connoître la vîtesse de l'eau dans les endroits où il importe le plus de la connoître; comme à l'entrée ou à la sortie d'une Arche de Pont, ou enfin à quelque autre endroit où l'on a dessein de placer une roue de Moulin, ou quelque autre machine.

La question de sçavoir si la vîtesse des eaux vers le fond des Riviéres est plus grande ou plus petite qu'à leur surface, est curieuse, & a souvent partagé les sentiments des sçavants; car d'un côté les eaux inférieures étant pressées par les supérieures, il semble qu'elles doivent être forcées à couler plus vîte; de plus la chûte des eaux depuis leurs sources jusqu'au fond des Riviéres étant plus grande que depuis les mêmes sources jusqu'à la surface, & les vîtesses étant par le principe fondamental des Hydrauliques en raison sousdoublée des hauteurs ou des chûtes, la vîtesse des eaux vers le fond devroit être plus grande que vers la surface. M.rs Guglielmini & Varignon ont donné sur ce principe une regle pour connoître la hauteur de la chûte d'une Source ou la pente totale d'une Riviére, en connoissant seulement deux vîtesses différentes prises à deux degrés de profondeur, mais cette regle est de pure spéculation.

D'un autre côté on oppose à toutes ces raisons la quantité du frottement des eaux contre le fond ou le lit & les bords des Fleuves : il est vrai, comme je crois l'avoir démontré dans un Mémoire en 1730, que cette quantité de frottements est prodigieuse, & il est heureux qu'elle le soit, car sans les frottements, les Fleuves & les Riviéres ne seroient pas navigables, en voici une preuve bien sensible. Si l'on calcule par les principes du mouvement des eaux la vîtesse que celles des Fleuves doivent prendre par leur chûte de la hauteur de leur source, en faisant abstraction des frottements, on trouvera toûjours cette vîtesse vingt fois & souvent plus de trente fois plus grande que celle que les eaux des mêmes Fleuves ont réellement; ainsi sans les frottements presque toutes les eaux courantes seroient des torrents affreux dont on ne tireroit aucun avantage.

Puiſque les eaux ſont rallenties ſi conſidérablement par les frottements de leurs lits & des bords, il eſt naturel de penſer que celles qui ſont près du fond ſont plus rallenties que celles qui ſont à la ſurface. Toutes ces queſtions également utiles & curieuſes, peuvent être éclaircies ſur le champ avec une grande facilité au moyen de l'inſtrument que je propoſe, puiſque l'opération en eſt auſſi ſimple que celle de plonger un bâton dans l'eau & de le retirer. Par cette machine on meſurera la juſte quantité de la vîteſſe des eaux à telle profondeur qu'on voudra, & cela auſſi aiſément qu'à leur ſurface. On meſurera auſſi la vîteſſe de l'eau à l'entrée & à la ſortie des Arches de Pont, & il ſera toûjours aiſé de trouver l'endroit du courant où elle eſt la plus grande.

Deſcription de la Machine.

A B eſt une Tringle de bois taillée en forme de priſme triangulaire; ſur le milieu d'une des trois faces de cette Tringle on a creuſé une rainure capable de loger deux Tuyaux de verre blanc; l'un de ces Tuyaux eſt courbé à angle droit en *D*, & le bout *DE* paſſe par un trou fait à la Tringle.

La face *CD*, dans laquelle les Tuyaux ſont logés, eſt diviſée en pieds & pouces. *FGIL* eſt une Regle mobile de cuivre refenduë dans le milieu ſur preſque toute ſa longueur de la quantité de la ſomme des diametres des Tuyaux, enſorte qu'elle ne couvre les Tuyaux qu'à ſes extrémités & un peu à ſon milieu. Un des côtés de cette Regle eſt diviſé en pieds & pouces pour les hauteurs des chûtes d'eau, & l'autre côté en pieds & pouces de vîteſſe de l'eau relative aux hauteurs, ainſi que nous l'expliquerons bientôt. Elle eſt retenuë par des petites plaques de cuivre qui embraſſent la Tringle, & qui la ſerrent au moyen de trois vis *K*, enſorte qu'on peut arrêter la Regle à telle hauteur qu'on veut de la Tringle.

A l'égard des meſures ou des dimenſions de la Machine; on pourra prendre la vîteſſe de l'eau à une profondeur d'autant plus grande que la Tringle & les Tuyaux ſeront plus longs, en obſervant d'augmenter la groſſeur ou la force de

la Tringle à proportion de sa longueur, on lui donnera environ 1 pouce $\frac{1}{2}$ de largeur à chaque face sur une longueur de 6 pieds, & on la fera du bois le plus fort qu'on trouvera. Comme les plus grandes vîtesses des Fleuves ne vont gueres au de-là de 10 pieds par seconde, il suffit de donner à la Regle mobile de cuivre 18 ou 20 pouces de longueur.

Le premier Tuyau étant recourbé à angle droit, & le second étant tout droit, si l'on met la Machine dans une eau dormante, l'eau s'élevera à la hauteur de son niveau dans les deux Tuyaux. Mais dans une eau courante, elle s'élevera dans le premier Tuyau à la hauteur relative à la force du courant, pendant qu'elle restera à son niveau dans le second Tuyau.

Nous ajoûterons encore que pour rendre le niveau de l'eau plus apparent dans les Tubes de verre, nous avons passé un blanc de céruse broyé à l'huile dans la rainure.

Rien n'est plus simple que l'usage & la maniére de se servir de cette Machine. Si l'on veut, par exemple, mesurer la vîtesse de l'eau à sa surface, on arrêtera par le moyen des vis la Regle de cuivre sur la premiére division de la Tringle, & on présentera l'ouverture du Tuyau recourbé au courant, alors le niveau de l'eau du second Tuyau étant sur la premiére division de la Regle, on verra monter l'eau dans le premier jusqu'à une certaine hauteur; cette hauteur sera marquée en pouces & lignes sur le côté droit de la Regle, & on aura les pieds & pouces de vîtesse du courant marqués sur son côté gauche.

Si on veut avoir la vîtesse du courant à un, deux ou trois pieds de profondeur, on arrêtera simplement la Regle mobile sur ces mêmes divisions de la Tringle, & on operera comme ci-dessus.

Il est aisé de diriger l'ouverture du Tuyau vis-à-vis le fil de l'eau, car en tournant doucement la Machine, on verra le point où l'eau s'éleve le plus dans le premier Tuyau. Que si on tourne l'ouverture du côté opposé au courant, dès qu'on aura passé la perpendiculaire à sa direction, l'eau restera à la même hauteur dans les deux Tuyaux.

Il arrive assés souvent que le courant des eaux dans un même endroit d'une Riviére varie plus ou moins, c'est-à-dire, que la vîtesse est tantôt plus grande & tantôt plus petite, principalement aux endroits où il y a peu de profondeur d'eau, & où le fond est plus raboteux ; alors on voit l'élévation de l'eau dans le premier tuyau tantôt plus grande, tantôt plus petite, & dans des balancements presque continuels. Il faut dans ce cas prendre le milieu entre ces balancements, ou entre la plus grande & la moindre élévation pour avoir la vîtesse moyenne.

Les vagues causées par le vent occasionnent aussi de ces balancements, c'est pourquoi il faut éviter de faire ces expériences lorsqu'il fait beaucoup de vent.

On pourra faire par le moyen de cette Machine un grand nombre d'observations sur les eaux courantes, utiles & curieuses ; pour connoître, par exemple, la vîtesse moyenne du total des eaux d'une Riviére ; pour sçavoir si les augmentations de vîtesse sont proportionnelles aux accroissements des eaux, ou dans quel rapport ; pour voir quelle est la relation entre les volumes d'eau & la quantité des frottements, &c. Toutes ces expériences demandent du temps, nous en avons commencé quelques-unes, & nous nous proposons de les suivre. Nous en rapporterons seulement deux ou trois des principales que nous avons faites sous les Ponts de Paris.

Comme on peut faire au Pont-Royal très-commodément des observations sur les augmentations de vîtesse des eaux de la Seine relatives à leurs accroissements, à cause des divisions qu'on a eu soin de marquer sur les arriéres-becs des deux premiéres piles de chaque côté de la Riviére ; j'ai été le 19 Août dernier au Pont-Royal, la Riviére étoit fort basse, sa surface répondoit à 14 pouces au dessus du chiffre 4 ; je mesurai en même temps la vîtesse de l'eau sous la grande Arche avec ma machine, & je trouvai qu'elle n'avoit qu'un pied & demi de vîtesse par seconde, tant à sa surface qu'à 1, 2 & 3 pieds de profondeur. Il me parut singulier que l'eau fût plus lente sous le Pont qu'au dessus & au dessous, mais j'en

j'en remarquai la cause sur le champ, c'est que sous le Pont sa profondeur est beaucoup plus grande, qu'ainsi le volume d'eau qui y passe est réciproque à sa vîtesse.

Depuis le 19 Août jusqu'à la fin de Septembre la Riviére est restée à peu-près dans le même état, mais enfin les pluyes du 25 au 30 la firent augmenter de 6 pouces, je trouvai son niveau à 8 pouces au dessus de la même marque ou du chiffre 4 dont je viens de parler; je trouvai ensuite la vîtesse de l'eau sous la grande Arche de 2 pieds par seconde, tant à sa surface qu'à 4 pieds de profondeur.

La Riviére étant dans le même état que le 19 Août, je mesurai le 10 Septembre la vîtesse de l'eau sous la cinquiéme Arche du Pont-Neuf, à compter du Quai de l'Ecole, je la trouvai à sa surface de 4 pieds 3 pouces, à un pied de profondeur de 4 pieds, à deux pieds de profondeur de 3 pieds 9 pouces, & à trois pieds de profondeur de 3 pieds 6 pouces.

Je pris en même temps la vîtesse de l'eau à 30 toises au dessus du Pont, & je trouvai 3 pieds de vîtesse à sa surface, 2 pieds 8 pouces à 1 pied de profondeur, 2 pieds 6 pouces à 2 pieds de profondeur, & 2 pieds à 2 pieds & demi de profondeur.

J'ai fait de semblables expériences au Pont au Change, au Pont Nôtre-Dame & dans plusieurs autres endroits de la Riviére, mais je n'entre pas ici dans un plus grand détail: je dirai seulement en général que j'ai presque toûjours trouvé que la vîtesse de l'eau alloit en diminuant vers le fond. Il y a même des endroits où l'eau est presque dormante vers le fond, sur-tout aux endroits où l'eau est fort rapide à la surface, & où il y a peu de profondeur.

Il n'y a personne qui avec une legere connoissance de la théorie du mouvement des eaux ne conçoive sur le champ l'effet de cette Machine; car, suivant les premiers principes de cette science, on doit considérer la vîtesse des eaux courantes comme une vîtesse acquise par leurs chûtes d'une certaine hauteur, & que si l'eau se meut de bas en haut avec une vîtesse toute acquise, elle montera précisément à la même

hauteur, ou à une hauteur égale à celle de la chûte, d'où elle auroit dû tomber pour acquérir cette vîtesse.

De plus la force de l'impulsion de l'eau par sa vîtesse est toûjours égale au poids d'un solide d'eau qui auroit pour base la surface choquée, & pour hauteur celle d'où l'eau auroit dû tomber pour acquérir cette vîtesse. Donc l'eau doit monter dans le Tuyau de notre Machine par la force d'un courant, précisément à la hauteur d'où elle auroit dû tomber pour former ce courant.

Pour sçavoir maintenant la quantité de vîtesse des eaux courantes relative à leur ascension dans le Tuyau recourbé de la Machine, il faut se rappeller le principe fondamental de presque toute la théorie du mouvement des eaux, qui est, que les vîtesses des eaux sont en raison sousdoublée de la hauteur de leur chûte. M. Varignon a eu le premier la gloire de démontrer ce principe, sans aucune supposition que celle des loix les plus simples & les plus incontestables du mouvement.

Mais les élévations ou ascensions de l'eau dans notre Tube étant égales aux chûtes, il s'ensuit que les vîtesses des courants seront en raison sousdoublée des élévations de l'eau, & que par conséquent les élévations sont en raison doublée, ou comme les quarrés des vîtesses.

Il est heureux pour l'exactitude & la précision avec laquelle on connoîtra par cette Machine la juste quantité des vîtesses des courants, que les élévations de l'eau soient entr'elles comme les quarrés des vîtesses; car, par exemple, une vîtesse double fera élever l'eau dans le Tube à une hauteur quatre fois plus grande, une vîtesse triple la fera élever à une hauteur neuf fois plus grande, &c.

Une chûte ou une élévation de l'eau étant connuë ou donnée, pour avoir sa vîtesse en pieds par seconde, il faut observer d'abord que de même qu'un corps en tombant parcourt un espace de 14 pieds dans la premiére seconde de sa chûte, & que si ce même corps se meut avec la vîtesse toute acquise à la fin de la premiére seconde de sa chûte, il parcourra

d'une vîteſſe uniforme un eſpace de 28 pieds par ſeconde, de même auſſi l'eau ſort par une ouverture faite au bas d'un réſervoir de 14 pieds de hauteur avec une vîteſſe de 28 pieds par ſeconde; d'où il ſuit que la chûte ou l'élévation de l'eau étant connuë, pour avoir ſa vîteſſe en pieds par ſeconde, on dira, ſuivant le principe, comme la racine quarrée de 14 eſt à 28, ainſi la racine quarrée de la hauteur donnée ſera la vîteſſe qu'on cherche. Si au contraire la vîteſſe eſt donnée, & qu'on veuille trouver la hauteur, on dira, comme 28 eſt à la racine quarrée de 14, ainſi la vîteſſe donnée ſera à la racine quarrée de la hauteur qu'on cherche, ou bien comme le quarré de 28 eſt à 14, ainſi le quarré de la vîteſſe donnée ſera à la hauteur qu'on cherche. C'eſt par cette méthode que nous avons calculé la Table ſuivante de toutes les chûtes ou élévations de l'eau, correſpondantes à toutes les vîteſſes en pieds par ſeconde de temps de pouces en pouces depuis un pouce juſqu'à 12 pieds de vîteſſe, & nous avons dreſſé la Regle des vîteſſes de la Machine par le moyen de cette Table.

L'idée de cette Machine eſt ſi ſimple & ſi naturelle, que dès qu'elle me fut venuë, je courus ſur le champ à la Riviére pour en faire un premier eſſai avec un Tube de verre ſimple, & l'effet répondit parfaitement à mon attente. Après ce premier eſſai, je ne pouvois pas m'imaginer qu'une choſe auſſi ſimple, & en même temps très-utile, eût pû échapper à tant d'habiles gens qui ont écrit & travaillé ſur le mouvement des eaux. J'ai fait depuis toutes les recherches qu'il m'a été poſſible dans les Traités que j'ai pû trouver ſur les Hydrauliques & le mouvement des eaux, pour voir ſi abſolument perſonne n'en avoit parlé, & ſi mon idée étoit nouvelle.

L'application de cette idée pour connoître le ſillage des Vaiſſeaux m'eſt venuë dans le moment même que j'en avois fait la premiére expérience ſur la Riviére : & en effet, cette application importante étoit trop naturelle pour qu'elle ne ſe préſentât pas d'elle-même, & avant que de préſenter ma Machine à l'Académie, j'avois ſouvent médité aux moyens d'en rendre les applications commodes pour la Mer, &

capables de ſauver toutes les irrégularités qui pourroient ſurvenir, ſoit de la part des différents mouvements du Vaiſſeau, ſoit de celle des vagues.

Voici au moins juſqu'à préſent, la meilleure méthode que je crois qu'on peut ſuivre.

On placera dans le milieu du Vaiſſeau, ſoit ſous le maître bau, ou enfin le plus près de ſon centre de balancement, deux tuyaux de métal, ſoit de cuivre, d'étain ou de plomb, de 3 ou 4 lignes de diametre. Ces tuyaux doivent ſe toucher, leurs bouts inférieurs doivent pénétrer juſqu'à l'eau au deſſous du Vaiſſeau, ce qui ſe peut faire, ſans le moindre riſque de la part des trous néceſſaires pour le paſſage des tuyaux, à cauſe de leur petiteſſe : leur longueur viendra depuis le fond du Vaiſſeau juſqu'à environ 4 ou 5 pieds au deſſus du niveau de l'eau de la Mer, ou de la ligne de l'eau du Vaiſſeau. Le bout inférieur d'un des tuyaux ſera recourbé à angle droit, & en entonnoir, comme à notre Machine, & ſon ouverture ſera tournée dans la direction de la quille, vis-à-vis la prouë, enfin on refendra les deux tuyaux depuis environ un pied au deſſus de la ligne de l'eau juſqu'à leur bout ſupérieur, pour enchâſſer dans chacun un tube de verre de 5 à 6 pieds de long; ces tuyaux de verre ſeront bien arrêtés & maſtiqués dans ceux de métal, de façon qu'on puiſſe voir aiſément l'endroit où l'eau s'élevera dans chacun. Cela fait, il eſt évident que lorſque le Vaiſſeau ſera arrêté, l'eau ſera à la même hauteur dans les deux Tuyaux, mais dès que le Vaiſſeau fera route, le Tuyau recourbé ſera dans le même cas que celui de notre Machine dans une eau courante, ainſi l'eau s'élevera dans le Tuyau, & ſa hauteur au deſſus de celle de l'autre Tuyau marquera la vîteſſe ou le ſillage du Vaiſſeau avec beaucoup de juſteſſe, car les moindres augmentations & diminutions de vîteſſe du Vaiſſeau ſe feront connoître par des différences très-marquées des élévations de l'eau dans le Tuyau.

Par exemple, lorſque le Vaiſſeau fera trois lieuës par heure, l'eau s'élevera dans le Tuyau d'environ 41 pouces, & lorſqu'il

ne fera que deux lieuës & demie par heure, l'eau s'élévera de près de 31 pouces. En général, on prendra la hauteur de l'eau dans le Tuyau en pouces & lignes par le moyen d'une Regle comme à notre Machine; avec cette hauteur, on trouvera dans la Table la vîtesse du Vaisseau en pieds & pouces par seconde, & chaque pouce de vîtesse donne 50 toises de chemin par heure.

On pourra même, si l'on veut, marquer sur la Regle le nombre des toises par heure & par minute de chemin du Vaisseau, correspondantes aux ascensions de l'eau dans le Tube, & enfin on réduira les toises de chemin en lieuës suivant la longueur de la lieuë marine qui est de 2855 toises, ou de 20 au degré.

Pour faire une expérience qui eût rapport au sillage des Vaisseaux, je me fis remonter dans un petit Bateau à la voile sur la Seine entre Poissy & le confluant de l'Oise, le vent étoit assés fort & les vagues fort grosses pour la Seine. L'eau monta dans le Tuyau recourbé de la Machine depuis 18 jusqu'à 24 pouces, ainsi la vîtesse respective qui étoit égale à la somme de celle du Bateau en montant, & de celle de la Riviére en descendant, fut depuis 9 pieds 2 pouces jusqu'à 10 pieds 7 pouces par seconde; cette différence provenoit de ce que nous passions dans des endroits plus ou moins à l'abri du vent. J'observai aussi que le Bateau nous avoit remonté d'environ 2300 toises en 30 minutes; & comme les eaux, quoique retenuës par le vent, pouvoient faire alors 2 pieds & demi par seconde, ce qui donne 750 toises en 30 minutes, il s'ensuit que le chemin ou le sillage du Bateau auroit été sans le courant de la Riviére de 3050 toises en 30 minutes, ou de 6100 toises par heure, ce qui donne 10 pieds 2 pouces par seconde, cette vîtesse est à peu-près moyenne entre celle de 9 pieds 2 pouces & 10 pieds 7 pouces trouvée par la Machine.

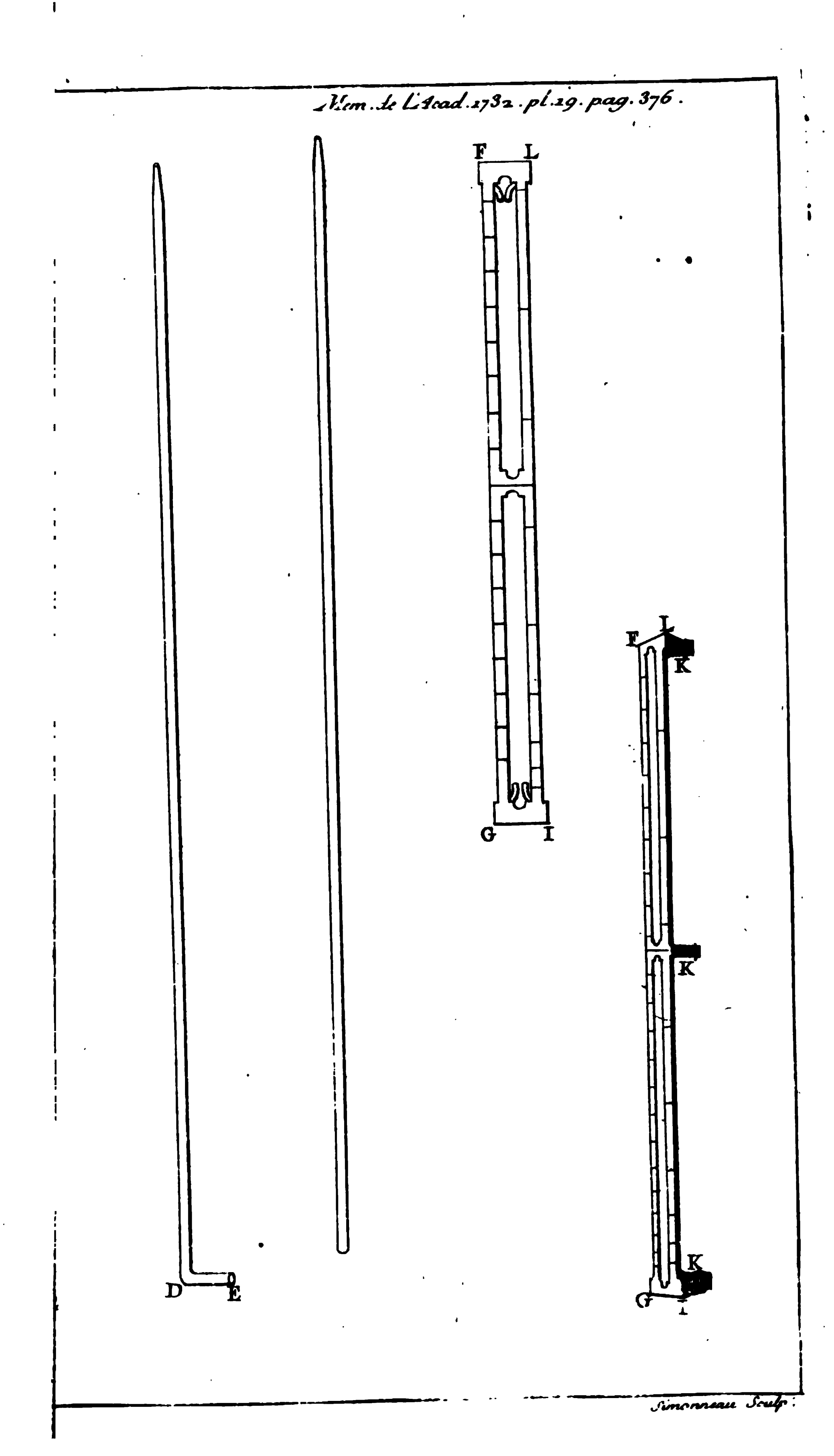
TABLE de Vîtesse de l'Eau en pieds & pouces,

VITESSE DE L'EAU.		HAUTEUR DES CHUTES.			VITESSE DE L'EAU.		HAUTEUR DES CHUTES.		
Pieds.	Pouces.	Pouces.	Lignes.	Points.	Pieds.	Pouces.	Pouces.	Lignes.	Points.
	1	......	.....	3/14	3	1	2	0	5 5/14
	2	......	.....	6/7	3	2	2	1	9 3/7
	3	......	....	2	3	3	2	3	1 13/14
	4	......	....	3 3/7	3	4	2	4	6 6/7
	5	......	....	5 5/14	3	5	2	6	0 13/14
	6	......	....	6 6/7	3	6	2	7	6
	7	......	....	10 1/2	3	7	2	9	0 13/14
	8	.....	1	1 5/7	3	8	2	10	6 6/7
	9	.....	1	5 5/14	3	9	3	0	1 13/14
	10	.....	1	9 3/7	3	10	3	1	9 6/7
	11	.....	2	2	3	11	3	3	5 5/14
1	0	.....	2	7	4	0	3	5	1 5/7
1	1	.....	3	0 3/14	4	1	3	6	10 1/2
1	2	.....	3	6	4	2	3	8	5 5/7
1	3	.....	4	0 3/13	4	3	3	10	5 5/14
1	4	.....	4	6 6/7	4	4	4	0	3 3/7
1	5	.....	5	1 13/14	4	5	4	2	1 13/14
1	6	.....	5	9 3/7	4	6	4	4	0 6/7
1	7	.....	6	5 5/14	4	7	4	6	0 3/14
1	8	.....	7	1 5/7	4	8	4	8	0
1	9	.....	7	10 1/2	4	9	4	10	0 3/14
1	10	.....	8	7 5/7	4	10	5	0	0 6/7
1	11	.....	9	5 5/14	4	11	5	2	1 13/14
2	0	.....	10	3 3/7	5	0	5	4	3 3/7
2	1	.....	11	1 13/14	5	1	5	6	5 5/14
2	2	1	0	0 6/7	5	2	5	8	7 10/14
2	3	1	1	0 3/14	5	3	5	10	10 1/2
2	4	1	2	0	5	4	6	1	1 5/7
2	5	1	3	0 3/14	5	5	6	3	5 5/14
2	6	1	4	0 6/7	5	6	6	4	1 3/7
2	7	1	5	1 13/14	5	7	6	8	1 13/14
2	8	1	6	3 3/7	5	8	6	10	6 6/7
2	9	1	7	5 5/14	5	9	7	1	0 3/14
2	10	1	8	7 5/7	5	10	7	3	6
2	11	1	9	10 1/2	5	11	7	6	0 3/14
3	0	1	11	1 5/7	6	0	7	8	6 6/7

par seconde de temps, avec la hauteur de leur chûte.

Vitesse de l'Eau.		Hauteur des Chutes.				Vitesse de l'Eau.		Hauteur des Chutes.			
Pieds.	Pouces.	Pieds.	Pouces.	Lignes.	Points.	Pieds.	Pouces.	Pieds.	Pouces.	Lignes.	Points.
6	1	...	7	11	1 13/14	9	1	1	5	8	1 13/14
6	2	...	8	1	7 3/7	9	2	1	6	0	0 6/7
6	3	...	8	4	5 5/14	9	3	1	6	4	0 3/14
6	4	...	8	7	1 5/7	9	4	1	6	8	0
6	5	...	8	9	10 1/2	9	5	1	7	0	0 3/14
6	6	...	9	0	7 5/7	9	6	1	7	4	0 6/7
6	7	...	9	3	5 5/14	9	7	1	7	8	1 13/14
6	8	...	9	6	3 3/7	9	8	1	8	4	3 3/14
6	9	...	9	9	1 13/14	9	9	1	8	4	5 5/14
6	10	...	10	0	0 6/7	9	10	1	8	8	7 5/7
6	11	...	10	3	0 13/14	9	11	1	9	0	10 1/2
7	0	...	10	6	0	10	0	1	9	5	1 5/7
7	1	...	10	9	0 3/14	10	1	1	9	9	5 5/14
7	2	...	11	0	0 6/7	10	2	1	10	1	9 3/7
7	3	...	11	3	1 13/14	10	3	1	10	6	1 13/14
7	4	...	11	6	3 3/7	10	4	1	10	10	6 6/7
7	5	...	11	9	5 5/14	10	5	1	11	3	0 3/14
7	6	1	0	0	7 5/7	10	6	1	11	6	8
7	7	1	0	3	10 1/2	10	7	2	0	0	0 3/14
7	8	1	0	7	1 5/7	10	8	2	0	4	6 6/7
7	9	1	0	10	5 5/14	10	9	2	0	9	1 13/14
7	10	1	1	1	9 3/7	10	10	2	1	1	9 3/14
7	11	1	1	5	1 13/14	10	11	2	1	6	5 5/14
8	0	1	1	8	6 6/7	11	0	2	2	2	8 5/7
8	1	1	2	0	0 3/14	11	1	2	2	3	10 1/2
8	2	1	2	3	6	11	2	2	2	8	7 5/7
8	3	1	2	7	0 3/14	11	3	2	3	1	5 5/14
8	4	1	2	10	6 6/7	11	4	2	3	6	3 5/14
8	5	1	3	2	1 13/14	11	5	2	3	11	1 13/14
8	6	1	3	5	9 13/14	11	6	2	4	4	0 6/7
8	7	1	3	9	5 5/14	11	7	2	4	9	0 3/14
8	8	1	4	1	1 5/7	11	8	2	5	2	0
8	9	1	4	3	10 1/2	11	9	2	5	7	0 3/14
8	10	1	4	8	7 10/14	11	10	2	6	0	0 6/7
8	11	1	5	0	5 5/14	11	11	2	6	5	1 13/14
9	0	1	5	4	3 3/7	12	0	2	6	10	3 3/14

CONSTRUCTION



Simonneau Sculp.

CONSTRUCTION
D'UNE NOUVELLE BOUSSOLE,

Dont l'Aiguille donne par une ſeule & même opération, l'Inclinaiſon & la Déclinaiſon de l'Aimant, avec plus de préciſion, & plus de facilité que ne font les Inſtruments employés juſqu'à préſent.

Par M. BUACHE.

ON ſçait aujourd'hui que l'Aiguille aimantée n'eſt preſque jamais exactement dirigée vers les Poles du Monde, & qu'elle forme preſque toûjours un angle avec la ligne méridienne. On ſçait encore que la quantité de cet angle n'eſt fixe dans aucun endroit de la Terre, & que l'Aiguille aimantée eſt dans une eſpece de balancement perpétuel, par lequel elle s'écarte de la ligne méridienne, tantôt vers l'Eſt, tantôt vers l'Oueſt, d'un certain nombre de degrés plus ou moins grand, ſuivant les différents endroits de la Terre. L'on n'a, je crois, aucune obſervation qui puiſſe faire croire qu'il ait été de plus de 15 degrés à Paris, en d'autres endroits il va juſqu'à 25, & même juſqu'à plus de 30 degrés. L'Aiguille de la Bouſſole parcourt ainſi continuellement un arc de l'horiſon, de 30, de 50, ou même de plus de 60 degrés, pris de l'Eſt à l'Oueſt, & diviſé en deux parties égales, par le Pole du Monde, ou du mouvement diurne. 23 Avril 1732.

Lorſque l'on commença à s'appercevoir de ce phénomene, ou de la déclinaiſon de l'Aiguille aimantée, on remarqua quelques endroits de la Terre où cette Aiguille ſe dirigeoit exactement vers le Pole. On crût d'abord que la cauſe de cette direction de l'Aiguille étant conſtante, la connoiſſance de ſa ſituation, par rapport à la ligne méridienne, dans les différents endroits de la Terre, pourroit donner celle des Longitudes. On avoit remarqué entre les lieux où l'Aiguille

n'avoit point de déclinaison, que son éloignement du Pole vers l'Est ou vers l'Ouest, suivoit une certaine progression, & l'on crût que ce rapport demeureroit toûjours le même.

De nouvelles observations montrérent que l'on s'étoit trompé, & que la situation de l'Aiguille aimantée, ou de sa ligne de direction, représentée par cette Aiguille, changeoit perpétuellement par rapport aux Méridiens du monde. On s'apperçut que dans les lieux où l'on n'avoit trouvé aucune déclinaison, on en remarquoit au bout de quelques années, & que dans ceux où l'on avoit observé une variation d'une certaine quantité, cette quantité augmentoit ou diminuoit.

Par-là, on reconnut que le retour du même angle ou de la direction de l'Aiguille avec le Méridien, ne se devoit faire qu'au bout d'un certain nombre d'années, & qu'ainsi il seroit très-important de s'assûrer du temps de ce retour périodique, parce que si ce temps étoit une fois bien connu, on pourroit se servir des anciennes observations de la déclinaison de l'Aiguille, pour déterminer la longitude avec presque autant de certitude, que si cette déclinaison étoit fixe.

L'utilité, dont l'exécution de ce projet seroit dans la Navigation, a engagé de très-habiles gens à s'y appliquer. Mais peut-être, comme l'a remarqué feu M. Delisle, mon beau-pere, se sont-ils un peu trop hâtés de former des systemes généraux sur la situation des prétendus Méridiens magnétiques de notre globe, & sur le mouvement de ces Méridiens autour des Poles du mouvement diurne.

M. Delisle, qui a beaucoup travaillé sur cette matiére, & qui a même proposé autrefois à la Compagnie, les vûës générales qu'il avoit sur ce sujet, a laissé dans ses papiers un recueil de plus de huit à dix mille observations de la déclinaison de l'Aiguille aimantée, qu'il a tirées de différents auteurs. Cette collection immense, en comparaison de celle du P. Riccioli, qui ne contient que quatre cens observations ou environ, remonte quarante-six ans avant la plus ancienne de celles que M. Halley a publiées, c'est-à-dire, jusqu'à l'an 1534. On en trouve, à la vérité, une de l'an 1269, publiée

par M. Thevenot, Garde de la Bibliotheque du Roi, dans un recueil de divers morceaux de Géographie & de Physique; mais jusqu'à ce que les circonstances du lieu & du temps de cette observation soient un peu mieux connuës, on ne peut en faire usage.

M. Delisle avoit résolu de faire par lui-même une suite d'observations exactes sur la variation de l'Aiguille aimantée; je suis persuadé que ce travail lui faisant connoître les erreurs & les méprises dans lesquelles les Voyageurs & les Navigateurs peuvent tomber, en observant la déclinaison, faute de prendre certaines précautions, l'auroit mis mieux en état de comparer les diverses observations entr'elles, de voir celles qu'il falloit préférer, lorsqu'il s'en trouvoit de contraires, & par-là d'établir sur la comparaison de toutes les observations qu'il avoit rassemblées, des principes plus assûrés & plus capables de nous conduire un jour à la connoissance du systême général des variations, s'il est possible d'y parvenir. La mort qui l'a enlevé dans un âge peu avancé, ne lui ayant pas permis de pousser assés loin l'execution de ce projet, j'ai crû devoir m'y appliquer sérieusement pour remplir ses vûës, & pour répondre à l'honneur que j'ai d'occuper sa place dans l'Académie.

Je compte, Messieurs, vous mettre sous les yeux, le résultat de son immense collection, dans une suite chronologique de Cartes réduites qui représenteront pour chaque époque, le rapport des différentes lignes de direction magnétiques observées, ou l'angle qu'elles forment avec les Méridiens du Monde, afin que l'on puisse appercevoir d'un coup d'œil, la différence qui se trouve entre ces différentes lignes, dans une même année, & celle qui se trouve entre les mêmes lignes, après un certain nombre d'années.

Avant que de m'engager à ce travail qui demande du temps, j'ai crû devoir examiner la maniére dont on observe la variation. Cet examen m'ayant fait appercevoir l'imperfection des instruments que l'on employe pour ces observations, j'ai cherché le moyen d'y remédier, & je crois l'avoir

trouvé, par une Bouſſole d'une conſtruction ſimple & facile qui donnera par une ſeule opération, non-ſeulement la quantité de la variation de l'Aiguille aimantée, mais encore celle de l'inclinaiſon de cette Aiguille.

On ſçait que l'Aiguille de la Bouſſole qui étoit parfaitement de niveau, & parallele à la tangente du globe terreſtre, avant que d'être aimantée, ceſſe de l'être, après avoir été touchée par la Pierre d'Aimant. Le cours de la matiére magnétique qui commence alors à circuler autour de cette Aiguille, fait incliner une de ſes pointes vers la Terre. Il ſemble très-probable que la cauſe de cette inclinaiſon étant la même que celle de la direction magnétique, les changements qui arrivent à celle-ci doivent auſſi influer ſur l'autre; mais ce n'eſt encore là qu'une conjecture qui a beſoin d'être fondée ſur des expériences, & la conſtruction de toutes les Bouſſoles ordinaires, les rend incapables de ſervir à obſerver l'inclinaiſon : car les Aiguilles de ces Bouſſoles poſées ſur un pivot qui entre dans une chape, ſont chargées inégalement à leurs extrémités; ce que l'on fait pour les obliger à ſe tenir de niveau, & par conſéquent pour les empêcher de marquer l'inclinaiſon.

Le R. P. Feuillée paroît être un de ceux qui s'eſt appliqué plus ſérieuſement à obſerver la quantité de l'inclinaiſon, & il en a publié pluſieurs obſervations dans ſes Relations; mais comme il employoit un autre inſtrument que la Bouſſole, & que cet inſtrument avoit une Aiguille différente, on peut, malgré ſon exactitude à obſerver, avoir quelque doute ſi ſon obſervation donne le vrai rapport qui eſt entre ſa variation & l'inclinaiſon de l'Aiguille aimantée. Car outre l'embarras de la ſeconde opération, & la difficulté de mettre le ſecond inſtrument, préciſément dans le plan vertical de la ligne de direction magnétique de la Bouſſole; on n'eſt pas toûjours ſûr que les deux Aiguilles ayent exactement la même direction. On ſçait que, ſoit la différence de la matiére des Aiguilles, ſoit la différente maniére de les appliquer à la Pierre d'Aimant, ſoit même la différence des Pierres; il eſt aſſés rare de trouver deux Aiguilles aimantées qui donnent exactement la même

quantité précise de variation. Ainsi j'ai crû qu'il falloit chercher une construction de Boussole, par laquelle une seule & même Aiguille pût donner en même temps l'inclinaison & la déclinaison. Cette Boussole est celle qui est représentée dans la premiére Figure.

Le corps de cet Instrument *A* est de figure quarrée, creusé dans sa partie du milieu en demi-sphere concave. Cette demi-sphere est traversée par un axe *B (Fig. 2.)* posé perpendiculairement d'une maniére très-fixe. L'extrémité supérieure, ou la pointe de cet axe destiné à porter l'Aiguille *C*, se trouve placée au centre du cercle que forme la coupe horisontale de la demi-sphere. J'ai disposé sur cette coupe horisontale, & concentriquement à la partie concave, un cercle d'yvoire *D, E*, sur lequel j'ai tracé plusieurs cercles aussi concentriques, qui, par le moyen des transversales, peuvent donner la quantité de la variation, non-seulement en degrés, mais même en minutes. La pointe de l'axe destiné à porter l'Aiguille étant placée au centre de cette demi-sphere, si l'Aiguille est suspenduë librement, de maniére qu'elle puisse se lever & s'abbaisser, sans trouver d'obstacle de la part du pivot, la quantité de son inclinaison se trouvera marquée par la grandeur de l'arc compris dans la sphere concave entre la pointe inférieure de l'Aiguille & le cercle horisontal. J'avois pensé d'abord à tracer sur la partie inférieure de la demi-sphere, des cercles concentriques qui eussent montré la quantité de l'arc d'inclinaison de l'Aiguille ; mais j'ai préféré un quart-de-cercle mobile, semblable à celui qui est représenté dans la Figure 2. par les lettres *F, G*. Ce quart-de-cercle tournant autour du pivot ou axe de la Boussole, a deux usages. Le premier, de mesurer l'angle d'inclinaison de l'Aiguille, & le second, de déterminer sur le cercle horisontal de la demi-sphere qu'il embrasse par une de ses extrémités, & qu'il traverse perpendiculairement, la quantité précise de la déclinaison de l'Aiguille, parce que le quart-de-cercle mobile se place facilement & exactement dans le plan vertical magnétique de l'Aiguille. Fig. 1.

Dans la construction des Boussoles ordinaires de déclinaison *(Fig. 3.)*, l'Aiguille est suspenduë, de façon qu'elle peut à la vérité, se mouvoir horisontalement en tout sens; mais si l'angle d'inclinaison est un peu grand, la chape de l'Aiguille s'applique à l'axe du pivot sur lequel elle est posée, & l'Aiguille ne peut plus baisser. Au contraire dans l'Instrument employé par le R. P. Feuillée *(Fig. 4.)*, l'Aiguille engagée entre deux axes horisontaux & paralleles, peut, à la vérité, se balancer verticalement de bas en haut, & de haut en bas; mais les deux branches de l'axe dans lesquelles sont les tourillons de l'Aiguille s'opposant à son mouvement horisontal, il faut avoir déterminé la direction de l'Aiguille, par une opération précédente, & s'assûrer que l'on place l'Aiguille dans le plan de cette direction magnétique, comme il paroît par la disposition de l'anneau d'inclinaison *(Fig. 4.)* placé verticalement dans le plan *H, I, L, M*, de la déclinaison *N, O*, & au dessus du tourbillon de l'Aiguille de la Boussole ordinaire *(Fig. 3.)*

J'ai cherché une construction d'Aiguille qui, réünissant les avantages de ces deux suspensions, évitât cependant les inconvénients de l'une & de l'autre, c'est-à-dire, qui permît également à l'Aiguille de se mouvoir horisontalement & verticalement.

Pour cela, j'ai percé l'Aiguille *C* dans son milieu, de maniére qu'elle laissât un libre passage à la chape *P*, comme on le voit aux Figures 5 & 6. J'ai ajoûté aux deux côtés de l'Aiguille, deux aissieux *Q, R*, ou tourillons qui, posant sur les deux branches *S, T*, de la chape, entraînent cette chape avec eux, & l'obligent de suivre le mouvement horisontal de l'Aiguille, tandis que tournant verticalement sans aucun obstacle, sur ces mêmes branches, ils permettent à l'Aiguille de suivre l'inclinaison que lui donne le cours de la matiére magnétique. L'ouverture qui est au milieu de l'Aiguille, empêche qu'elle ne puisse rencontrer la chape.

La difficulté de s'assûrer que le Fer qui se trouve si souvent mêlé avec le Cuivre, n'a aucune part à la déclinaison

où à l'inclinaiſon de l'Aiguille, m'a fait choiſir le bois, pour en compoſer le corps de la Bouſſole, & l'yvoire pour en former les cercles, auſſi-bien que l'axe dont l'extrémité qui porte la chape, eſt de fer. L'on peut y ſubſtituer le cuivre, pour éviter toûjours le fer, autant qu'il eſt poſſible. A l'égard de cette chape, on pourroit en faire le corps de criſtal; mais comme elle ſe trouve au centre de l'Aiguille, le peu de fer qui peut ſe trouver dans le cuivre dont elle eſt compoſée, ne ſçauroit produire d'effet ſenſible, & ſi c'eſt un inconvénient, il eſt commun à toutes les Bouſſoles.

On pourroit auſſi ſubſtituer le Marbre & l'Argent aux matiéres que j'ai employées dans le modele que j'ai fait exécuter, & cela afin d'éviter les changements que l'action de l'air peut produire ſur le bois & ſur l'yvoire. L'inſpection du modele, ou de la figure générale, fera comprendre les précautions que j'ai priſes dans la conſtruction du pied de cette Bouſſole, afin de la pouvoir placer facilement dans le plan du Méridien, & pour mettre le cercle horiſontal de niveau.

Je ne m'étendrai pas ſur les différents uſages dont pourroit être cette Bouſſole, & ſur la facilité qu'il y auroit de la ſubſtituer aux Bouſſoles marines ordinaires. La ſeule inſpection de la Figure 7, fait ſentir l'idée de ce que je me propoſe de détailler dans une autre occaſion : Et la Figure 8, eſt une repréſentation particuliére de la chape ſur ſon pivot, pour faire comprendre aiſément les moyens dont je me ſers, pour éviter que l'Aiguille ne quitte ſa chape, comme la chape ſon pivot. Je me ſuis propoſé ſeulement d'indiquer cette nouvelle conſtruction, me réſervant à vous rendre compte dans un autre temps, des obſervations que j'ai déja faites, & de celles que je compte faire encore ſur la déclinaiſon & ſur l'inclinaiſon, tant avec l'Aiguille que je viens de décrire, qu'avec d'autres Aiguilles d'une conſtruction différente, plus propres encore à nous faire connoître les changements qui peuvent arriver à l'inclinaiſon & à la déclinaiſon, par rapport aux différentes figures des Aiguilles.

Je me contenterai de remarquer qu'en général, j'ai trouvé

la déclinaiſon moins grande dans ma nouvelle Bouſſole; qu'elle n'eſt dans les Bouſſoles ordinaires ; cette différence vient-elle de la ſuſpenſion plus libre & plus dégagée de mes Aiguilles, & de ce qu'étant d'une égale épaiſſeur dans toute leur longueur, elles reçoivent une autre impreſſion du torrent de matiére magnétique qui les dirige? c'eſt ce que ne font pas les Aiguilles ordinaires, dont l'épaiſſeur n'eſt pas la même dans les deux parties ſéparées par la chape. Je compte examiner ceci, en repétant les expériences, & en les variant de toutes les façons poſſibles, pour me bien aſſûrer du fait, avant que d'en rien concſurre ; car on ne ſçauroit trop ſe tenir en garde contre les ſyſtemes précipités.



MANIERE

xieme

F

E

Nord

C

du Monde

ANNEAU

Dont le R.P. Feuillée à fait usage pour observer l'Inclinaison de l'Aiman; Et duquel il à donné une description dans le journal de ses Observations.

Tom. I. de ses Voyages pag. 302.

Figure Quatrieme

clinaison et de Declinaison

t d'Une

i donne l'Inclinaison

l'Aiguille Aimantée

Septieme.

H

I

L

Nord

Boussole ordinaire

Fig. Troisieme

Ouest

Est

Sud

D

M

Simonneau Sculp.

MANIERE

De trouver des Courbes algébriques & rectifiables sur la surface d'un Cone.

Par M. CLAIRAUT.

A L'occasion du Probleme où il s'agit de trouver des courbes algébriques & rectifiables sur une sphere, dont on a plusieurs Solutions dans ce Volume, je me proposai d'en trouver sur quelqu'autre surface courbe, par exemple, sur celle d'un cone ordinaire. Voici quelques méthodes assés faciles pour résoudre ce Probleme.

Je prends l'équation la plus simple d'un cone qui est $xx = nyz$; & je cherche une courbe de projection sur le plan de la base, telle que le quarré de l'élement de sa rectification, plus le quarré de la différence de z fasse le quarré d'une différentielle intégrable, parce qu'alors on a $\sqrt{(dx^2 + dy^2 + dz^2)}$ qui est l'élement de la rectification des courbes à double courbure, égale à une quantité qui s'intégre.

Par exemple, pour l'équation de la courbe de projection sur le plan de la base, je prends $axx = y^3$, qui donne pour l'élement de sa rectification $dy\sqrt{(\frac{9y}{4a} + 1)}$, & qui étant substituée dans l'équation $xx = nyz$ donne $\frac{y^3}{a} = nyz$; ou bien $z = \frac{yy}{na}$, & par conséquent $dz = \frac{2ydy}{na}$, & $dz^2 = \frac{4yydy^2}{nnaa}$. D'où l'on a $\sqrt{(dx^2 + dy^2 + dz^2)} = dy\sqrt{(\frac{9y}{4a} + 1 + \frac{4yy}{nnaa})}$. Pour que cette quantité soit intégrable, je donne à n une valeur, telle que la quantité qui est sous le signe radical soit un quarré, c'est-à-dire, que je la fais $= \frac{16}{9}$, car l'élement devient alors $dy\sqrt{(\frac{9}{8}y + 1)}$ qui est intégrable.

On n'a par cette méthode qu'un ſeul cone, même oblique; ſur lequel on trouve une courbe algébrique & rectifiable; voici encore une façon de trouver de ces courbes ſur une infinité de cones, parmi leſquels il y en a de droits & d'obliques.

Je prends l'équation du cone $xx = nyz + ryy$, & la même courbe de projection $axx = y^3$, d'où l'on a $dx^2 + dy^2 = \frac{\frac{9}{4}ydy^2 + ady^2}{a}$, $z = \frac{yy}{an} - \frac{ry}{n}$, $dz = \frac{2ydy}{na} - \frac{rdy}{n}$, $dz^2 = \frac{4yydy^2}{nnaa} - \frac{4rydy^2}{nna} + \frac{r^2dy^2}{nn}$, & ainſi $\sqrt{(dx^2 + dy^2 + dz^2)} = dy\sqrt{(\frac{9}{4}y + 1 + \frac{4yy}{nnaa}}$ $\overline{- \frac{4r}{ma} + \frac{rr}{nn})}$ qui ſera intégrable, en donnant à n une valeur telle, que la quantité qui eſt ſous le ſigne radical, ſoit un quarré.

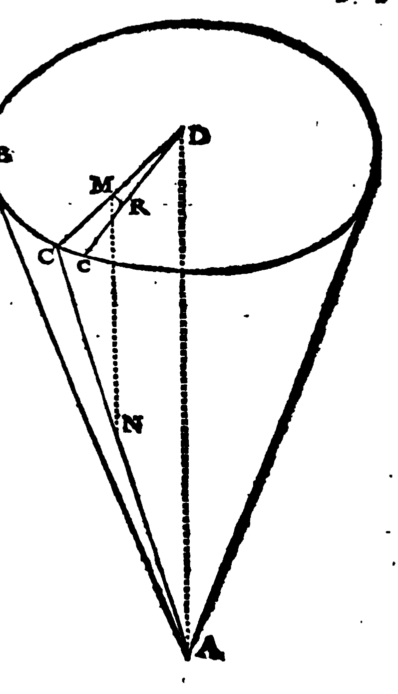
Je n'ai pas eſſayé de me ſervir d'autres courbes de projection, ce qui ſeroit cependant bien facile, à cauſe de la ſimplicité des équations des cones, & il y a grande apparence qu'on trouveroit de cette maniére beaucoup d'autres courbes algébriques & rectifiables.

On en peut trouver fort aiſément, ſans aucun calcul, ſur la ſurface d'une infinité de cones droits, pourvû que le rapport du côté du cone au rayon de ſa baſe, ſoit de nombre à nombre. Pour cela, on déployera la ſurface du cone, de façon qu'elle devienne un ſecteur, & on décrira ſur ce ſecteur, une courbe algébrique & rectifiable, ou même une ligne droite; on reployera enſuite ſur la ſurface du cone, le ſecteur qui l'avoit déja enveloppé, & la courbe algébrique & rectifiable qui n'étoit que plane deviendra à double courbure, & ſera décrite ſur la ſurface du cone.

Voyés la Figure ſuivante,

Je vais donner préſentement une méthode qui s'étend à tous les cones droits. Que *BCA* ſoit un de ces cones, dont *BCD* ſoit le cercle de la baſe, *A* le ſommet, *DA* l'axe, *DCA* un triangle quelconque par l'axe, *N* un des points de la courbe cherchée, & *M* celui de ſa courbe de projection

qui y répond : en nommant BC, x; DM, y; CD, r; Cc, dx; on aura $MR = \frac{ydx}{r}$, & $\sqrt{(\frac{yydx^2}{rr} + dy^2)}$ pour l'élement de la courbe de projection.



Présentement, si on nomme MN, z, & le rapport de CD à DA, m, ce qui donne $\frac{z}{m} + y = r$ pour l'équation de la droite CA, ou même du cone, on aura $dz = -mdy$, d'où l'élement de la rectification de la courbe à double courbure qui est $\sqrt{(\frac{yydx^2}{rr} + dy^2 + dz^2)}$ deviendra $\sqrt{[\frac{yydx^2}{rr} + (mm+1)dy^2]}$.

Afin que cette expression appartienne à une courbe algébrique & rectifiable, il faut l'égaler à une quantité ou fonction differentielle qui soit intégrable, & qui donne une valeur de x réductible à un ou plusieurs arcs de cercles, dont les rayons ayent un rapport de nombre à nombre avec r. Pour cela, je fais $\sqrt{[\frac{yydx^2}{rr} + dy^2(mm+1)]} = \sqrt{(\frac{By^2dy^2}{cc-yy})} = \frac{ydy\sqrt{B}}{\sqrt{(cc-yy)}}$, d'où l'on a $\frac{yydx^2}{rr} = \frac{Byydy^2 - (mm+1)ccdy^2 + (mm+1)y^2dy^2}{cc-yy}$, ou $dx = \frac{rdy\sqrt{[yy(B+mm+1) - cc(mm+1)]}}{y\sqrt{(cc-yy)}}$ que l'on peut rapporter à deux arcs de cercles. M.[rs] Bernoulli & de Maupertuis ont construit une différentielle toute semblable, dans les Solutions qu'ils ont données du probleme des courbes algébriques & rectifiables sur la sphere, que l'on trouvera dans ce volume, ainsi je ne m'y arrêterai pas davantage.

SECOND MÉMOIRE
SUR LA MANIÉRE D'ARRESTER LES HÉMORRAGIES,
CONTENANT

Deux Observations qui prouvent que le Sang s'arrête par un caillot.

Par M. PETIT.

L'HÉMORRAGIE qui survint à M. le Marquis de Rotelin vingt-un jours après lui avoir coupé la cuisse, me mit dans la nécessité de faire un bandage ou machine propre à retenir le Sang *, & à procurer la consolidation des vaisseaux qu'on est obligé de couper dans cette opération. Cette machine me réüssit, j'ose le dire, avec toute la facilité, la sûreté & la promptitude que l'on pouvoit souhaiter dans un cas aussi urgent que celui dont il s'agissoit.

* *Elle est décrite dans le premier Mémoire que j'ai donné sur cette matiére. Année 1731, p. 85.*

La cuisse, & par conséquent l'artére crurale étoit coupée à quatre travers de doigt du ventre, la ligature n'avoit point réüssi. Les stiptiques, les escarotiques, & la compression ordinaire avoient manqué deux fois ; le malade périssoit, & l'état du moignon ne permettoit pas qu'on fît de nouvelles tentatives de ligature, pour les raisons qui sont rapportées dans mon premier Mémoire.

Toutes ces circonstances rassemblées, représentent une situation bien triste à tous égards.

Mais quoique le bandage ou la machine que la nécessité m'inspira, fût ma seule ressource, je ne m'y serois peut-être pas fié autant que je le fis, si quelques mois auparavant, par une compression presque semblable, je ne m'étois tiré avantageusement d'une situation beaucoup plus effrayante.

Le S.r Seneuze, Marchand Libraire, sur le quai des

Augustins, après avoir été dix-huit mois sans sortir du lit, à cause d'une fracture compliquée des os de la jambe, consulta plusieurs Chirurgiens, qui conclurent qu'on ne pouvoit lui conserver la vie, qu'en lui coupant cette partie, je lui fis cette opération en présence de mes confreres, qui ne furent pas moins étonnés que moi, de voir que le tourniquet, ni la ligature ne pouvoient arrêter le Sang. Pour en reconnoître la cause, & y remédier, je n'avois qu'un instant.

La cause étoit l'ossification totale de l'artere; le tourniquet ne pouvoit la comprimer; la ligature quoique forte, n'en put plier les parois, & son canal restant le même, la colonne du Sang sortoit avec tout son volume & toute son impétuosité.

Le malade seroit mort entre mes mains, si j'avois été lent à délibérer sur le parti que j'avois à prendre. J'eus recours à la compression, j'appliquai sur la bouche des vaisseaux, plusieurs tampons de charpie, soûtenus par des compresses graduées que j'élevai au dessus du niveau de la playe, pour que la forte compression se fît sur les vaisseaux, & que dans les parties d'alentour, moderément comprimées, la circulation pût se faire avec autant de facilité qu'il convient. Mais pour comble de malheurs, dix-huit mois d'inaction avoient occasionné l'enchylose de l'articulation de la jambe avec la cuisse, de maniére que ne pouvant plier le genou, autant qu'il le faut pour que le moignon décrive un angle droit avec la cuisse, je n'eus point la facilité de passer les jets de bandes à plomb, & directement du genou au moignon, & du moignon au genou. On sçait que ces jets de bandes répétés assujettissent solidement l'appareil, & que la compression peut même être moins forte, & plus utile, lorsqu'elle est faite suivant les lignes qui passent directement des différents points du moignon aux différents points du genou, sur lesquels ces jets de bandes sont appuyés & assujettis.

Quoique l'impossibilité de plier l'articulation, rendît la compression difficile, j'y suppléai, en appliquant en forme d'étrier, le milieu d'une longue compresse sur celles que j'avois

déja placées sur les vaisseaux; puis je fis tirer fortement vers la hanche, les deux bouts de cette longue compresse. Par ce moyen, le Sang fut arrêté; & si, pour favoriser l'effet des compresses, je ne pus passer mes jets de bandes précisément par la ligne selon laquelle la compression devoit se faire, j'en approchai cependant assés pour réüssir. Lorsque tout l'appareil fut appliqué, je plaçai commodément le malade, je laissai près de lui deux Chirurgiens qui, pendant six heures, tantôt l'un, tantôt l'autre, tinrent les mains sur l'appareil, pour le contenir. Ainsi malgré tant de circonstances contraires à mon dessein, l'hémorragie fut arrêtée sans retour; si bien que le quatriéme jour, je levai tout l'appareil avec facilité, & il ne s'échappa aucune goutte de Sang. Si on demande par quelle cause le Sang de cette artere osseuse a pû être arrêté, on ne pourra pas l'attribuer aux stiptiques, ni aux escarotiques dont on ne s'est point servi. On ne dira pas que ce soit par l'approche ou l'approximation des parois de l'artere, puisqu'elles étoient infléxibles; on ne dira pas non plus que les chairs qui se sont formées & accruës dans les parois des vaisseaux, ou sur leurs bords, en ont bouché la cavité, ni que les chairs des environs, en croissant & s'approchant, en ayent fait la clôture, puisque le Sang a été arrêté d'abord, que depuis il n'a point coulé, & que les chairs ne commencent à se former que quelque temps après que la suppuration est bien établie; donc c'est par le moyen caillot, & non par celui des chairs que le Sang a été arrêté.

Dans l'amputation de la jambe, on coupe quelquefois l'artere qui perce le tibia dans sa partie postérieure supérieure, & qui fait souvent un pouce de chemin dans l'épaisseur, & suivant la longueur de l'os. Cette artere coupée dans son canal osseux, cause quelquefois une hémorragie qui inquiéte beaucoup ceux qui ignorent le passage de cette artere. J'en ai toûjours arrêté le Sang avec facilité, par le moyen de quelques tampons de charpie appuyés sur l'os, & soûtenus par des compresses assés élevées pour avoir part à la compression que fait le bandage.

Dans ces deux occasions *, sont-ce les chairs qui ont arrêté le Sang? Non, c'est le caillot, c'est lui qui dans ces deux cas, a retenu le Sang, non-seulement jusqu'à ce que les chairs se fussent suffisamment accruës pour couvrir le vaisseau, car cela ne suffisoit pas, mais jusqu'à ce que les chairs fussent assés solides pour résister à l'impulsion du Sang.

* De l'Artere ossifiée & de l'Artere cachée dans un canal osseux.

Il est à remarquer que le caillot commence à se former, aussi-tôt que le Sang est retenu dans son vaisseau; si bien que deux ou trois heures après, il est en état de retenir le Sang, comme on l'a vû dans d'autres occasions, & presque toutes les fois qu'on a été obligé de lever le premier appareil, peu de temps après l'avoir appliqué. Il n'en est pas de même de la regénération des chairs, qui ne commence qu'après que la suppuration est établie, & par conséquent long-temps après l'amputation.

Si l'hémorragie s'arrête par un caillot, & s'il faut que les chairs se regénérent, pour faire la réünion du vaisseau, le Chirurgien ne doit rien appliquer sur le moignon, qui ne favorise ces deux opérations de la Nature; car, si ce qu'il applique, est capable d'empêcher ou de retarder la coagulation du Sang & la suppuration, le caillot ne se formera pas, & la regénération des chairs se fera avec trop de difficulté & de lenteur.

Suivant ces principes, on conçoit bien d'abord que ce qui détruit les chairs, comme font les escarotiques, les détruit sans nécessité, & en pure perte; & que si on réüssit quelquefois par l'application de ces médicaments, ce n'est point par ce qu'ils font escare, mais parce qu'ils coagulent le Sang dans le vaisseau. De ce que je dis, on conclura que tout médicament qui ne fera que coaguler, sans brûler, doit être préféré aux escarotiques, & que s'il y en a qui puisse en même temps coaguler le Sang, & rétrécir la bouche du vaisseau, sans brûler, celui-là sera préféré à celui qui ne fera que coaguler le Sang, parce qu'il aura non-seulement l'avantage de former un caillot, mais aussi celui d'empêcher que le caillot ne sorte.

Ainsi les simples coagulans seront préférés aux escarotiques,

& les ſtiptiques ſeront préférés aux deux autres. Ce que je dis eſt dans la ſuppoſition que l'on n'ait point d'autres moyens à employer que ces trois médicaments. Car je ne penſe pas que les ſtiptiques, malgré leur double vertu, ſoient préférables ni à la ligature, ni ſur-tout à la compreſſion, telle que je l'ai pratiquée au S.r Seneuze, & à M. le Marquis de Rotelin; car la diſpoſition dans laquelle ſe trouvent les chairs, les arteres & le ſang immédiatement après l'amputation, eſt la plus favorable qu'on puiſſe déſirer, ſoit pour la ſuppuration qui précéde la regénération des chairs, ſoit pour l'union des bords des vaiſſeaux l'un à l'autre, de la façon que je l'ai
* en 1731. expliqué dans mon premier Mémoire*, ſoit même pour la formation du caillot auquel je me fierai davantage, lorſque le Sang aura été coagulé par lui-même, que lorſque ſa coagulation aura été procurée par quelque médicament que ce ſoit. C'eſt ce que j'ai expérimenté, & ce que je prouverai par les obſervations ſuivantes.

Tout le monde convient que toutes les parties du Sang ne ſont pas ſuſceptibles de coagulation; il eſt cependant vrai que quand on tire du Sang dans une palette, il ſe coagule d'abord tout entier; mais lorſqu'on le laiſſe repoſer, on voit que la ſéroſité ſe ſépare du caillot, de la même maniére que le petit lait ſe ſépare du lait caillé, la ſéroſité du Sang n'eſt donc point ſuſceptible de coagulation.

Les deux autres parties qui ſont la lymphatique & la globuleuſe, pour l'ordinaire, ſont enſemble un caillot qui nage dans la ſéroſité; & on pourroit croire que ces parties du Sang ſont toutes deux ſuſceptibles de coagulation, ſi nous n'avions pas obſervé pluſieurs fois au fond des palettes, & ſur-tout à l'ouverture des cadavres, que la partie globuleuſe & la ſéroſité conſervent quelquefois leur fluidité, pendant que la partie lymphatique eſt ſeule coagulée.

Il eſt ordinaire qu'à l'ouverture des cadavres, on trouve le Sang coagulé dans le cœur & dans tous les vaiſſeaux, tant veines, qu'arteres; mais cette coagulation n'eſt pas toûjours la même. Quelquefois la partie rouge & la lymphe exactement

mêlées,

mêlées; forment un caillot rouge & assés ferme; d'autres fois ces deux substances, quoique coagulées, sont presque exactement distinctes, & forment un caillot de deux couleurs; mais attendu que la lymphe est plus légére, la moitié supérieure de ce caillot est blanche, & l'inférieure est d'un rouge-brun, supposant que le cadavre se soit refroidi dans la situation horisontale, comme cela arrive ordinairement.

Si l'on examine le bassin dans lequel on vient de saigner du pied, on trouvera toutes les parties du Sang noyées dans l'eau chaude, & si l'on veut voir à l'instant quelle est la partie du Sang susceptible de coagulation, on n'a qu'à jetter un pot d'eau froide dans le bassin, & sur le champ, on verra la partie blanche se séparer de la partie rouge, & s'élever sur la surface de l'eau où elle forme des caillots très-durs, pendant que la partie rouge demeure universellement & exactement mêlée avec l'eau, & sans former aucuns caillots.

De ces expériences connuës de tout le monde, on peut conclure que la partie blanche est non-seulement plus disposée à la coagulation que la partie rouge, mais qu'elle est la seule qui se coagule, & que la partie rouge ne feroit point partie du caillot, sans la partie blanche qui la retient. Les différents degrés de consistence qu'on trouve dans les caillots en sont une seconde preuve. En effet, le caillot de toute la masse exactement mêlée a quelque consistence, mais lorsque la partie rouge & la partie blanche se sont coagulées, pour ainsi dire, séparément; le caillot blanc est très-dur, parce qu'il ne contient point de partie globuleuse, & le rouge est d'autant plus mol qu'il contient peu de lymphe; de maniére que quand la partie globuleuse & la sérosité restent fluides, & que la lymphe se coagule, le caillot est encore plus dur & plus blanc; ainsi les différents degrés de blancheur & de solidité des caillots dépendent du plus ou du moins de parties globuleuses que la lymphe retient, en se coagulant. Le caillot de la seule lymphe est donc plus ferme, & par conséquent plus durable que celui de la partie rouge & de la partie blanche mêlées ensemble; & il est donc plus avantageux que le caillot qui

arrête le Sang, ſoit fait de la partie blanche ſeule, que s'il eſt fait de l'une & de l'autre mêlées enſemble.

La pratique de la Chirurgie eſt conforme à toutes ces expériences. Il eſt de certaines maladies dans leſquelles le Sang eſt plus diſpoſé à former un ſolide caillot, que dans d'autres, comme ſont toutes les maladies où la lymphe eſt épaiſſie; par exemple, ſi l'on fait quelque opération à ceux qui ſont attaqués d'écrouelles, maladie où la lymphe eſt épaiſſie, on arrête le Sang avec facilité, & ce qu'il y a de particulier, mais que je n'entreprends pas d'expliquer aujourd'hui, c'eſt que lorſqu'on leur coupe quelque membre, ils en guériſſent preſque tous, & plus promptement que d'autres. J'ai obſervé la même choſe dans les opérations que j'ai faites à certains vérolés, & même à ceux qui étoient attaqués du ſcorbut au premier degré, lorſque le Sang n'eſt pas encore diſſout. Tous ces faits n'étonnent point, quand on ſçait que les uns & les autres de ces malades ont la lymphe fort épaiſſe, & qu'elle ſe coagule avec facilité.

Il eſt plus difficile d'arrêter l'hémorragie à ceux à qui on coupe les membres dans le jour même qu'ils ont été bleſſés, qu'à ceux à qui on ne les coupe que quelques jours après; parce que dans ceux-ci, la lymphe eſt plus diſpoſée à la coagulation, que dans les autres, dont le Sang n'a point ſouffert d'altération.

Lorſqu'un membre gangréné eſt coupé dans la partie morte, il n'y a point d'hémorragie, parce que le Sang eſt caillé dans une grande étenduë du vaiſſeau, & le caillot y eſt blanc & dur, par conſéquent lymphatique, comme on le prouve par les obſervations ſuivantes.

M. Martial Chirurgien-Major de l'Hôpital de Tournai, en 1694, coupa les deux jambes à une pauvre femme (elles étoient gangrénées), & il les lui coupa toutes deux dans la partie morte; il n'y eût point d'hémorragie à l'amputation de la premiére jambe, & il n'y en auroit point eu à celle de la ſeconde, ſi, après avoir coupé, il n'avoit tiré un petit corps rond, dur & blanc, qu'il prenoit pour un bout de nerf

ou de tendon, & qui se trouva être un caillot de 3 pouces de longueur. La colomne du Sang l'avoit poussé, & il sortoit du vaisseau, de la longueur de 7 à 8 lignes. Alors l'artere d'où il fut tiré n'étant plus bouchée, le Sang jaillit, mais fut arrêté par les moyens ordinaires.

Nous avons plusieurs exemples de membres amputés pour cause de gangréne *, à qui il n'y a point eu d'hémorragie, quoiqu'on ait amputé dans le vif, & même assés avant, parce que le caillot ne se borne pas à la partie morte, il s'étend quelquefois fort avant dans la partie vivante, jusqu'où la disposition inflammatoire s'étend. Car on remarquera que dans tous les cas dont on vient de parler, s'il n'y a pas toûjours inflammation apparente, le Sang y est au moins très-disposé, & l'expérience nous montre tous les jours que l'hémorragie qui arrive aux opérations qu'on fait dans des cas d'inflammation est plus facile à arrêter, que celle qui arrive aux opérations qu'on fait à des personnes qui d'ailleurs sont en santé.

* *Mad.e Huly. La Dame Tredaine, religieuse de S.t Elisabeth.*

De toutes ces observations, il résulte que la lymphe est la seule partie du Sang susceptible de coagulation, & que le caillot est plus solide, & par conséquent plus convenable pour boucher le vaisseau, lorsqu'il est formé de la seule lymphe.

Il s'agit de prouver présentement, que lorsque le Sang se coagule par lui-même, le caillot est plus convenable pour arrêter le Sang, ou, ce qui est la même chose, que le caillot est plus lymphatique, quand le Sang se caille par lui-même, que lorsqu'on s'est servi de quelque médicament que ce soit.

Pendant que le Sang arrêté dans le vaisseau, conserve sa fluidité, la lymphe & la partie globuleuse du Sang se séparent, comme il a été dit, parce que leurs différents degrés de pesanteur, obligent l'une de descendre, & l'autre de s'élever; & comme ni l'une, ni l'autre, ne circulent plus, elles perdent de leur fluidité peu à peu, & se coagulent chacune de leur côté.

Comme cette séparation ne se fait que pendant que le Sang est encore fluide, il est avantageux que cette fluidité subsiste, au moins jusqu'à ce que la plus grande partie de la lymphe

ait abandonné la partie globuleuſe. Car, s'il étoit poſſible que la fluidité ſe conſervât juſqu'à ce que toute la lymphe fut élevée au-deſſus de la partie globuleuſe ; alors il n'y auroit qu'un caillot blanc, & de pure lymphe. La partie globuleuſe & la ſéroſité reſteroient fluides, puiſqu'elles ne ſont ſuſceptibles de coagulation, qu'autant qu'il reſte quelque portion de lymphe mêlée avec elles. Cela étant, il ne faut rien appliquer ſur le vaiſſeau qui ſoit capable de faire perdre trop tôt au Sang ſa fluidité. Les ſtiptiques, les eſcarotiques, & autres médicaments coagulans ne conviennent donc point, parce qu'agiſſant trop bruſquement, ils ne donnent point à la lymphe, le temps de ſe ſéparer de la partie rouge. Elles ſe coagulent enſemble, ce qui forme un caillot mol, ſans conſiſtence, peu adhérant, & qui ſouvent ne bouche pas exactement le vaiſſeau, juſqu'à ce qu'il ſoit réüni ou bouché par les chairs.

Ainſi pour arrêter les hémorragies, il ne faut autre choſe qu'un appareil compreſſif qui empêche le Sang de ſortir du vaiſſeau ; alors le Sang arrêté ſe coagulera peu à peu, la lymphe ſe ſéparera, & le caillot ſera tel qu'il doit être, capable d'empêcher que le Sang ne ſorte, même dès le premier jour ; ce qu'il ne faut pourtant point éprouver. Il eſt plus prudent d'attendre que l'appareil, humecté par le ſuintement de la playe, n'ait aucune adhérence avec le moignon. On ne court point riſque de détruire, ou les réünions commencées, ou les adhérences du caillot. Quand le premier appareil eſt levé, il faut appliquer le ſecond très-promptement, afin que le caillot toûjours ſoutenu par la compreſſion, conſerve ſes adhérences, & réſiſte à l'impulſion du Sang, juſqu'à ce que les chairs accruës ſoient ſuffiſamment affermies. Il étoit du moins abſolument néceſſaire que cela fût ainſi dans les deux cas rapportés au commencement de ce Mémoire, où l'on avoit à retenir le caillot dans deux arteres dont les parois ne pouvoient s'approcher, parce que l'une étoit oſſifiée, & l'autre renfermée dans un canal oſſeux. Dans de pareilles occaſions, on doit faire une compreſſion très-forte, puiſque le diametre

du vaisseau est resté le même, lorsqu'au contraire, quand le vaisseau est pliant, une médiocre compression suffit.

Mais dans tous les cas, il est d'une nécessité absoluë de procurer un très-grand repos au malade & à la partie coupée; & pour cela, il faut placer le moignon si commodément, qu'on ne soit point obligé de le changer de place que le plus tard qu'on peut; parce qu'en le changeant de situation, l'on troubleroit la formation du caillot. Mais en le plaçant, on observera toûjours que le bout du vaisseau coupé soit, autant qu'il est possible, tourné vers l'horison, non-seulement parce que le Sang ayant sa pesanteur à vaincre, agira moins contre le caillot, mais encore parce que le caillot en sera plus dur, plus solide & placé plus favorablement. Il en sera plus solide, puisque quand le Sang se caille par lui-même, la partie blanche qui le forme, est pure, & presque entiérement séparée de la partie rouge; & il sera placé favorablement, puisque la partie blanche qui est plus légére que la rouge, s'élevera près de l'extrémité du vaisseau, qui est le lieu le plus avantageux que puisse occuper le caillot.



NOUVELLES EXPÉRIENCES SUR LE BORAX,

Avec un moyen facile de faire le Sel Sédatif, & d'avoir un Sel de Glauber, par la même opération.

Par M. GEOFFROY.

19 Mai 1732.

LE Borax eſt un Sel, dont la compoſition ou naturelle ou artificielle, eſt peu connuë; l'Hiſtoire naturelle, tant ancienne, que moderne, nous fournit ſur ce Sel étranger, peu d'éclairciſſements; & de ce qu'elle en rapporte, nous ne pouvons conclurre que ce ſoit la véritable Chryſocolle des anciens, quoique les Eſpagnols qui travaillent les Mines du Chily, les Vénitiens, & d'autres modernes, lui donnent encore ce nom qu'ils ont pris dans l'ancienne Hiſtoire naturelle.

Pline, en parlant de la Chryſocolle de ſon temps, la diviſe en deux eſpeces. La naturelle qui ſe tiroit des Mines de Cuivre. L'artificielle qu'on faiſoit, en agitant & en triturant de l'urine de jeunes enfans, dans des mortiers de bronze.

Paul Herman, dans ſa matiére médicale *(de l'édition de Straſbourg, de 1726, p. 651.)* dit qu'on fait le Borax aux Indes Orientales, d'une terre nitreuſe; qu'après l'avoir calcinée, & miſe en poudre, on la fait bouillir, & qu'on en fait une forte leſſive; qu'on l'expoſe enſuite à l'air, pour la faire criſtalliſer; que ce Sel ne ſe perfectionne pas davantage dans le Païs, & que c'eſt dans les lieux où on le tranſporte, qu'on le purifie.

A ces deux deſcriptions, & principalement à celle de Pline, on ne reconnoît pas le Borax d'à préſent; car, par les eſſais que j'ai faits ſur la ſolution de ce ſel dans l'eau ſans addition, je n'y ai pû trouver aucun atôme de Cuivre; quoiqu'il dût y en avoir conſidérablement, ſi c'étoit la Chryſocolle de Pline.

Je ne trouve pas non plus qu'il puiſſe être fait d'une terre nitreuſe (priſe dans le ſens, & ſelon les propriétés de notre

Nitre d'à présent), parce qu'il cristalliseroit autrement, & fuseroit sur le Charbon; que si M. Herman entend par le Nitre des Indes, le Nitre d'Agra, & de quelques autres endroits des Indes Orientales, qui est un *Natrum*, & par conséquent, un fort alkali, le Borax seroit un Sel alkali beaucoup plus sensible, & auroit un goût beaucoup plus âcre, à moins qu'en fabriquant ce sel, on n'ajoûte au *Natrum* quelque matiére qui adoucisse cette âcreté, & en fasse un sel salé imparfait où l'alkali domine encore.

Feu mon Frere a dit, dans les leçons qu'il dictoit au College Royal, sur la matiére médicale, & d'après des Mémoires qu'il avoit eûs d'un voyageur Allemand, nommé M. *Naeglin*, bon Naturaliste, qui avoit fait beaucoup de recherches sur ce Sel, tant aux Indes, qu'à Venise où on le purifioit autrefois, « que le Borax se tiroit de divers endroits des Indes Orientales, « mais en plus grande quantité des Etats du Mogol, & de la « Perse; qu'en différentes contrées de ces deux Etats, il couloit « lentement de plusieurs Mines, & principalement de celles de « Cuivre, une eau saline, trouble & verdâtre qu'on recueilloit « avec soin; qu'après l'avoir évaporée jusqu'à une certaine con- « sistence, on la versoit dans des fosses creusées en terre, & « enduites d'une pâte, composée du limon déposé des mêmes « sources minérales, & de la graisse des Animaux; qu'on re- « couvroit ces fosses d'une épaisseur convenable, de la même « pâte; qu'au bout de quelques mois, on les ouvroit, qu'on « trouvoit l'eau évaporée en partie, & le Sel de Borax cristal- « lisé; qu'on en retiroit ces cristaux encore mêlés ou recouverts « de ce limon gras, & qu'on nous l'apportoit des Indes en « cet état. «

Nos Commerçans tirent aussi du Borax, de la Chine, où il coûte peu; ce qui feroit soupçonner que ce seroit un Sel naturel dans le Païs, ou du moins d'une fabrique très aisée.

On raffine à présent ces différents Borax en Hollande, mais ce n'est pas un sécret propre aux Hollandois, puisqu'il y a un particulier, dans le Fauxbourg S.t Antoine, qui en a raffiné & qui en a livré aux Marchands, d'aussi beau & d'aussi

pur que celui de Hollande. En cet état de purification parfaite, il est transparent comme le Cristal de Roche.

Brut, tel qu'on l'apporte des Indes, ses cristaux sont ordinairement gros comme des avelines, d'une couleur verdâtre, sale & obscure, comme la pierre de Lâre de la Chine, ou comme le Jade verd-pâle. Ils sont tous chargés d'impuretés, de terrestréités, & enduits d'une matiére grasse, qui est peut-être celle de la pâte dont je viens de parler, ou quelqu'autre graisse dont on les a recouverts, pour les empêcher de se calciner, & de se réduire en farine, pendant leur transport dans ces Païs chauds. Car on sçait que le Borax se calcine aisément à l'air, aussi-tôt qu'après l'avoir lavé dans l'eau froide, on l'a dégagé de son enveloppe onctueuse, laquelle blanchit l'eau, & s'y dissout comme le Savon.

Les cristaux de ce Sel ont la figure d'un prisme oblique à six faces, dont la base a six côtés, tels que les côtés opposés sont paralleles & égaux. Le grand diametre ou la longueur de cette base est à peu-près double, & quelquefois plus que double de sa largeur. Une singularité de ces cristaux, est que si l'on considére les deux plans opposés qui peuvent réciproquement servir de base, on apperçoit un petit côté de ce plan ou arrête de ce solide, émoussé dans toute sa longueur, & quelquefois aussi l'angle aigu qui l'avoisine, & les deux arrêtes ainsi émoussées, une dans chaque plan, sont tellement situées qu'elles sont diamétralement opposées. Quoique cela ne soit pas exactement vrai dans tous ces cristaux, on voit cependant qu'ils affectent assés généralement cette figure. Le plus grand diametre de la base des plus gros que j'aye pû trouver a environ 10 à 12 lignes, & le petit diametre ou celui qui marque l'épaisseur a 5 ou 6 lignes. La longueur n'est pas toûjours proportionnée à la grandeur de la base; car, tel dont le grand diametre de la base n'a que 8 lignes, en a 13 à 14 de hauteur, & tel autre, dont le grand diametre de la base a 12 lignes, n'a que 10 lignes de hauteur*.

* *Voyés les figures de ces cristaux dans la Table.*

Il y a des cristaux qui ne sont pas, à beaucoup près, si gros, il y en a même d'aussi petits que des grains de millet.

Comme

Comme il y a grande apparence que ce Sel s'est formé dans une liqueur trouble ou bourbeuse, on y trouve, en le dissolvant, beaucoup de terre grossiére, ou de sable, & sa couleur verdâtre disparoît, si on le cristallise de nouveau.

Voilà à peu-près tout ce que je puis dire de l'extérieur du Borax. Quant à son intérieur, qui a été l'objet des recherches de la plûpart des Chymistes de l'Europe, je n'en pourrois rien dire que par conjectures. Becher semble avoir connu la composition de ce Sel, si ce n'est point au hasard qu'il a dit dans sa *Physica subterranea* (édit. de Leips. p. 542.) & dans son *Alphabetum minerale, p. 115.* » Que l'acide universel dissolvant « une pierre ou terre fusible, forme le Borax, comme il forme « l'Alun, lorsqu'il rencontre une terre propre à faire la chaux. «

Sur cette idée, j'ai tenté quelques expériences dont je ferai part si elles réussissent.

Peut-être aussi quelque jour, le Borax se découvrira-t-il à nos yeux, dans des matiéres où l'on ne soupçonne pas qu'il puisse être; comme on a trouvé le Sel de Glauber, & le Tartre vitriolé dans des Eaux minérales, dans des Plantes, & dans d'autres mixtes naturels.

M. Homberg a crû que le Borax étoit un Sel urineux minéral. M. Lémery le pere, l'a qualifié de Sel moyen, qui ne fermentoit ni avec les acides, ni avec les alkalis; & en dernier lieu, M. Lémery l'a défini un Sel alkali, parce qu'il précipite la terre métallique des Vitriols, & la terre de l'Alun presque aussi-bien que le peut faire le Sel de Tartre. Il a fait voir aussi que le Borax se sublimoit, non-seulement avec l'acide vitriolique, mais avec les autres acides minéraux, & avec le vitriol blanc. Ainsi il ne s'agit ici que de quelques moyens particuliers qui facilitent l'opération du Sel sédatif de M. Homberg, de différentes observations que j'ai faites en sublimant ce Sel, & de quelques phénomenes que j'ai remarqués dans les procedés repetés de cette opération.

Le Borax purifié se calcine à l'air, comme l'Alun; il se dissout moins facilement que lui dans l'eau froide, mais beaucoup plus vîte dans l'eau chaude.

Lorsqu'on verse de l'eau bouillante sur des cristaux entiers de Borax, mis dans un vaisseau capable de supporter la chaleur de l'eau, ces cristaux s'écartent en pétillant, selon la longueur de leurs prismes, & les parties qui s'en détachent se précipitant à mesure que les cristaux se divisent, elles se collent au fond du vaisseau assés fortement pour qu'on ait de la peine à les en détacher : d'où l'on peut conjecturer qu'il y a toûjours une viscosité naturelle dans le Borax.

La solution de ce Sel n'agit pas sur les métaux parfaits. Tenuë dans la bouche, elle y développe un goût urineux, comme le fait le Sel de la Soude; mais d'une maniére moins sensible que ce dernier. Lorsque cette solution est faite à grande eau, il s'en précipite une terre blanche extrêmement fine.

Le Borax poussé au grand feu, se boursouffle, blanchit, se calcine comme l'Alun; puis il prend la forme de verre. En cet état, il perd près de la moitié de son poids, c'est-à-dire, près de huit onces par livre. M. Lémery n'a trouvé cependant que sept onces de diminution; mais cette différence vient, sans doute, du plus ou du moins d'humidité que les différents Borax retiennent dans leurs cristallisations.

Cette espece particuliére de verre de Borax est dure, compacte, transparente comme du verre ordinaire. Ce n'est cependant qu'un Sel privé de son flegme, qu'il reprend aisément à l'humidité de l'air, puisqu'il s'y ternit, qu'il y perd sa transparence, & qu'au bout de quelque temps il est à l'extérieur comme un autre Borax qui n'auroit pas été fondu à grand feu.

Les liqueurs acides attaquent ce verre, & agissent sur lui comme sur les verres de mauvaise fabrique dont j'ai parlé dans un de mes Mémoires. Feu M. Lémery ayant remarqué que ce verre de Borax se dissolvoit totalement dans l'eau chaude, & qu'il se recristallisoit ensuite, j'ajoûte à cette remarque qu'il ne petille pas dans l'eau bouillante, comme il le fait avant que d'être vitrifié, & qu'il y dépose une terre fine en plus grande quantité que ne le fait le Borax non-vitrifié.

De tous les sels, nous ne connoissons jusqu'à présent que

le Borax qui sans addition prenne cette forme de verre au grand feu; d'où l'on peut conjecturer, d'après Becher, qu'il auroit pour base cette terre fusible dont il parle, mais en même temps que les parties intégrantes de cette terre étant trop tenuës, ne présenteroient pas à l'impression de l'air & à l'action des liqueurs acides des surfaces assés solides pour leur résister.

On remarque aussi que le Borax, qui par quelques-uns est employé comme fondant dans la composition des cristaux factices, leur communique à la longue le défaut qu'a son verre de se ternir à l'air, & que c'est à tort qu'on l'y employe: par la même raison c'est mal-à-propos que quelques Artistes le font entrer dans le verre d'Antimoine: car quoiqu'il le rende plus transparent d'abord, il le ternit ensuite, & se calcine.

Le Borax ne fermentant ni avec les acides, ni avec les alkalis, auroit pû être regardé comme un sel salé ou moyen. Mais ayant été examiné avec plus de soin, on a vû qu'il étoit un alkali, non seulement, comme on l'a déja dit, parce qu'il précipite la terre métallique des Vitriols, la terre de l'Alun & la terre de l'eau de Chaux, mais aussi parce que sa solution verdit le suc des fleurs de Violette; qu'il développe, comme le sel de Tartre, l'urineux du sel ammoniac; qu'il precipite en couleur citronnée la dissolution du Mercure par l'esprit de Nitre, quoique sans fermentation sensible.

Si on étend cette derniére dissolution, ainsi précipitée, dans de l'eau commune, la liqueur s'éclaircit davantage, & le précipité prend une couleur grise ardoisée; ce qui prouve un alkali dans le Borax, puisque dans cette expérience il agit encore comme le sel de Tartre; de plus, comme lui, il fait avec la solution du sublimé corrosif un précipité rouge orangé.

Le Borax précipite assés vîte le Fer & le Cuivre dissouts, mais très-lentement l'Or & l'Argent; il ne régalise point l'esprit de Nitre, mais il n'empêche point sa régalisation par le Sel ammoniac. L'Or dissout dans une eau Régale où l'on a mis le Borax se soûtient assés bien dans son dissolvant. Cependant il y pâlit, apparemment par la même raison que ce sel

fait pâlir l'Or dans la fonte. Le Borax qui se trouve de trop dans cette liqueur se précipite en feuillets : l'Or se précipite aussi, mais ce n'est qu'après plusieurs jours.

A l'égard de l'Argent, il ne met aussi aucun obstacle à sa dissolution dans l'Esprit de Nitre, & je ne me suis point apperçû encore qu'il le précipitât, à moins qu'il ne le fasse à la longue.

Quant aux matiéres terreuses, il ne les précipite guéres plus promptement que les métaux imparfaits qui ont été dissous par les acides. Il faut un poids égal de Borax & d'Alun pour précipiter la terre de ce dernier ; c'est-à-dire, que la solution de quatre onces de l'un, & de quatre onces de l'autre ayant été filtrée, il s'est précipité une terre mucilagineuse, fine, blanche, qui séchée, pesoit 7 gros 50 grains, ce qui ne se seroit pas fait avec un moindre poids de Borax. Après quelque temps d'évaporation à l'air, il s'est encore trouvé un peu de terre plus jaune au fond du vaisseau.

En cherchant la juste proportion de poids du Borax avec celui des Vitriols, pour faire exactement la précipitation de leur terre métallique, j'ai trouvé qu'il a fallu trois parties de Borax sur deux de Vitriol bleu, c'est-à-dire, une once & demie de l'un, & une once de l'autre, pour faire la précipitation de la terre cuivreuse. Ce précipité est devenu de couleur bleuë-verdâtre, & chaque gros de ce Vitriol a fourni 33 grains de sa terre métallique, semblable à la cendre bleuë des Peintres.

La même dose a été nécessaire pour faire la précipitation du Vitriol blanc, lequel m'a donné une terre légére & blancheâtre qui, séchée comme la précédente, s'est trouvée de même poids que celle du Vitriol bleu.

Comme la précipitation complette de la terre ferrugineuse du Vitriol vert est plus difficile à faire, du moins avec précision, j'en ai pris une plus grande dose, & il m'a fallu trois livres de Borax sur une livre de Vitriol, pour précipiter cette terre au point que la solution des deux Sels demeurât limpide. Cette terre précipitée, de couleur jaune-orangée au dessous

de sa pellicule, ayant été parfaitement séchée à l'air, s'est trouvée peser six onces un gros & quelques grains.

Par ces doses amenées petit à petit au point de précision que je cherchois, j'ai été sûr d'avoir précipité toutes les parties métalliques ou terreuses de ces sels, en sorte que leur solution n'avoit plus de saveur métallique, & que l'acide vitriolique uni au Borax n'avoit plus qu'un goût salé.

J'ai parlé ci-dessus de la précipitation de la terre de l'eau de chaux par le Borax; j'avois pris deux livres cinq onces six gros de cette eau, & une once de Borax dissoute dans neuf à dix onces d'eau : les deux liqueurs étant confonduës ensemble, il s'en est précipité trente-six grains d'une premiére terre très-blanche.

La liqueur du mêlange étant décantée de dessus cette premiére terre précipitée, & ayant été mise à évaporer, il s'est précipité encore une seconde terre légére, feuilletée & argentine, quoiqu'un peu jaunâtre, & dans cette terre, le Borax s'est recristallisé en cristaux mieux formés qu'ils n'ont coûtume de l'être, lorsqu'il se cristallise sans aucune addition, par des évaporations lentes. Il paroît par cette observation que pour la cristallisation plus parfaite de certains Sels, il est nécessaire qu'il y ait dans leur solution, une terre qui leur soit surabondante.

Tous les mêlanges du Borax avec l'acide vitriolique, & avec les acides du Nitre & du Sel marin, nous donnent le Sel sédatif, en suivant le procedé indiqué énigmatiquement par Becher, trouvé par M. Homberg, & étendu à tous les acides minéraux par M. Lémery. Ce Sel fait par la sublimation, selon ces procedés, est un assemblage de fleurs salines que j'aurai lieu dans la suite, de comparer aux fleurs de Benjoin. Elles sont si fines & si légéres qu'elles nagent sur l'eau, & qu'elles ne s'y dissolvent que quand l'eau est chaude.

Le Sel sédatif est un Sel salé parfait, qui n'altére point la couleur du suc des Violettes, qui n'agit point sensiblement sur la solution du Sublimé corrosif, ni sur la dissolution du Mercure par l'Esprit de Nitre, & ce n'est qu'au bout d'un

long temps qu'il s'y fait un précipité jaune-citron, semblable à celui que fait le Borax. Il y a pourtant quelque différence entr'eux; car le précipité que le Sel sédatif a donné, n'a point changé de couleur dans les lotions avec beaucoup d'eau, comme a fait le précipité fourni par le Borax. Ainsi il est parfaitement semblable, quant à cette expérience, à de pareils précipités faits par le Sel de Glauber & le Tartre vitriolé; car ces deux derniers sels précipitent l'un comme l'autre, le Mercure dissout par l'Esprit de Nitre.

Le Sel sédatif est précédé par différentes liqueurs pendant qu'il est sur le feu pour se sublimer. La premiére n'est qu'un flegme un peu gras qui a l'odeur du savon, mais qui n'opere rien dans les essais. Celle qui vient ensuite avec les premiéres fleurs, trouble en blanc, quoiqu'à la longue, la dissolution du Mercure. Il se dépose un précipité très-léger, de peu de volume, d'un blanc un peu jaunâtre, semblable au précipité fait par l'Esprit de Vitriol foible, mais qui jaunit, comme je viens de le dire, au lieu que ce dernier ne jaunit point.

Le Sel sédatif, dissout dans l'eau chaude, se recristallise, lorsqu'elle est froide, en nouveaux flocons de feuillets brillants qui ne different des fleurs de la sublimation, qu'en ce qu'ils sont plus épais & plus pesants; & c'est cette derniére observation qui m'a indiqué le moyen facile d'avoir le Sel sédatif par cristallisation. Mais avant que d'en décrire le procédé plus au long, je continuerai le détail de toutes les autres observations qui ont rapport à la sublimation de ce sel.

Pour faire cette sublimation avec plus d'exactitude, il faut se servir d'une cornuë de verre à col large, mettre dedans quatre onces de Borax en poudre fine, verser dessus une demi-once d'eau commune seulement, parce que j'ai observé qu'il est inutile de dissoudre le Borax dans l'eau, comme on fait ordinairement, & qu'il suffit que la masse saline soit humectée comme une pâte mole; on y ajoûte ensuite une once deux gros d'huile de Vitriol concentrée, & l'on place la cornuë à un feu de reverbere modéré d'abord, & qu'on augmente ensuite par degrés jusqu'à faire rougir la cornuë. De cette maniére,

le Borax étant étendu dans beaucoup moins d'eau, & resserré dans un plus petit espace que dans les cucurbites, suivant le procédé ordinaire; l'acide vitriolique l'attaque plus vîte, & le pénetre plus aisément.

Il passe d'abord dans le récipient environ une once d'humidité aqueuse, puis le sel volatil monte avec les derniéres humidités qui s'élevent encore de la masse saline; ce qui fait qu'une portion de ce sel se résout avec ce second flegme, & passe avec lui dans le récipient; mais la plûpart de ses fleurs salines s'attachent à la premiére partie du col de la cornuë qui sort de l'échancrure du fourneau: elles s'y accumulent en se poussant insensiblement les unes les autres, ensorte qu'elles bouchent légerement cette portion du col occupée. Alors celles qui montent, lorsque le col est bouché, n'ayant plus d'air extérieur qui les rafraîchisse en les condensant, & se trouvant placées d'ailleurs dans la partie postérieure du col de la cornuë qui est la plus exposée au feu, elles s'y attachent & s'y vitrifient en quelque maniére, de sorte qu'elles y forment un cercle d'un sel fondu & mat: dans cet arrangement les fleurs du Sel sédatif semblent partir de ce cercle, & l'avoir pour base. Elles y sont en lames extrêmement minces, brillantes, très-légeres, & s'en détachent aisément avec une plume.

Lorsqu'on les a retirées & mises à part, si l'on veut continuer l'opération avec le même mêlange, il n'y a qu'à remettre sur la masse saline restante environ deux onces d'eau, ce qui suffit pour r'humecter ce sel resté dans la cornuë, qu'il faut replacer dans le fourneau pour recommencer la précédente opération. Je n'y employe que de l'eau commune, parce que je conserve à part la liqueur recueillie dans le récipient, qui contient beaucoup de Sel sédatif passé avec elle, pour l'en retirer ensuite par évaporation & cristallisation.

Mais sans replacer la cornuë au feu, on peut tirer de la masse saline calcinée qui est restée au fond, tout le Sel sédatif qu'elle contient encore, en le faisant dissoudre dans une suffisante quantité d'eau qu'il faut filtrer, pour séparer une terre brune qui se précipite à chaque fois que l'on dissout la masse

lorſqu'elle a été calcinée : on l'évapore enſuite, & on la fait criſtalliſer, ainſi que je le dirai plus au long ci-après.

J'ai dit que le Vitriol vert abandonnoit ſa terre ferrugineuſe plus difficilement que les autres Vitriols n'abandonnoient leur terre métallique, & qu'il m'a fallu employer trois livres de Borax ſur une livre de couperoſe verte pour en précipiter totalement ſa terre, & pour avoir les ſolutions limpides; j'ajoûte à cette obſervation que ſans cette précipitation préliminaire, on parvient difficilement à faire la ſublimation du Sel ſédatif par le mêlange de ces deux ſels, parce qu'il n'y a que la partie acide du Vitriol qui ſerve dans l'opération ; & comme j'avois remarqué qu'il falloit un peu plus d'une once d'huile de Vitriol concentrée ſur quatre onces de Borax pour la ſublimation du Sel ſédatif, il me falloit un même rapport d'acide en employant le Vitriol vert lui-même ; or ce rapport d'acide ne ſe trouve exactement que dans l'opération elle-même : car ayant mis quatre onces de Vitriol vert avec deux onces de Borax, & ayant mêlé les ſolutions de ces deux ſels dans une cucurbite, la premiére ſublimation n'a fourni qu'une petite quantité de fole farine. J'ai refondu la maſſe, & l'ai miſe à ſublimer, ce que j'ai répété encore deux fois ſans pouvoir faire monter le Sel ſédatif, quoiqu'à chaque ſolution de la maſſe dans l'eau il ſe précipitât beaucoup de terre ferrugineuſe que j'ai ſéparée par le filtre ; mais à la quatriéme ſolution & ſublimation, cette terre métallique étant ſuffiſamment précipitée, il s'eſt élevé aſſés conſidérablement de Sel ſédatif en lames brillantes & bien formées : donc il a fallu que cette terre fût ſéparée par précipitation de la partie acide du Vitriol pour que cet acide pût agir ſur le Borax comme l'huile de Vitriol y agit d'abord.

Je ferai obſerver auſſi que la maſſe ſaline dont il eſt queſtion préſentement, fournit moins de Sel ſédatif à la ſept ou huitiéme ſublimation, mais que l'ayant expoſée à l'air humide pendant ſept ou huit jours, & remiſe enſuite au feu, elle m'a donné du Sel ſédatif en plus grande quantité que dans les précédentes ſublimations.

Cette

Cette terre métallique précipitée est un safran de Mars très-fin qui retient encore du Sel sédatif, & je crois qu'on pourroit le regarder comme le soufre narcotique du Mars, suivant l'idée des Auteurs qui en ont écrit; du moins il s'enflamme aisément, & il donne aussi à la flamme une couleur verte qu'on ne doit attribuer qu'au Borax, comme je le dirai à la fin de ce Mémoire.

De tous les Vitriols il n'y en a point qui fournisse plus de Sel sédatif dans l'opération de la sublimation, que le Vitriol bleu: il est vrai que le Sel sédatif ne monte pas à la premiére & à la seconde sublimation; mais comme deux solutions sur le feu suffisent pour dégager sa terre cuivreuse de l'acide vitriolique, l'union de cet acide avec le Borax se fait plus vîte que dans l'opération avec le Vitriol vert.

Après le Vitriol bleu & le Vitriol vert, c'est l'Alun qui fournit le plus de Sel sédatif, mais les fleurs de ce sel sont plus fines, plus serrées & plus pesantes.

Enfin le Vitriol blanc en fournit moins que tous les précédents.

Je suis assûré de ces rapports, parce que j'ai travaillé tous les mélanges de ces sels vitrioliques avec le Borax dans des cucurbites de même grandeur, & placées toutes à un même feu & dans le même temps. J'observerai en passant que le Vitriol blanc & l'Alun cassent les cucurbites à chaque sublimation : quoique le Vitriol bleu les casse aussi quelquefois, il dédommage par la quantité de Sel sédatif qu'il fournit, beaucoup plus beau que les autres.

Je reviens à la précipitation de la terre martiale du Vitriol vert par le Borax, considérée en elle-même, & sans avoir égard au rapport qu'elle peut avoir avec l'opération du Sel sédatif. Ayant fait ma dissolution, comme je l'ai déja dit, de trois livres de Borax & d'une livre de Vitriol, pour faire la précipitation aussi complete qu'il étoit possible, de la terre métallique, j'ai filtré la liqueur, & l'ai mise à évaporer. Amenée au point de cristallisation, elle est devenuë un peu rousse, mais elle n'a rien précipité. Il s'est cristallisé environ une livre &

demie de Borax surabondant. La liqueur ayant été décantée de dessus ces cristaux, & remise à évaporer dans des cucurbites garnies de leurs chapiteaux, il ne s'est rien sublimé. J'ai redissout la masse saline desséchée, dans de l'eau chaude; & dans la liqueur refroidie il s'est formé des cristaux de sel de Glauber. Cette singularité m'a fait chercher ce qu'étoit devenuë la matiére propre à faire le Sel sédatif, qui auroit dû du moins se cristalliser, puisque je n'avois rien perdu de mes mêlanges que la terre métallique restée sur les filtres, & c'est effectivement dans cette terre que je l'ai retrouvée.

J'ai pris toute cette terre, je l'ai imbibée d'un peu d'eau, après l'avoir fait entrer dans une cornuë que j'ai posée au feu de réverbere, & j'en ai retiré, en répétant l'opération & en imbibant à chaque fois, une quantité assés considérable de Sel sédatif semblable à celui des précédentes opérations. Ce qui confirme ce que j'ai déja dit par conjecture, que cette terre ferrugineuse précipitée par le Borax pourroit être le vrai souffre narcotique du Mars.

Après avoir séparé le Sel de Glauber de la liqueur filtrée dont je viens de parler, celle qui reste mise à évaporer devient grasse, & ne se cristallise plus. Si on en continuë l'évaporation, elle se desséche en une matiére saline grenuë & sableuse qui ne donne aucune forme de cristaux, à la réserve de quelques-uns, très-petits, qu'on y retrouve encore, & qui sont des cristaux véritables de Borax, enduits d'une eau-mere de Vitriol.

Cette liqueur qui ne cristallise pas, mise à sublimer dans des cucurbites, ne donne pas de Sel sédatif. Mais si on jette dessus de l'huile de Vitriol, il se fait un *coagulum* blanc sans fermentation; ce *coagulum* étendu dans l'eau chaude s'y dissout, & en refroidissant, il s'y forme sur le champ, des lames de Sel sédatif.

Si au lieu de trois livres de Borax sur une livre de Vitriol, on met le même poids de Borax sur deux livres de ce dernier sel, on aura d'abord tout le Sel de Glauber que le mêlange peut fournir, sans qu'il s'en sépare aucuns cristaux de Borax,

& à la fin de la criſtalliſation, on trouvera cette eau-mere dont je viens de parler; mais il faut, pour bien faire réuſſir cette criſtalliſation, mettre le mêlange pendant quelque temps ſur un feu aſſés vif, afin de faire précipiter ſuffiſamment la terre du Vitriol.

Ce Sel de Glauber n'eſt pas différent du Sel de Glauber ordinaire, quant à ſa forme extérieure; mais l'ayant mis fondre dans un creuſet, j'y ai trouvé quelque différence. Il ne s'y fond pas ſi facilement, & il m'a paru qu'il y reſtoit encore quelque peu de Borax, qui ſe vitrifiant pendant que l'autre ſel eſt en fonte, ſe diſtingue aiſément au milieu de la maſſe blanche fonduë du Sel de Glauber, où il paroît en gouttelettes brillantes.

Quoi qu'il en ſoit, ce Sel de Glauber eſt une découverte, & je ne ſçais que M. Heinkel qui en ait parlé avant moi; c'eſt dans ſon Livre intitulé *Flora ſaturniſans*, imprimé à Leipſick en 1722. Il y dit que ſon ami M. Meuder, Medecin & Chimiſte à Dreſde, avoit fait par le Borax & l'huile de Vitriol, un Sel de Glauber pareil à celui qu'on fait à l'ordinaire par le Sel commun & l'huile de Vitriol, & ſemblable au Sel d'Epſom, mais il ne dit point qu'on en ait fait auſſi aiſément par les ſolutions du Borax & du Vitriol. M. Groſſe, de cette Académie, a trouvé auſſi le même ſel par le procédé de M. Meuder, dont il n'avoit pas encore eu la communication.

C'eſt par l'union de la même huile de Vitriol & du Borax (qui m'a donné auſſi un Sel de Glauber dont je parlerai ci-après) que j'ai eu le Sel ſédatif par criſtalliſation. En voici le procédé, qui peut être utile au public, & principalement dans les Hôpitaux, où l'on conſomme aſſés conſidérablement de ce ſel, qui eſt difficile à faire en quantité ſuffiſante par la ſublimation.

Je fais diſſoudre quatre onces de Borax raffiné dans une ſuffiſante quantité d'eau chaude; enſuite j'y verſe une once deux gros d'huile de Vitriol bien concentrée qui y tombe avec bruit: après avoir laiſſé évaporer quelque temps ce mêlange, le Sel ſédatif ſe fait appercevoir en petites lames fines

& brillantes qui ſurnagent la liqueur. Alors j'arrête l'évaporation, & petit à petit ces lames augmentent en épaiſſeur & en largeur : elles ſe joignent les unes aux autres en petits flocons, ou forment entr'elles d'autres arrangements. Pour peu qu'on remuë le vaiſſeau, on trouble l'ordre de la criſtalliſation : ainſi il ne faut pas y toucher qu'elle ne paroiſſe achevée. Pour lors les flocons criſtallins devenant des maſſes trop peſantes, tombent d'eux-mêmes au fond du vaiſſeau. En cet état, il faut décanter doucement la liqueur ſaline qui ſurnage ces petits criſtaux ; & comme ils ne ſont pas aiſément diſſolubles, il faut les laver en verſant lentement de l'eau fraîche ſur les bords de la terrine à deux ou trois repriſes pour emporter le reſte de cette liqueur ſaline, enſuite les égoutter, & les mettre à l'étuve ou au ſoleil. Ce ſel, en forme de neige, folié & leger, eſt alors doux au toucher, frais à la bouche, legerement amer, faiſant un peu de bruit ſous les dents, & laiſſant une petite impreſſion d'acidité ſur la langue. Il ſe conſerve ſans s'humecter ni ſe calciner, s'il eſt traité avec les précautions que je viens de décrire, c'eſt-à-dire, ſi on l'a exactement ſéparé de ſa liqueur ſaline.

Il ne différe du Sel ſédatif ſublimé qu'en ce que malgré ſa légéreté apparente, il eſt un peu plus peſant que lui. Je préſume que la cauſe de cette peſanteur vient de ce que dans la criſtalliſation, pluſieurs de ces lames ſe collant les unes aux autres, elles retiennent entr'elles quelque portion d'humidité, ou ſi l'on veut que formant des criſtaux moins diviſés, ils préſentent numériquement moins de ſurfaces à l'air qui éleve les corps légers. Au contraire, l'autre Sel ſédatif, pouſſé par la violence du feu, s'éleve au chapiteau des cucurbites, ſous une forme plus tenuë, & dont les parties ſont beaucoup plus diviſées.

Pour rendre mon opinion plus probable, je prends pour exemple les fleurs de Benjoin ; élevées par la ſublimation, elles ſont très-légéres. Si je les fais diſſoudre dans une proportion d'eau convenable, à meſure que la liqueur ſe refroidira, elles ſe criſtalliſeront en petites lames plus épaiſſes qu'elles

n'étoient auparavant, & sous cette derniére forme, elles seront plus pesantes : cependant ce sont les mêmes fleurs de Benjoin qui n'ont souffert d'autre altération que d'estre fonduës & cristallisées.

Pour n'avoir aucun doute sur l'exacte parité entre mon Sel sédatif cristallisé, & le Sel sédatif sublimé à l'ordinaire, j'ai fait sur lui les épreuves suivantes. Je l'ai exposé aux plus vives ardeurs du Soleil, il ne s'y calcine point. S'il y restoit du Borax, encore sous sa forme essentielle, ou quelque autre sel de la nature du Sel de Glauber, il ne manqueroit pas de se calciner, & c'est-là même un moyen sûr de connoître s'il est suffisamment purifié.

S'il se calcine au Soleil, je le rectifie, en séparant la partie des cristaux non-calcinés, & rejettant l'autre. Je refonds la premiére dans de nouvelle eau bouillante, dont il faut une pinte pour quatre onces de ce sel. Aussi-tôt que l'eau est refroidie, je vois reparoître les lames légeres, brillantes, cristallines & voltigeantes dans la liqueur. Vingt-quatre heures après je décante la liqueur, je lave le sel avec de l'eau fraîche, & je l'ai très-beau & très-pur.

De plus, ce sel cristallisé, de même que celui qui est sublimé, n'altere point la couleur du suc des Violettes, & ils soutiennent tous les deux les mêmes épreuves avec les solutions de Mercure : l'un & l'autre se dissolvent dans l'Esprit de vin, & produisent la flamme verte dont je vais parler bien-tôt.

Ce n'est pas tout : je les ai comparés encore par la sublimation. J'ai pris deux cucurbites basses, dans l'une desquelles j'ai mis un gros de mon Sel sédatif cristallisé, & dans l'autre pareil poids de Sel sédatif sublimé. Après les avoir fait fondre dans une égale quantité d'eau, je les ai posés tous les deux au feu de sable. L'un & l'autre se sont sublimés. J'ai repris les deux masses salines restantes, je les ai fonduës de nouveau dans de l'eau pour les sublimer, & pour examiner avec attention laquelle des deux monteroit le plus vîte. Celle du Sel sédatif, fait d'abord par sublimation, s'est élevée avec un peu plus de légereté que l'autre. Cependant il a fallu en répéter

six fois la sublimation pour le faire monter autant qu'il étoit possible, car il est encore resté un résidu de six grains qui n'a pû se sublimer. La masse de l'autre Sel sédatif cristallisé a eu besoin de huit sublimations, & elle a laissé un résidu fixe, pareil à l'autre, & qui pesoit douze grains. Il est à remarquer que quoique le sel, fait d'abord par sublimation, dût être plus pur que l'autre, cependant il a toûjours déposé à chaque fois qu'on l'a sublimé, & qu'on a redissous la masse, une terre grise qui a fait le résidu des six grains.

Le Sel sédatif, fait par sublimation, & celui qui est simplement cristallisé, étant jettés sur une pelle rougie au feu, se dissipent plus de la moitié en fumée : l'autre partie plus fixe, se vitrifie, sans qu'il m'ait paru aucune différence entre eux dans cette épreuve.

Il résulte de tout ce que je viens de rapporter, que s'il y a quelque différence entre ces deux sels, elle n'est que dans leur poids : mais cette différence est si petite, qu'elle ne doit faire naître aucun scrupule dans l'usage de celui qui est cristallisé, parce que si c'est un léger inconvénient, on peut y remédier, en augmentant d'un grain le poids de chaque dose. Le Sel sédatif cristallisé a toûjours cet avantage pour l'Artiste, sur le sublimé, d'être d'une opération plus facile, puisque par une seule cristallisation on peut faire l'ouvrage de quatre vaisseaux à sublimer, c'est-à-dire, qu'on peut travailler tout à la fois deux livres de Borax avec dix onces d'huile de Vitriol concentrée. Ainsi on obtient ce sel avec plus de facilité, & sans risquer de casser des vaisseaux. J'en ai fait faire des épreuves dans les cas où l'on employe le Sel sédatif ordinaire ou sublimé, & l'on ne s'est point apperçû qu'il y eût la moindre différence dans leurs effets.

Afin que ceux qui dans la suite voudront imiter mon procédé, puissent réussir sans me faire de reproches, je dois les avertir qu'il peut y avoir quelque différence dans la cristallisation du Sel sédatif, si leur huile de Vitriol n'est pas suffisamment concentrée, & qu'en ce cas les lames de ce sel approcheront de la figure d'un sel en cristaux grenés. L'huile

de Vitriol que j'ai employée, mise dans une petite phiole qui tient juste une demi-once d'eau de Seine filtrée, comparée dans la même phiole, & à la même hauteur que l'eau, pese une once dix-huit grains.

Quant au Sel de Glauber qui résulte aussi du mêlange du Borax avec l'huile de Vitriol, il se trouve dans la liqueur saline qu'on décante de dessus le Sel sédatif cristallisé. Il n'y a qu'à la faire évaporer lentement; ce sel qu'elle contient, s'y cristallise en belles colonnes quarrées, dont les extrémités sont à facettes, comme celles qu'on obtient par le procédé ordinaire du Sel de Glauber. Il en a les propriétés, soûtient les mêmes épreuves, & produit les mêmes effets.

Ainsi voilà un Sel de Glauber trouvé dans le Borax, où l'on n'avoit pas encore imaginé qu'il pouvoit se former à l'aide de l'acide vitriolique.

On le fait aussi avec le Sel alkali de la Soude bien purifié & bien cristallisé; il n'y a qu'à y joindre l'huile de Vitriol. Quatre onces de cristaux de Sel de Soude bien purifiés, étant fondus dans l'eau, absorbent une once trois gros & quelques grains de cet acide concentré; mais il faut le verser à diverses reprises dans la solution, parce que le Sel de Soude étant beaucoup plus alkali que le Borax, il s'y fait une violente fermentation, & le développement de l'odeur saline, ou plûtôt de l'esprit de Sel, y est très-sensible.

Dans la liqueur suffisamment évaporée, il se forme des cristaux de Sel de Glauber parfaitement semblables à ceux que j'ai retirés de la solution du Borax uni à l'acide vitriolique; d'où je pouvois conclure que le Sel de la Soude a beaucoup d'analogie avec le Borax, puisqu'ils ont tous les deux une terre semblable à la terre du Sel marin, sans laquelle on a crû jusqu'à present que le Sel de Glauber ne pouvoit se former, mais qu'il manque au Sel de la Soude pour être parfaitement semblable au Borax, la terre vitrifiable qui est dans ce dernier. Cependant il y a encore entre eux cette différence: le Sel de Soude par son alkali plus sensible & mieux caractérisé, absorbe l'acide de la crême de Tartre, ce que le

Borax ne fait pas, parce qu'il est plus gras & plus onctueux que lui, & qu'outre cela il contient apparemment un sel salé qui ne nous est pas encore connu, mais avec lequel conservant le caractere d'alkali, il est cependant beaucoup moins soluble que le Sel de Soude, & encore moins que les autres sels alkalis qui n'ont pas ce sel salé dans leur composition.

Du Sel de Soude saoulé de l'acide de la crême de Tartre, il résulte un Tartre soluble, ou Sel moyen, que j'ai nommé *Sel Polychreste soluble*, qui est connu par le dernier Mémoire de M. Boulduc, & précédemment sous le nom de *Sel de Seignette.* Ce sel se cristallise assés aisément, lorsqu'on est venu au point d'une juste évaporation. Car si on l'évapore au de-là de ce point, la liqueur devient gommeuse, elle se fige, en refroidissant, comme une colle-forte : la masse qui reste, devient très-dure. En cet état, cette masse peut être comparée au Borax uni aux acides minéraux, lorsqu'on le desséche lentement, ou au Borax uni avec la crême de Tartre suivant le procédé de M. le Févre. Cependant cette masse gommeuse de Sel de Soude étant refonduë, peut être cristallisée en la faisant évaporer avec circonspection.

De toutes mes expériences faites sur le Borax, on doit conclure qu'on en peut séparer par les acides minéraux deux sortes de Sels ; l'un qui se sublime, l'autre qui est fixe : que le fixe étant une espece de Sel de Glauber, le Borax contient par conséquent une terre semblable à la terre du Sel marin, & que dans le Sel volatil est la terre vitrifiable du Borax, puisque le Sel sédatif, même le sublimé, peut encore se vitrifier en partie.

C'est cette derniére partie du Borax qu'il faut connoître parfaitement, avant qu'on puisse trouver le moyen d'imiter ce sel par l'art. Nous avons dans le Sel de Soude la terre ou la matiére du sel fixe, il faudroit tenter d'y trouver ou d'y ajoûter la terre vitrifiable, ou la matiére du sel volatil du Borax. C'est aujourd'hui l'objet des recherches de plusieurs Chimistes. J'ai fait sur cela bien des tentatives qui ne m'ont pas encore réussi ; mais peut-être qu'en multipliant les épreuves, je ferai plus heureux.

J'ai

J'ai dit ci-devant que le Sel ſédatif, ſoit criſtalliſé, ſoit qu'il ſoit ſublimé, ſe diſſolvoit dans l'Eſprit de vin, & que le feu étant mis à cet eſprit, il s'en élevoit une flamme verte. Comme c'eſt un phénomene nouveau & aſſés curieux, j'en vais détailler toutes les expériences.

Le Sel ſédatif ſe diſſout dans l'Eſprit de vin, mais il faut pour cela le chauffer un peu : lorſqu'il eſt refroidi, le ſel qui y eſt de trop ſe précipite, cependant l'Eſprit de vin en retient aſſés pour donner en brûlant une flamme d'un beau verd, dans quelque vaiſſeau qu'on le brûle, de métal ou non.

Ce n'eſt pas l'Eſprit de vin qui donne cette couleur, puiſque brûlé ſeul, ſa flamme eſt plus blanche que violette, quand il eſt bien rectifié, & plus violette que blanche quand il l'eſt mal.

Ce n'eſt pas l'addition du Borax ſeul qui produit cet effet, puiſqu'ayant répété l'expérience avec l'Eſprit de vin chargé de Borax pulvériſé & digeré avec lui, je n'ai vû qu'une flamme ordinaire.

Ce ne ſont pas non plus les acides minéraux, par eux-mêmes, qui mêlés & unis à l'Eſprit de vin, donnent cette couleur à la flamme.

J'en ai brûlé qui avoit été long-temps en digeſtion tant avec l'huile de Vitriol qu'avec l'eſprit de Nitre & l'eſprit de Sel, & je n'ai rien apperçû de remarquable dans la flamme.

Mais c'eſt le Borax uni avec un acide quelconque qui donne cette couleur verte. Les précipités provenant du mêlange du Borax avec l'Alun & avec les Vitriols vert, bleu & blanc, les papiers ſur leſquels leurs ſolutions ont été filtrées, tous donnent une flamme verte.

En un mot toutes les fois que j'ai ajoûté le Borax à un acide tel que l'acide du Vitriol, celui du Nitre, celui du Sel marin, l'eſprit de Tartre, l'eſprit de Pain, de Vinaigre, de Gayac, le Verjus, le jus de Citron, &c. j'ai eu une flamme toûjours plus ou moins verte.

Que je mette digerer du Verdet dans l'Eſprit de vin, je n'aurai rien de ſingulier dans la flamme ; pour peu que j'y

ajoûte de Sel ſédatif ou du Borax, cette flamme ſera verte.

Il arrive préciſément la même choſe avec la teinture de Mars : brûlée ſeule avec l'Eſprit de vin, ſa flamme eſt violette & blanche ; ſi j'y joins le Borax, elle eſt blanche & verdâtre.

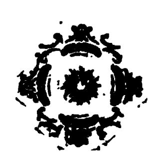
Ainſi de ces expériences, & de pluſieurs autres inutiles à rapporter, je conclus, comme j'ai déja fait, que c'eſt au Borax uni avec un acide, de quelque nature qu'il puiſſe être, qu'on doit attribuer ce phénomene ſingulier de la flamme verte.

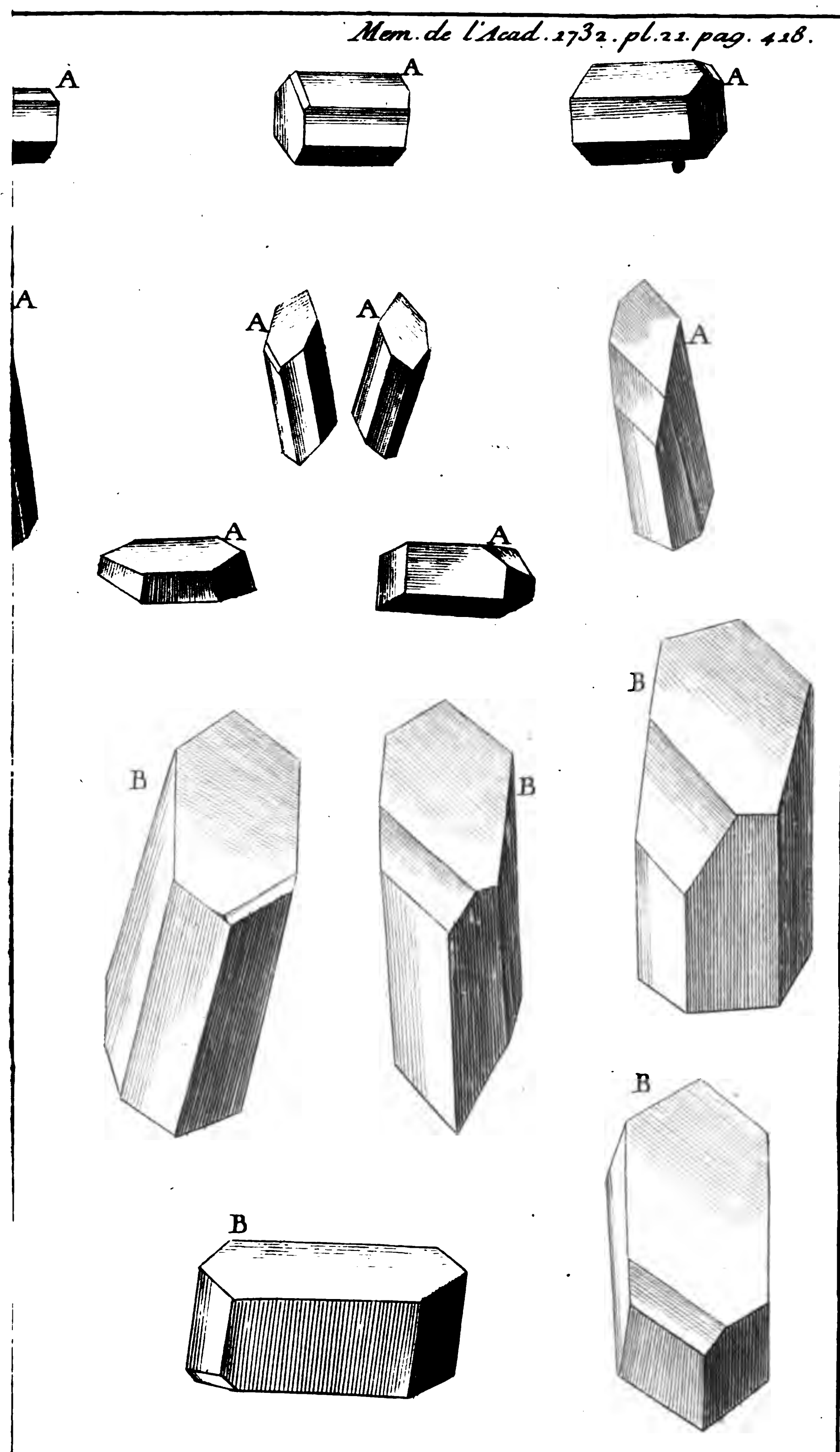
Mais qu'y a-t-il dans ce ſel qui puiſſe produire cette couleur ? qu'eſt-ce que l'acide y développe ? Ce doit être un ſoufre métallique ſubtil, mais extrêmement concentré. Cependant quoique cette conjecture ſoit aſſés bien fondée, je ne puis l'appuyer d'aucune démonſtration ſuffiſamment ſenſible.

Explication des Figures des Criſtaux de Borax.

Les figures marquées *A*, repréſentent les criſtaux de Borax brut, tel qu'il nous vient des Indes, & de leur grandeur naturelle. Ils ſont vûs de différents côtés, ou en différentes poſitions, tant ſur leurs baſes, que ſur les côtés de leurs priſmes, afin qu'on apperçoive mieux l'obliquité de leurs priſmes, & la variété des échancrures qui ſe trouvent à l'extrémité des priſmes. Variétés dont il eſt parlé à la page 400 du Mémoire.

Les figures marquées *B*, ſont les mêmes criſtaux, deſſinés plus grands qu'ils ne ſont naturellement, afin de faire mieux appercevoir les différences & les variétés de leur criſtalliſation déja repréſentées dans les figures *A*.





Simonneau Sculp.

SUR LA SECONDE INEGALITÉ DES SATELLITES DE JUPITER.

Par M. GRANDJEAN.

LES avantages que la Géographie a tirés de l'obſervation des Satellites de Jupiter, ont aſſés juſtifié les Aſtronomes des ſoins & du temps qu'ils ont employé à la correction de leurs Tables. 17 Decemb. 1732.

Les phaſes de ces Satellites que l'on obſerve le plus fréquemment, ſont leurs éclipſes dans l'ombre de Jupiter, & l'exactitude du calcul de ces éclipſes dépend principalement de trois éléments.

Le premier eſt le mouvement des Satellites autour de Jupiter.

Le ſecond, le mouvement de Jupiter autour du Soleil.

Le troiſiéme enfin, & le plus conſidérable de tous, eſt compoſé de toutes les inégalités optiques ou apparentes que la ſituation de la Terre à l'égard de Jupiter & les différentes propriétés de la lumiére peuvent produire, ſans parler de pluſieurs autres cauſes qui peut-être éxiſtent, & ne nous ſont encore inconnuës que par la grande diſtance de ces Aſtres à nous.

L'ombre de Jupiter décrit dans les orbes de ſes Satellites des arcs égaux à ceux que Jupiter lui-même décrit autour du Soleil. Ainſi le temps entre deux immerſions eſt égal à une révolution périodique du Satellite plus au temps qu'il lui a fallu pour rejoindre l'ombre de Jupiter, qui pendant ſa révolution s'en étoit écartée d'une certaine quantité; ſi Jupiter & par conſéquent ſon ombre alloient toûjours d'un pas égal, en ne conſidérant que cette cauſe, l'intervalle entre deux éclipſes ſeroit toûjours égal à l'intervalle entre deux autres éclipſes, mais comme Jupiter va inégalement ſur ſon orbe, ſon ombre

va auſſi inégalement dans les orbes des Satellites, & les équations qui ſont néceſſaires pour avoir ſon vrai mouvement, étant ajoûtées ou ſouſtraites de ſon mouvement moyen, donneront le chemin de l'ombre dans les orbes de ſes Satellites; & ſi les Satellites n'avoient ni excentricité ni autre inégalité réelle, & que d'ailleurs leurs éclipſes ne fuſſent ſujettes à aucunes inégalités optiques, les équations de Jupiter ſuffiroient pour avoir le temps de leurs éclipſes avec exactitude, & cette inégalité produite par celle de Jupiter même, eſt ce que les Aſtronomes appellent *premiére inégalité des Satellites.*

Peu de temps après la premiére édition des Tables des Satellites de feu M. Caſſini, on s'apperçut d'une inégalité dans les éclipſes des Satellites qui les faiſoit retarder de 14 minutes d'heures dans la conjonction, & paroiſſoit dépendre des retours de la Terre à Jupiter; il n'y avoit pas lieu d'attribuer cette inégalité aux Satellites mêmes, c'eſt pourquoi M. Caſſini & M. Romer l'expliquerent par le mouvement ſucceſſif de la lumiére; ainſi Jupiter étant plus éloigné de la Terre dans la conjonction que dans l'oppoſition, d'environ 66,000,000, de lieuës, diametre de l'orbe annuel, ſi la lumiére a un mouvement ſucceſſif, il n'eſt pas étonnant qu'elle mette un temps ſenſible à parcourir cet eſpace, & par ce moyen on eſt parvenu à repréſenter aſſés juſte les obſervations du premier Satellite, ſur lequel ces deux Aſtronomes avoient fondé leur hypotheſe.

A l'égard des autres Satellites, il s'en faut bien qu'elle réponde aux apparences obſervées, & c'eſt ce qui avoit engagé M. Caſſini à l'abandonner entiérement, comme il paroît par ce qu'il en dit à la fin des hypotheſes de ces Satellites, imprimées d'abord en 1693, & depuis dans le Recueil des anciens Mémoires de l'Académie.

Malgré une autorité d'un ſi grand poids, cette ſuppoſition paroît ſi naturelle, que pluſieurs Phyſiciens l'ont adoptée, & l'ont ſoûtenuë avec chaleur; mais pour ne pas m'écarter de mon ſujet, je ne rapporterai ici que les preuves aſtronomiques qui ont été données pour ou contre ſur cette matiére.

M. Halley donna en 1694, dans les Transactions philosophiques *, un Ecrit dans lequel il prétend prouver, par quelques observations qu'il rapporte, que c'est à tort que l'on a voulu rejetter l'hypothese de M. Romer, & que l'on peut très-bien représenter par son moyen la plus grande partie des observations des Satellites, à quoi il ajoûte que si l'on refuse de l'adopter, il faut de nécessité supposer aux Satellites mêmes une inégalité qui dépende du retour de la Terre à Jupiter, ce qui (ce sont ses propres mots) lui sembleroit bien hardi.

* N.° 214.

Feu M. Maraldi donna en 1707 à l'Académie un Mémoire sur ce même sujet, dans lequel il examine cette hypothese par plusieurs observations, dont voici le résultat.

Mem. Acad. 1707. p. 25.

Les secondes inégalités des quatre Satellites ne sont point les mêmes, mais celles des Satellites les plus élevées sont ordinairement les plus grandes, quoique cependant elles ne paroissent garder aucune regle constante, & que même il s'en rencontre avec des signes différents : ce qui est absolument contraire au systême de M. Romer.

On n'observe point que le premier Satellite subisse une inégalité qui ait pour terme les retours de Jupiter à son aphélie, ce qui cependant devroit arriver, Jupiter étant plus près de nous dans le périhélie que dans l'aphélie d'environ $\frac{1}{4}$ du diametre de l'orbe annuel.

Depuis ce Mémoire on ne trouve sur cette matiére que deux Ecrits imprimés parmi les Mémoires de l'Académie, tous deux du même M. Maraldi ; l'un en 1712, dans lequel il rapporte une observation particuliére du 4me Satellite qui parut en partie éclipsé, d'où il tire la même inclinaison de son orbe qu'avoit déterminée M. Cassini dans ses Tables. L'autre en 1729, tend à déterminer les Latitudes des Satellites, & dans ce Mémoire M. Maraldi fait remarquer une variation dans les demi-demeures dans l'ombre, prouvée par quantité d'observations qu'il explique par une variation dans l'inclinaison du Satellite.

Mem. Acad. 1729. p. 393.

M. Maraldi, son neveu, donna au commencement de cette année à l'Académie un Mémoire dans lequel il fait observer,

1.° Une inégalité dans le 4me Satellite, qu'il suppose venir de l'excentricité de cet astre à Jupiter. 2.° La cause de l'augmentation de $\frac{1}{30}$ que M. Cassini avoit été obligé de faire à la première équation pour avoir le temps de ses éclipses avec exactitude, & qui, selon lui, n'est que l'excentricité de ce même Satellite. 3.° Une variation dans la demi-demeure dans l'ombre, qu'il explique, comme M. son oncle, par une variation dans l'inclinaison de l'orbite.

Il paroît donc, par tout ce que nous venons de rapporter,

1.° Que le 1er Satellite subit dans ses éclipses une inégalité proportionnelle au changement de distance de la Terre à Jupiter : ce qui est conforme à l'hypothese.

2.° Que ce même Satellite ne paroît subir aucune inégalité proportionnelle au changement de distance de Jupiter au Soleil, ce qui cependant devroit arriver suivant l'hypothese, Jupiter étant (toutes choses d'ailleurs égales) plus près de la Terre dans son périhélie que dans son aphélie de $\frac{1}{4}$ du diametre de l'orbe annuel, ou de $\frac{1}{20}$ de l'orbe de Jupiter.

3.° Que la 2de inégalité des Satellites n'est point la même dans les quatre Satellites, mais constamment plus grande dans ceux qui sont plus élevés, & cela sans garder aucune regle : ce qui est contraire à l'hypothese.

4.° Qu'une partie de ces inégalités se peut attribuer à une inégalité réelle causée par l'excentricité de ces astres.

5.° Qu'enfin les demeures dans l'ombre sont sujettes à des variations irréguliéres.

Ces raisons semblent faire voir que l'hypothese du mouvement successif de la lumiére ne convient qu'au 1er Satellite : comme on ne peut cependant l'admettre à son égard sans l'admettre aussi pour les autres, les réflexions que j'ai faites sur cette matiére m'ont toûjours fait soupçonner qu'il y avoit outre le mouvement successif de la lumiére, quelqu'autre cause qui affectoit ces phénomenes, & cette cause ne peut être qu'optique, car quelque inégalité réelle qu'on veuille supposer aux Satellites, on ne pourra jamais expliquer tous les phénomenes observés.

Je vis d'abord qu'il falloit que cette inégalité agît avec des ſignes contraires ſur les immerſions & les émerſions, puiſqu'elle fait varier la demeure du Satellite dans l'ombre; qu'elle devoit en ſecond lieu agir différemment ſur les Satellites en raiſon du temps de leurs révolutions, puiſque les plus élevés ſont ſujets aux plus grandes inégalités; qu'enfin elle devoit détruire dans le premier l'effet de la ſeconde inégalité dépendant du changement de diſtance de Jupiter au Soleil. Voici, ſi je ne me trompe, d'où l'on peut déduire ces irrégularités apparentes.

Lorſque l'on obſerve l'immerſion d'un Satellite, on le perd de vûë quelque temps avant qu'il ſoit entiérement plongé dans l'ombre, & dès que ſa partie qui reſte éclairée, n'envoye plus aſſés de rayons pour faire ſur nos yeux une impreſſion ſenſible.

Au contraire, lorſqu'on obſerve une émerſion, on ne commence à appercevoir le Satellite qu'au moment que ſa partie éclairée envoye aſſés de rayons pour être ſenſible à nos yeux, & non pas au moment qu'il ſort de l'ombre, lequel précede l'autre conſidérablement.

Si cette partie qu'on peut nommer *la moindre partie viſible*, étoit toûjours de même grandeur, elle ne troubleroit en rien le calcul, puiſque ce ne ſeroit qu'une quantité conſtante à ajoûter au temps de l'émerſion, & à ſouſtraire du temps de l'immerſion.

Mais cette moindre partie viſible doit varier ſuivant la plus grande ou la moindre intenſité de la lumiére des Satellites, puiſqu'une partie de moitié moins grande, mais de moitié plus éclairée, feroit ſur nos yeux la même impreſſion.

Il eſt encore évident que ſi l'on ſuppoſe cette moindre partie éclairée variable, par exemple, de $\frac{1}{6}$ du diametre du Satellite, plus le Satellite ſera éloigné, plus la variation dans les éclipſes ſera ſenſible, puiſque, par exemple, le 4me Satellite qui met 16 jours 18^h à tourner autour de Jupiter, employera ſûrement beaucoup plus de temps à parcourir $\frac{1}{6}$ de ſon diametre, que le premier qui n'employe à faire ſon tour qu'un jour 18^h & demie.

Enfin cette variation doit s'appliquer aux immerſions & aux émerſions avec des ſignes contraires, puiſque plus la moindre partie viſible ſera grande, moins il faudra qu'il ſoit plongé dans l'ombre pour diſparoître, & plus il faudra qu'il en ſoit ſorti pour reparoître.

Il ſuit auſſi que l'équation de cette inégalité s'appliquera toûjours aux immerſions avec des ſignes contraires de l'équation de M. Romer, car à meſure que la Terre s'éloignera de Jupiter, la lumiére du Satellite paroîtra s'affoiblir, & la moindre partie viſible augmentant, les immerſions avanceront & anticiperont le calcul, pendant que le mouvement ſucceſſif de la lumiére les feroit retarder. D'où il ſuit que pour les immerſions l'équation abſoluë ſera la différence entre celle de M. Romer & la nôtre. Au contraire dans les émerſions notre équation s'appliquant avec des ſignes contraires à ceux des immerſions, elle ſe trouvera affectée des mêmes ſignes que l'équation de M. Romer, & dans ce cas l'équation abſoluë ſera la ſomme de celle de M. Romer & de la nôtre. Voyons maintenant quelles doivent être les regles de variation de l'intenſité de la lumiére des Satellites à nôtre égard.

Cette intenſité doit varier en deux maniéres.

1.° En raiſon renverſée des quarrés de la diſtance de Jupiter au Soleil.

2.° En raiſon renverſée des quarrés de la diſtance de Jupiter à la Terre.

Dès que Jupiter s'éloigne de ſon aphélie, il s'approche continuellement du Soleil, & par conſéquent la moindre partie viſible des Satellites diminuant, les immerſions doivent tarder, puiſqu'il faut que le Satellite ſoit moins plongé dans l'ombre pour diſparoître; par une raiſon contraire les émerſions doivent avancer, & par conſéquent de l'aphélie au périhélie les demi-demeures dans l'ombre doivent diminuer. Le contraire arrivera du périhélie à l'aphélie, mais à meſure que Jupiter s'approche du Soleil, il s'approche auſſi de l'orbe de la Terre, & la lumiére du Satellite augmente auſſi en raiſon inverſe des quarrés de cette diſtance.

Mais

Mais comme les Satellites ont des vîtesses différentes, si l'on suppose que leurs moindres parties visibles varient également, par exemple, de $\frac{1}{6}$ de chacun, les Satellites mettront à parcourir ces différences égales des temps différents, & qui seront entr'eux comme les temps des révolutions périodiques des Satellites.

Il est donc évident qu'à proportion que Jupiter s'éloigne de son aphélie, les immersions doivent tarder, les émersions avancer, & les demi-demeures dans l'ombre diminuer en raison composée des quarrés de la distance de Jupiter au Soleil, des quarrés de la distance de Jupiter à la Terre, & du temps de la révolution périodique des Satellites.

Mais comme la vîtesse du 1er Satellite est très-grande, le temps qu'il met à parcourir la différence entre sa plus grande & sa plus petite partie visible est très-petite, on trouvera par le calcul que par rapport à l'excentricité de Jupiter, elle ne varie que d'environ $2' \frac{1}{2}$, quantité presqu'égale, mais avec des signes contraires à la variation du mouvement successif de la lumiére par rapport à cette même excentricité.

D'un autre côté, depuis l'opposition jusqu'à la conjonction la Terre s'éloigne de Jupiter, donc l'intensité de la lumiére des Satellites diminuë à nos yeux, & par conséquent la moindre partie visible augmente; donc les immersions doivent avancer, les émersions tarder, & la demeure dans l'ombre augmenter en raison des quarrés de la distance de la Terre à Jupiter, ou, si l'on veut, parce que l'équation de M. Romer lui est proportionnelle, en raison des quarrés de cette équation.

Mais par la même raison que nous avons alléguée ci-dessus, les Satellites les plus élevés souffriront une altération plus grande, & qui sera proportionnelle au temps de leur révolution périodique.

Donc l'équation qui résulte du mouvement annuel de la Terre sera toûjours en raison composée des quarrés de la distance de Jupiter à la Terre, & du temps périodique des Satellites.

Le rapport de ces inégalités connu, on s'attendroit peut-être à en déterminer aisément la valeur. Mais comme on n'a

pas fait attention à cette cause d'inégalité, les observations dont on s'est servi dans la construction des tables, en sont affectées, & par conséquent avant que de pouvoir rien déterminer par observation, il faudroit corriger sur ce principe, les tables déja faites, tant des époques, que de la 1.re & 2.de équation, ce qui exige que l'on connoisse parfaitement les observations sur lesquelles elles sont fondées, & qui n'ont pas été données au public. D'ailleurs cette recherche est extrêmement délicate, & exige des suites très-longues d'observations très-exactes. Ainsi je me contenterai de faire quelques réfléxions sur les observations des Satellites qui peuvent, ou ont pû servir à la construction de leurs tables.

Les phases écliptiques que l'on a, sans doute, choisies par préférence, pour déterminer les mouvements des Satellites y doivent être les moins propres de toutes, puisque, comme nous avons vû dans le cours de ce Mémoire, elles sont sujettes à un grand nombre d'inégalités optiques, desquelles il n'est pas facile de les dégager; & celles qui y seroient les plus propres, sont les conjonctions inférieures dans lesquelles l'ombre des Satellites passe sur le disque de la Planete, puisque cette ombre a un mouvement aussi rapide que le Satellite, & n'est sujette à aucune des inégalités optiques dont nous avons parlé.

Cette observation même peut servir également à déterminer le mouvement moyen des Satellites; &, si on la dégage de la premiére inégalité, à donner la valeur de l'équation qui provient de l'excentricité du Satellite, ce qui détermineroit leur point apojove.

Sans doute on a fait dans la table, la seconde inégalité trop grande, lui ayant attribué l'effet produit par la variation de la lumiére.

Il se peut faire même que dans la premiére équation, on ait introduit quelque partie de cette inégalité.

Au reste, je ne prétends pas que cette illusion d'optique soit la seule qui ait lieu dans cette matiére, peut être en découvrira-t-on d'autres par la suite. Mais au moins connoissant celle-ci, nous en connoîtrons une des plus certaines, &

même une des plus considérables, si l'on peut s'en rapporter au petit nombre d'observations propres à la déterminer, qui ont été publiées, mais avant que de prétendre porter les Tables des Satellites à leur perfection, il faudroit pouvoir s'assûrer de la situation & du retour de leurs taches ; car le moment de leurs éclipses dépend, comme nous avons vû, de la force & de la vivacité de leur lumiére, & les taches peuvent quelquefois la diminuer jusqu'au point de faire presque disparoître le Satellite, indépendemment de l'ombre de Jupiter; l'observation de M. Bianchini, rapportée en 1712, en est une preuve. Enfin il est de fait, que la différente opacité de notre air peut accélérer ou retarder le moment de l'Immersion & de l'Emersion, & tous ceux qui ont observé les Satellites ont pû remarquer cette apparence.

On m'objectera peut-être que la variation des Eclipses dépendant selon moi, de l'éloignement des Satellites, on y pourroit remédier, en se servant de plus longues Lunettes, & parce que la proportion suivant laquelle les Lunettes font varier les Eclipses, est connuë, ou supposée telle, on en tireroit la valeur de l'équation que je propose, beaucoup plus petite que je ne la dois supposer, pour m'accorder aux observations.

Mais une légére attention aux principes les plus connus de la dioptrique, & à ceux que j'ai établis dans ce Mémoire, suffira pour applanir entiérement cette difficulté.

Car ce n'est pas seulement la diminution de l'angle sous lequel on voit le diametre des Satellites, qui fait avancer ou retarder leurs éclipses, mais encore la diminution de leur lumiére: or les Lunettes augmentent bien le diametre apparent du Satellite plus les unes que les autres. Mais elles augmentent toutes la lumiére également. Donc quelle que soit la grandeur des Lunettes dont on se sert, on ne compensera jamais l'inégalité produite par la variation de l'intensité de la lumiére, mais seulement celle qui vient de la diminution du diametre du Satellite en raison de sa distance, qui est beaucoup plus petite.

SUR QUELQUES ACCIDENTS REMARQUABLES DANS LES ORGANES DE LA CIRCULATION DU SANG.

Par M. MORAND.

LES Vaisseaux sanguins peuvent se dilater peu à peu, ou se rompre tout à coup. La dilatation des gros Vaisseaux doit nécessairement produire un dérangement dans la circulation du sang; leur rupture doit l'interrompre, & causer la mort subite. Il n'est pas difficile de concevoir comment des tuyaux, dont plusieurs sont assés minces dans l'état naturel, devenus plus minces par quelque vice particulier, cedent en quelque endroit à l'impulsion du sang, si sa vîtesse est augmentée par quelque cause que ce soit, & l'on pourroit être étonné de ce que cela n'arrive pas plus souvent; en effet, si on suppose le diametre naturel d'une artére diminué en un endroit quelconque, soit par la compression de quelque corps qui rapproche les parois du vaisseau de son axe, soit par obstruction dans la cavité du vaisseau, il suit que l'artere est disposée à s'élargir dans quelque point entre le cœur & l'endroit du rétrécissement, & c'est une chose que Lancisi explique clairement dans son Traité *De motu cordis & anevrismatibus*, en prouvant que dans le cas supposé, le sang fait deux sortes d'efforts contre les parois du vaisseau, parce qu'au mouvement direct du sang selon l'axe du vaisseau, il faut ajoûter le mouvement réfléchi des parties du sang qui rencontre l'obstacle par lequel le diametre de l'artere est diminué.

Ce qui arrive aux arteres peut arriver au cœur, les anevrismes du cœur sont l'objet de la seconde partie de ce même Traité de Lancisi, & on en conclut aisément que dans beaucoup de maladies, le cœur se dilate au de-là de sa diastole réguliére,

& que ses anevrismes doivent être plus communs qu'on ne pense. Lancisi en produit plusieurs exemples qui paroissent singuliers, cependant il ne manque aux observations de ceux qui avant lui avoient remarqué des dilatations extraordinaires du cœur, que d'avoir été rapportées au cas de l'anevrisme plus commun dans les artéres.

Du Laurent parle dans ses Questions d'Anatomie, d'un Ambassadeur de Toscane en France, qui mourut subitement, *& dont on trouva*, dit-il, *le cœur accrû à une telle grandeur qu'il remplissoit quasi toute la poitrine.*

Thomas Bartholin, faisant le détail de l'ouverture d'un Phtisique, rapporte que le cœur étoit si grand, *ut sæpè in bobus non majus sit aut ponderosius.*

On trouve deux exemples de pareille chose dans les œuvres postumes de Malpighi : *cordis ventriculos ita ampliatos conspexi, ut alterum cor continere potuissent*, & trois autres dans le *Sepulcretum Boneti.* Cette maladie ne peut donc être regardée comme nouvellement connuë; cela n'ôte rien au mérite de la Théorie générale, qui fait un des principaux objets du Traité de Lancisi; & on doit convenir que ses Recherches sur les anevrismes, qui sont une suite de celles qu'il avoit faites sur les causes de la mort subite, ne sont pas vaines, puisqu'il en déduit des signes par lesquels on peut les prévoir, & presque les prédire.

A l'égard de la rupture du cœur, Lancisi paroît n'en avoir point vû, il est probable qu'il en auroit fait mention, ainsi les exemples que j'en produirai ici, en sont d'autant plus remarquables. Quand on connoît la structure du cœur, l'entrelacement de ses fibres, la force de ses colomnes charnuës, l'usage des valvules, & des cordes tendineuses attachées aux colomnes charnuës, on ne peut s'empêcher d'être étonné de voir qu'il arrive rupture à cet organe.

L'année 1730 en a fourni deux exemples, l'un en la personne de Madame la Duchesse de Brunswick, l'autre en celle d'un Homme de condition, dont j'ai fait l'ouverture. Le premier fait fut répandu d'abord dans les Nouvelles publiques,

il avoit été obſervé par M. Lemery qui étoit Médecin de la Princeſſe, & qui a bien voulu me permettre d'en faire uſage. M. Grandmont, Chirurgien, qui a fait l'ouverture, m'a rapporté que dans Madame de Brunſwick, le ventricule droit du cœur étoit percé d'un trou ou déchirure qui le traverſoit dans toute ſon épaiſſeur, les deux ouvertures & tout le trajet de l'une à l'autre contenoient des filets de ſang coagulé, qui étoient les veſtiges de celui qui avoit paſſé du ventricule dans le péricarde; il n'y avoit point de ſang dans le ventricule droit; & le gauche en étoit plein, celui qui du ventricule percé étoit tombé dans le péricarde, étoit coagulé, & on en tira plus de ſix onces, non compriſe la ſéroſité du ſang qui étoit ſéparée du caillot.

Mais quoique ce fait ſoit ſingulier, ce n'eſt encore que le ventricule droit, c'eſt le moins épais, & ſes fibres ſont moins ſerrées, le gauche eſt beaucoup plus épais, & beaucoup plus fort.

C'eſt le ventricule gauche qui étoit ouvert dans l'Homme de condition, dont je fis l'ouverture. Je ne trouvai rien de ſingulier, ni à la tête, ni au ventre, & l'état ſain des poumons paroiſſoit ne rien laiſſer à reconnoître ſur la cauſe de ſa mort, lorſque n'ayant plus que le cœur à examiner, j'ouvris le péricarde; il ſe préſenta d'abord une maſſe rouge, faite d'un caillot de ſang très-ferme, moulé par ſa ſurface interne à la convéxité du cœur, & par l'externe à la cavité du péricarde, je le diviſai en deux pour l'ôter, il ne fut point peſé, mais ſa maſſe pouvoit répondre à la quantité de deux palettes de ſang. Ayant bien détaché tout ce qui environnoit le cœur, je le conſidérai quelque temps ſans le remuer, & je ne vis rien à toute la ſurface du ventricule antérieur, qu'on nomme communément le droit, je pris le cœur par ſa pointe, & l'ayant, pour ainſi dire, retourné, je vis à la ſurface & au milieu du ventricule gauche, ou poſtérieur, une tache noirâtre, étroite, longue d'environ huit lignes, j'y portai une ſonde qui entra ſans peine dans le ventricule gauche, & qui parcouroit auſſi ſans violence toute l'étenduë de la déchirure, j'ouvris alors

le ventricule, & je n'y trouvai de ſang que le filet coagulé qui ſervoit à remplir la déchirure, & dont un petit bout flotoit dans la cavité du ventricule, je le retirai par dedans, & la tache noire que j'avois vûë en dehors diſparut, ce qui démontroit ſans équivoque, la trace de la rupture; les autres parties étant parfaitement ſaines, la cauſe de la mort ſubite reſtoit bien prouvée.

Pour expliquer comment, dans les deux cas que j'ai rapportés, les ventricules du cœur ont pû s'ouvrir ſans cauſe extérieure, il faut remarquer que dans le premier, il y avoit une éroſion aux fibres charnuës du ventricule droit, qui ſembloient avoir été ulcerées & creuſées peu à peu juſqu'au trou qui ouvroit le ventricule; & que dans le ſecond, la chair du cœur étoit devenuë molle au point qu'en quelqu'endroit qu'on préſentât le bout d'une ſonde, ſans l'appuyer, elle entroit & traverſoit le cœur par le ſimple poids de l'inſtrument qui n'eſt pas conſidérable.

Donc la rupture de cet organe ſera raiſonnablement attribuée à l'amoliſſement de ſes fibres, ou à un ulcére qui en aura uſé l'épaiſſeur; on trouve pluſieurs exemples de l'ulcére, dans le Recueil de Bonetus, mais un ſeul de la moleſſe.

Les exemples de la rupture du cœur qui en réſulte quelquefois, ſont rares. M. Morgagni en cite un dans ſes *adverſaria,* & trouve le fait ſingulier. On obſervera cependant que c'étoit à la pointe que le cœur étoit percé, & c'eſt l'endroit le plus mince. Bohnius en cite un autre du ventricule gauche près de l'embouchure de l'aorte, & Bonetus, de la cloiſon ou *Septum medium.*

Ces ſortes de ruptures ſont moins rares dans les gros vaiſſeaux, ſur-tout dans les veines, qui outre cela peuvent encore ſe déſunir à l'endroit de leur jonction avec le cœur.

Quoique la jonction des vaiſſeaux ſanguins avec le cœur paroiſſe aſſés ferme, on voit cependant dans un cœur cuit, avec quelle facilité ils ſe détachent du cœur à ſa baſe. Bellini a vû dans des gens morts ſubitement, la veine pulmonaire détachée de l'oreillette gauche; ce qui s'explique, en diſant

que cette oreillette étant engorgée par un polype, ou comprimée par dehors, le ſang qui revient du poumon, trouve de la réſiſtance, ce qui occaſionne un amas de ſang dans le ſac pulmonaire, & en conſéquence, une dilatation extraordinaire de la veine, qui augmente à tel point qu'elle ſe décole d'avec l'oreillette. La même choſe, dit Bellini, peut arriver à la veine-cave, dans ſa jonction avec l'oreillette droite, mais il ne dit point l'avoir vû.

Indépendamment de l'anevriſme & de la rupture du cœur, il y a une quantité prodigieuſe d'obſervations écrites ſur d'autres cauſes, capables d'altérer ou d'interrompre ſon mouvement. Mais en voici une qui eſt moins connuë, & qui eſt relative à la palpitation.

C'eſt un battement continuel des veines jugulaires, pareil au battement des arteres, que j'ai obſervé en 1731, dans une femme d'environ 50 ans. Cette femme étoit ſujette à des défaillances, qui d'abord l'incommodoient peu, mais qui par les ſuites, devinrent ſi fréquentes qu'elle appella du ſecours, je m'informai des circonſtances de ſon mal, je lui trouvai de la palpitation, & je lui remarquai deux vaiſſeaux gros comme le pouce, un de chaque côté du col, qui battoient comme des arteres, & qui avoient quelquefois des mouvements redoublés les uns ſur les autres; la ſituation ſuperficielle de ces vaiſſeaux, & leur peu d'épaiſſeur, annonçoient aſſés les veines jugulaires externes, mais il n'y avoit plus à en douter, quand on mettoit le pouce deſſus, car la partie du vaiſſeau au deſſus du pouce reſtoit très-gonflée & ſans mouvement, celle qui étoit au deſſous, perdoit la moitié du volume qu'elle avoit avant que d'être comprimée, & ſon mouvement étoit bien moins vif. Ces battements n'étoient pas plus réguliers que ceux de l'artere du poulx qui étoit preſque toûjours en palpitation.

En 1704, M. Homberg fit part à l'Académie, d'une obſervation preſque pareille. Une Dame étoit ſujette à des palpitations de cœur qui accompagnoient ſon aſthme; dans les accès, on ſentoit aux veines du col, & de plus à celles du bras, un battement très-ſenſible, dont la fréquence étoit

peu

peu différente de celle des arteres, & quand l'accès étoit fini, le battement des veines disparoissoit. Lancisi donne deux exemples, dans son Traité *De motu cordis*, de ce battement des veines, qu'il appelle dans un endroit, *undulatio*, dans un autre, *fluctuatio jugularium*. Nos trois observations rapprochées, ont une particularité qui ne doit pas être obmise ici. C'est qu'elles sont expliquées différemment, & qu'elles établissent chacune une cause différente du même effet.

Dans la femme qui fait le sujet de mon observation, je jugeai qu'il y avoit un polype dans l'oreillette droite du cœur; dans cette supposition, j'expliquois aisément ce battement des jugulaires qui étoit peut-être aussi dans les souclaviéres; en effet, le sang apporté par les jugulaires & les souclaviéres dans l'oreillette droite du cœur, la trouvant presque pleine d'une concrétion polypeuse, devoit rester en partie dans ces veines, & le polype jettant des branches dans les mêmes veines, devoit diriger le refoulement du sang qui se faisoit de l'oreillette dans ces veines, dans le temps de la sistole de l'oreillette; car les battements de ces veines, & la sistole de cette oreillette devoient être isochrones. Cette femme étant morte, le jugement que j'en avois porté se trouva vrai de tout point, par l'ouverture que je fis du cadavre.

Dans l'observation de M. Homberg, les polypes étoient dans les troncs des deux grosses artéres, il n'y en avoit point dans les veines; le sang entroit donc aisément dans les ventricules, mais il trouvoit de la peine à en sortir: celui qui entroit dans le ventricule droit y restoit en partie, & le dilatoit, ce qui causoit ensuite des contractions convulsives & des palpitations; ces palpitations violentes & redoublées poussoient le sang contre les valvules, il les forçoit & communiquoit ses secousses à la colomne du sang apporté par la veine-cave.

Lancisi explique son observation par la dilatation de l'oreillette droite du cœur, & de la racine de la veine-cave, de façon que les valvules ne peuvent plus se joindre exactement pour en fermer l'entrée : alors dans la sistole du ventricule droit, le sang est refoulé du ventricule dans la veine-cave &

dans les jugulaires enſuite, & le conflict du ſang qui arrive aux jugulaires, dans le temps que celui-ci en eſt rechaſſé, fait dans cet endroit une eſpece de flux & de reflux ſingulier. Cette ondulation des jugulaires eſt, ſelon Lanciſi, un ſimptome néceſſaire de la dilatation de la racine de la veine-cave, de l'oreillette & du ventricule droit.

Les exemples que je viens de rapporter, font voir que le battement de quelques veines s'explique naturellement de pluſieurs indiſpoſitions du cœur, & je croirois preſque, que c'eſt faute d'obſerver, ſi on ne l'a pas remarqué plus ſouvent, auſſi-bien que les aneyriſmes du cœur.



SOLUTION D'UN PROBLEME DE GEOMETRIE.

Par M. CLAIRAUT.

PROBLEME.

Trouver la Courbe AFM *qui ait cette propriété, qu'en la faisant tourner autour du point* A, *&* *en marquant dans chacune de ses positions les points* M *&* m *qui soient les plus éloignés de la droite* AC, *on forme une courbe* AmM *dont les segmens* AOMmA *soient en raison donnée avec les segmens* AFMO *de la courbe* AFM. Fig. 1.

M. Cramer, Professeur de Mathématiques à Geneve, est l'Auteur de ce Probleme, dont il m'avoit mandé avoir la Solution. Voici celle que j'en ai trouvée.

Plusieurs personnes de l'Académie en ont donné de différentes, on les trouvera ci-après.

SOLUTION. Au lieu de faire tourner la courbe *AFM*, je la suppose fixe, & à chaque point *M* je mene une tangente *PM*, sur laquelle j'abbaisse la perpendiculaire *AP*, & je dis que la courbe *AmM* est celle dont les coordonnées sont *AP* & *PM*; alors nommant *AM*, y, *rm*, dy, *Mr*, dx, *AP*, u, *PM*, t, on aura $yy = uu + tt$, $tdx = udy$, & il ne faudra plus que trouver la valeur du segment d'une courbe dont l'abscisse est *AP*, u, & l'ordonnée *PM*, t. Pour cela, soit *AGM* cette courbe, la valeur de l'espace *AGMP* sera $\int tdu$, en faisant sur l'axe *AQ*, perpendiculaire à *AP*, la courbe *AHM* égale à la courbe *AGM*, l'espace *APMH* sera égal à $\int udt$, & par conséquent *AGMH*, double du segment *AGOM* de la courbe *AGM*, sera $\int tdu - \int udt$. Fig. 2. Fig. 3.

On aura donc, par les conditions du Probleme, $tdu - udt = mydx$. En prenant dans $udy = tdx$, la valeur de dx, & la substituant dans $tdu - udt = mydx$, on aura $ttdu$

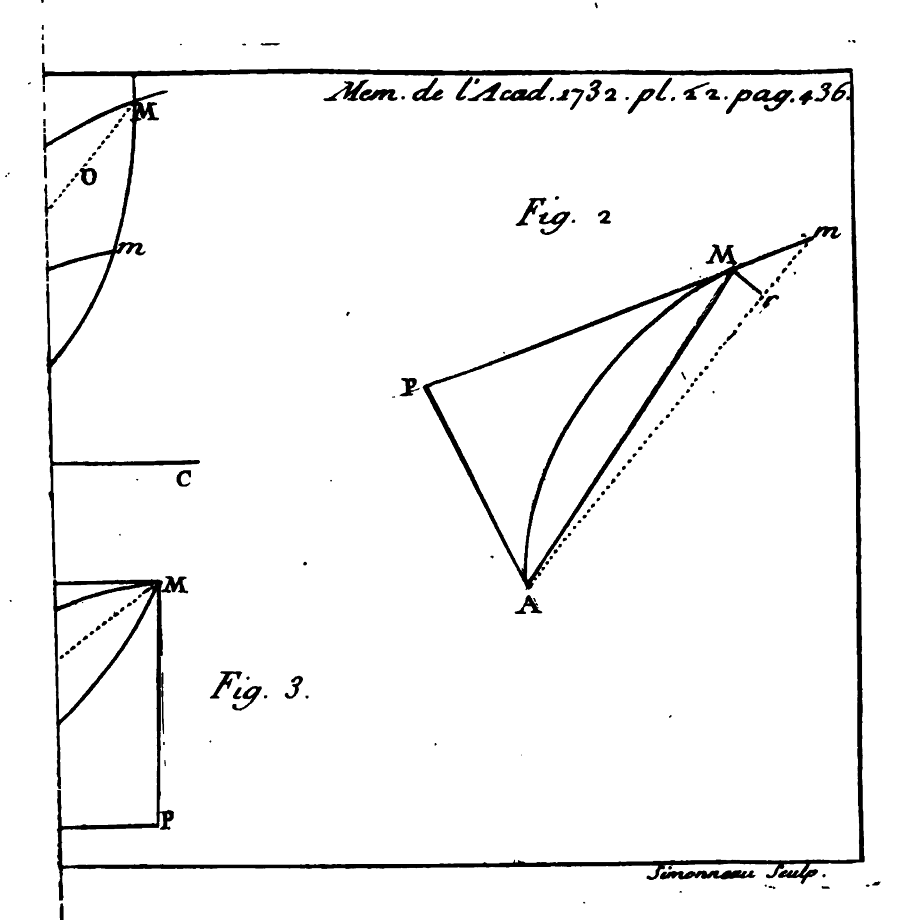
$-utdt = myudy$, d'où on chaſſera tt & tdt par le moyen de l'équation $tt + uu = yy$, & l'on aura $ydu = (m+1) udy$, qui donne $\frac{du}{u} = (m+1)\frac{dy}{y}$, ou en intégrant $lA + lu = (m+1)ly$, ou $Au = y^{m+1}$.

Par le moyen de cette équation, on aura facilement celle de la courbe *AFM*, & celle de la courbe *AmM*; car mettant pour u ſa valeur $\frac{ydx}{ds}$ que donnent les triangles ſemblables *APM*, *Mmr*, on aura $\frac{Aydx}{ds} = y^{m+1}$, ou $dx = \frac{y^m dy}{\sqrt{(AA - y^{2m})}}$ qui exprime une courbe géométrique, lorſque m eſt un nombre rationel.

Fig. 2.

Pour avoir la courbe *AmM*, il faut mettre dans $Au = y^{m+1}$ à la place de y ſa valeur $\sqrt{(uu+tt)}$, & l'on aura $Au = (uu+tt)^{\frac{m+1}{2}}$.




Mem. de l'Acad. 1732. pl. 22. pag. 436.
Fig. 2
Fig. 3.
M
O
m
C
M
P
M
m
r
P
A
Simonneau Sculp.

SOLUTION DU MESME PROBLEME.

Par M. NICOLE.

PROBLEME.

SOIT une Courbe $ADMhl$, dont le petit côté Mh est parallele à la droite AB donnée de position. 6 Decemb. 1732.

Si l'on fait tourner cette courbe circulairement sur le point A, de maniére que le point h décrive le petit arc de cercle hm, & le point M, le petit arc de cercle MS, de telle grandeur que le petit côté hl de la courbe qui suivoit immédiatement Mh dans la premiére situation, soit en mL de la seconde, & se trouve à son tour parallele à la même droite AB, & ainsi de suite à l'infini. Fig. 1.

Cela posé, si l'on fait passer par l'infinité de points M & m, déterminés de cette façon, la courbe $AEMm$, & que l'on mene la droite AM, on demande la nature de la courbe $ADMh$, dont l'espace $ADMA$, dans toutes les situations où elle se trouve, soit à l'espace $AEMA$ de la seconde courbe dans la raison donnée de p à q.

SOLUTION I.

Soit nommé les ordonnées AM, Ah, Al, y, le petit arc $MG = hT = dx$, les côtés Mh, hl, de la courbe $= ds$, Gh, ou Tl, sera dy.

Pour satisfaire à la premiére condition, je remarque que le petit côté hl peut devenir parallele à AB de deux maniéres; l'une, en transportant le petit côté hl en hi, de maniére que l'angle lhi soit l'angle de contingence, & l'autre, en transportant la courbe AMh en ASm. Il faut donc que l'angle lhi de contingence soit égal à l'angle $hAm = GAO$, ainsi on aura cette proportion $lh . li :: AG . GO$, mais li est

l'arc qui mesure l'angle de contingence, & est exprimé par $\frac{ds^2 dx - ydxddy}{yds}$, lorsque dx est constant.

On aura donc $ds \,.\, \frac{ds^2 dx - ydxddy}{yds} :: y \,.\, \frac{ds^2 dx - ydxddy}{ds^2} = GO$. Donc $MO = GO - GM = \frac{ds^2 dx - ydxddy}{ds^2} - dx = \frac{-ydxddy}{ds^2}$. Par la seconde condition il faut que le triangle AMG, élément de l'espace ADM, soit au triangle AMO, élément de l'espace AEM, comme p à q. On aura donc $dx \,.\, -\frac{ydxddy}{ds^2} :: p \,.\, q$, qui donne $qdx = \frac{-ypdxddy}{ds^2}$ ou $qds^2 + pyddy = 0$; mais $ds^2 = dx^2 + dy^2$, donc $ddy = \frac{dsdds}{dy}$, en mettant pour ddy cette valeur, il vient $qdyds^2 + pydsdds = 0$, ou $\frac{p}{q} ydsdds + dyds^2 = 0$. Pour intégrer cette quantité, il faut la multiplier par $ds^{\frac{p}{q}-2}$; & elle deviendra $\frac{p}{q} ds^{\frac{p}{q}-1} dds \times y + ds^{\frac{p}{q}} \times dy = 0$; dont l'intégrale est $yds^{\frac{p}{q}}$, qui doit être égale à une quantité constante. Soit cette quantité $adx^{\frac{p}{q}}$, on aura donc $yds^{\frac{p}{q}} = adx^{\frac{p}{q}}$, ou $dsy^{\frac{q}{p}} = dx \times a^{\frac{q}{p}}$, ou $y^{\frac{2q}{p}} \times \overline{dx^2 + dy^2} = a^{\frac{2q}{p}} \times dx^2$, qui donne $\frac{y^{\frac{q}{p}} dy}{\sqrt{a^{\frac{2q}{p}} - y^{\frac{2q}{p}}}} = dx$ pour l'équation de la courbe cherchée ADM.

Si l'on nomme le petit arc Mo, dz; on aura $dz = \frac{qy^{\frac{q}{p}} dy}{p\sqrt{a^{\frac{2q}{p}} - y^{\frac{2q}{p}}}}$, pour l'équation de la courbe AEM.

Si l'on suppose $p = q$, la premiére équation deviendra $\frac{ydy}{\sqrt{aa-yy}} = dx$, dont l'intégrale est $-\sqrt{aa-yy} = x$, qui donne $y = \sqrt{aa - xx}$, qui est à un cercle, dont le

diametre est a; la seconde équation donne aussi $y = \sqrt{aa - zz}$, qui est au même cercle. Donc dans ce cas, ces deux courbes sont le même cercle.

SOLUTION II.

Si l'on tire toutes les lignes, telles qu'on les voit dans la Figure. AQ & QM sont les coordonnées perpendiculaires de la courbe $AEMm$, MNF est sa tangente en mM, & AF est perpendiculaire sur cette tangente. AP & PM sont les coordonnées perpendiculaires de la courbe AMh. Cela posé, il est clair que le triangle $AMhA$ est l'élement de l'espace $ADMA$, & que le triangle $AMmA$ est l'élement de l'espace $AEMA$. Mais comme Mh, en quelqu'endroit que se trouve le point M, est toûjours parallele à AB, le triangle AMh sera $\frac{1}{2} MQ \times Mh$, & le triangle AMm sera $\frac{1}{2} AF \times Mm$. Il faut donc que $MQ \times Mh . AF \times Mm :: p . q$. Fig. 2.

Et si l'on suppose les lignes $AQ = z$, $QM = u$, $AP = x$, $PM = y$, $Qq = Mt$ sera $= dz$, $mt = du$, $Pp = MK = dx$, $hK = dy$, & $Mh = ds$, on aura ces analogies $du . dz :: u . \frac{udz}{du} = QN$; donc $AN = \frac{zdu - udz}{du}$. & $\sqrt{du^2 + dz^2} . du :: \frac{zdu - udz}{du} . \frac{zdu - udz}{\sqrt{dz^2 + du^2}} = AF$. Les triangles semblables Aqm, mth donneront aussi $z . u :: du . \frac{udu}{z} = th$. Donc $Mh = dz + \frac{udu}{z} = \frac{zdz + udu}{z}$.

Si donc on substituë pour $MQ \times Mh . AF \times Mm :: p . q$ leurs valeurs analitiques, on aura $\frac{uzdz + uudu}{z} . zdu - udz :: p . q$. D'où l'on tire $quzdz + quudu = pzzdu - puzdz$, ou $\overline{p + q} \times uzdz = pzzdu - quudu$, ou $\overline{p + q} \times zdz \times u - pzz \times du = - quudu$.

Pour intégrer cette quantité, il faut la multiplier

par $\frac{z^{p+q-2}}{u^{p+1}}$, & l'on aura $\overline{p+q} \times z^{p+q-1} dz \times u^{-p} - pu^{-p-1} du \times z^{p+q} = -qu^{-p+1} du \times z^{p+q-2}$, l'intégrale du premier membre est $\frac{z^{p+q}}{u^p}$, l'intégrale du second membre se peut trouver dans la supposition de $p+q=2$, car alors il devient $-qu^{-p+1}du$, dont l'intégrale est $\frac{-q}{2-p} \times u^{2-p} + a^{2-p}$.

On aura donc dans cette supposition $\frac{z^{p+q}}{u^p} = a^{2-p} - \frac{q}{2-p} \times u^{2-p}$, ou $zz = a^q \times u^p - uu$, pour l'équation de la courbe *AEMm* qui sera toûjours géométrique, & qui satisfera à tous les cas possibles.

Car quoique $p+q$ soit $=2$, le rapport de $p \,.\, q$ peut être tel qu'on voudra.

Si $p=1$, q sera $=1$, & l'équation deviendra $zz=au-uu$ qui est au cercle.

Si $p=\frac{4}{3}$, $q=\frac{2}{3}$; on aura $zz=a^{\frac{2}{3}} \times u^{\frac{4}{3}} - uu$; ou $\overline{zz+uu}^3 = aau^4$.

Si $p=\frac{3}{2}$, & $q=\frac{1}{2}$, on aura $zz=a^{\frac{1}{2}} \times u^{\frac{3}{2}} - uu$; ou $\overline{zz+uu}^2 = au^3$.

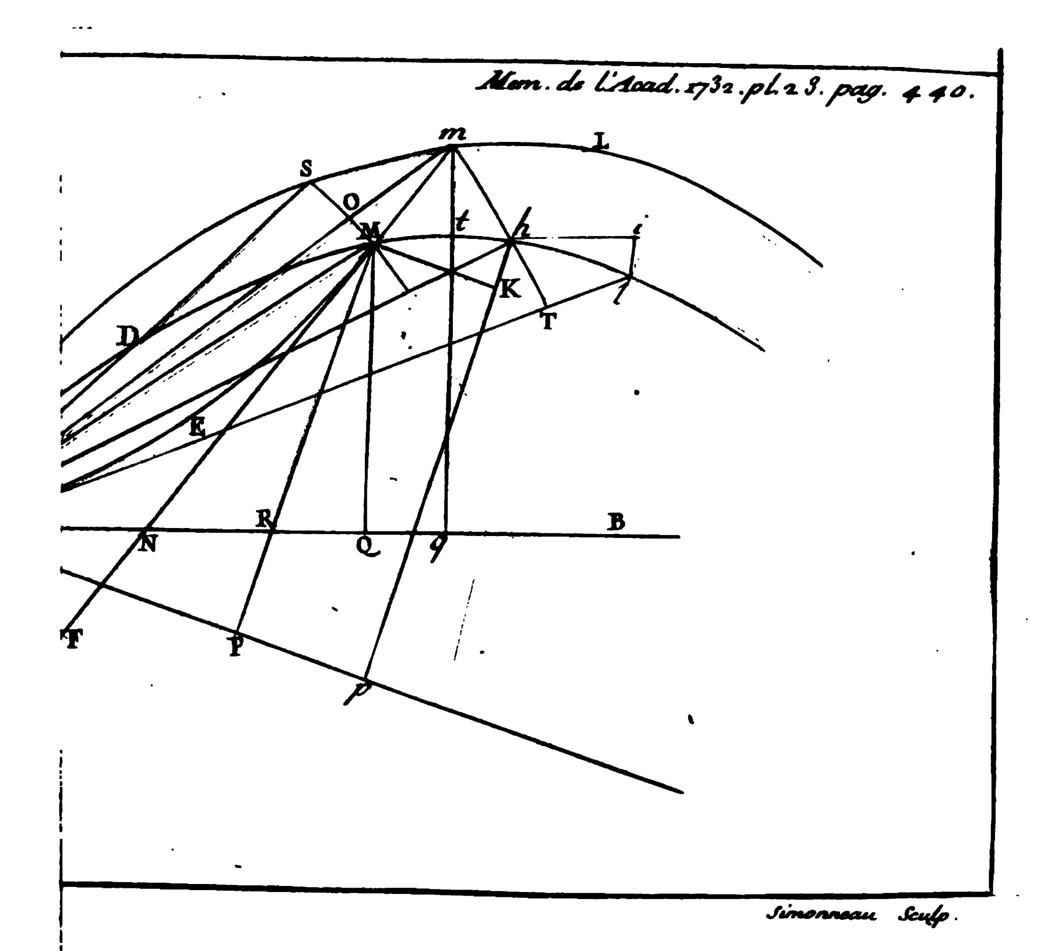
Si $p \,.\, q :: 3 \,.\, 2$, on aura $p=\frac{3}{2}q$, & $\frac{5}{2}q=2$, ou $q=\frac{4}{5}$; $p=\frac{6}{5}$, & $zz=a^{\frac{4}{5}} \times u^{\frac{6}{5}} - uu$, ou $\overline{zz+uu}^5 = a^4u^6$.

Si $p \,.\, q :: \sqrt{7} \,.\, \sqrt{3}$. Donc $p=\frac{q\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$, & $q+\frac{q\sqrt{7}}{\sqrt{3}}=2$.

Donc $q=\frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$, & $p=\frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{21}+3}$. Donc $zz=a^{\frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{7}}} \times u^{\frac{2\sqrt{7}}{3+\sqrt{21}}} - uu$, qui donne $zz=a^{\frac{2\sqrt{3}}{3+\sqrt{21}}} \times u^{\frac{2\sqrt{7}}{3+\sqrt{21}}} - uu$, ou $\overline{zz+uu}^{3+\sqrt{21}} = \overline{aa}^{\sqrt{3}} \times \overline{uu}^{\sqrt{7}}$.

Pour trouver maintenant l'équation de la courbe *AMhi*, on fera toutes ces analogies

MK



Simonneau Sculp.

$MK(dx) . Mh(ds) :: AP(x) . \frac{xds}{dx} = AR.$

$MK(dx) . Kh(dy) :: AP(x) . \frac{xdy}{dx} = PR$; donc $MR = \frac{ydx - xdy}{dx}$.

$Mh(ds) . MK(dx) :: MR(\frac{ydx - xdy}{dx}) . \frac{ydx - xdy}{ds} = MQ = u.$

$AP(x) . PR(\frac{xdy}{dx}) :: MQ(\frac{ydx - xdy}{ds}) . \frac{ydxdy - xdy^2}{dsdx} = QR.$

Donc $AR + RQ = z = \frac{xds}{dx} + \frac{ydxdy - xdy^2}{dsdx} = \frac{xdx + ydy}{ds} = z.$

Si donc on ſubſtituë dans l'équation $zz = a^q u^p - uu$, ou $zz + uu = a^q u^p$, pour z & u, les valeurs que l'on vient de trouver, on aura

$$\frac{xxdx^2 + 2xydxdy + yydy^2 + yydx^2 - 2xydxdy + xxdy^2}{dx^2 + dy^2} = a^q \times \frac{\overline{ydx - xdy}^p}{ds^p}$$

$= xx + yy.$

Si pour ſimplifier cette équation, on fait $\sqrt{xx + yy} = r = AM$, & que le petit arc MG ſoit $dt = \sqrt{Mh^2 - Gh^2}$, on aura $dt = \sqrt{dx^2 + dy^2 - \frac{xxdx^2 - 2xydxdy - yydy^2}{xx + yy}}$ $= \frac{ydx - xdy}{\sqrt{xx + yy}}$, & $ds = \sqrt{dr^2 + dt^2}$.

Ainſi en ſubſtituant dans l'équation $xx + yy = a^q \times \frac{\overline{ydx - xdy}^p}{ds^p}$, les valeurs que l'on vient de trouver, on aura $rr = \frac{a^q \times dt^p \times r^p}{ds^p}$, ou $rr = \frac{a^q \times dt^p \times r^p}{\sqrt{dr^2 + dt^2}^p}$, ou $\frac{rr \times \sqrt{dr^2 + dt^2}^p}{r^p}$ $= a^q \times dt^p$, ou $r^{2-p} \times \sqrt{dr^2 + dt^2}^p = a^q \times dt^p$, mais $2 - p = q$. Donc $r^q \times \sqrt{dr^2 + dt^2}^p = a^q \times dt^p$, ou $r^{\frac{q}{p}} \times \sqrt{dr^2 + dt^2} = a^{\frac{q}{p}} \times dt$, qui donne $dt = \frac{r^{\frac{q}{p}} dr}{\sqrt{a^{\frac{2q}{p}} - r^{\frac{2q}{p}}}}$; comme on avoit trouvé par une autre voye.



SOLUTION DE DEUX PROBLEMES DE GEOMETRIE.

Par M. DE MAUPERTUIS.

PROBLEME I.

6 Decemb. 1732. *TROUVER la Courbe qui tournant autour d'un poinct fixe* C, *ait ses segments* CBGNC *en raison constante aux segments correspondants* CDMNC *de la courbe* CMN *qui passe par tous les poincts où elle est la plus éloignée de l'axe donné* CR? *Ou réciproquement, les mêmes choses étant supposées, trouver la courbe* CDMN?

Solution. Je commence par chercher la courbe coupante *CDMN.*

Supposant que la courbe tournante *CBGN* soit tombée dans la situation prochaine *CBM*, décrivant du centre *C* & du rayon *CM* le petit arc *MG*, & tirant la droite *CN*, il est clair que le petit triangle *CGN* est la différentielle du segment *CBGNC* de la courbe tournante, & le triangle *CMN* est la différentielle du segment *CDMNC* de la courbe coupante *CDMN*.

Soit maintenant $CM = t$ le sinus de l'angle $MCP = h$ pour le rayon $= 1$, l'on aura $MP = ht$, $NE = hdt + tdh$,

$CP = t\sqrt{(1-hh)}$ & $PQ = dt\sqrt{(1-hh)} - \frac{thdh}{\sqrt{(1-hh)}}$ $= ME$. Donc $MN = \sqrt{(ME^2 + NE^2)} = \sqrt{(dt^2 + \frac{ttdh^2}{1-hh})}$, & $MF = \sqrt{(MN^2 - NF^2)} = \frac{tdh}{\sqrt{(1-hh)}}$.

Maintenant pour trouver GF, on a (à cause du parallelisme entre GN & CR) $CP \,.\, PM :: NF \,.\, FG$, ou $\sqrt{(1-hh)} \,.\, h :: dt \,.\, FG = \frac{hdt}{\sqrt{(1-hh)}}$.

Mais par l'autre condition du Probleme $MF \,.\, FG :: n \,.\, 1$, c'est-à-dire, $\frac{tdh}{\sqrt{(1-hh)}} \,.\, \frac{hdt}{\sqrt{(1-hh)}} :: n \,.\, 1$, ou $tdh = nhdt$, ou $\frac{dh}{h} = n\frac{dt}{t}$, ou $h = a^{-n} t^n$; c'est l'équation de la courbe coupante $CDMN$.

Pour trouver maintenant la courbe tournante $CBGN$, l'on a $MF = \frac{tdh}{\sqrt{(1-hh)}} =$ (à cause de $h = a^{-n} t^n$) $\frac{na^{-n} t^n dt}{\sqrt{(1-a^{-2n} t^{2n})}} = \frac{nt^n dt}{\sqrt{(a^{2n} - t^{2n})}}$. Et puisque $MF \,.\, FG :: n \,.\, 1$; l'on a $FG = \frac{t^n dt}{\sqrt{(a^{2n} - t^{2n})}}$.

Pour rapporter cette courbe à un cercle dont le rayon $= 1$, & l'arc $= z$; on a $1 \,.\, dz :: t \,.\, FG$; donc $FG = tdz = \frac{t^n dt}{\sqrt{(a^{2n} - t^{2n})}}$, ou $ndz = \frac{nt^{n-1} dt}{\sqrt{(a^{2n} - t^{2n})}}$; C'est l'équation de la courbe tournante.

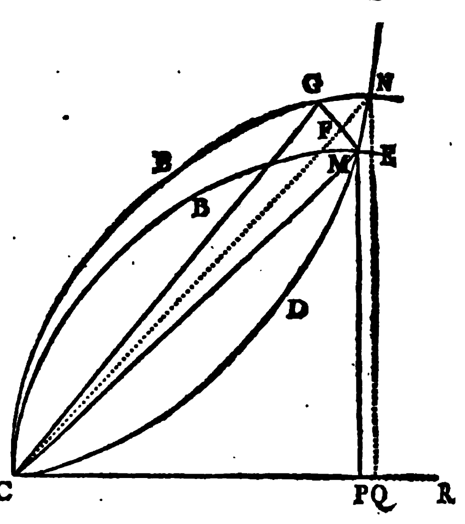
D'où l'on voit que ces courbes dépendant de la comparaison de deux angles, elles sont toûjours algébriques, lorsque n est un nombre rationel.

Construct. Pour les construire, on décrira un cercle du rayon a^n; & prenant dans ce cercle un angle égal à l'angle nz, on aura le sinus de cet angle $= t^n$. *C. Q. F. T.*

Schol. Si le rapport des deux segments est le rapport d'égalité; l'on a $n = 1$, & pour l'équation de la courbe coupante $h = a^{-1} t$, qui est l'équation radiale du cercle, qui est alors la courbe coupante & la courbe tournante.

En général, en chassant h & t par les deux équations $h = \frac{y}{\sqrt{(xx+yy)}}$ & $t = \sqrt{(xx+yy)}$, on remonte à l'équation

aux coordonnées rectangles CP, PM, de la courbe coupante, qui eſt $\frac{y}{\sqrt{(xx+yy)}}$, $=$ $a^{-n}(xx+yy)^{\frac{n}{2}}$, ou $a^n y = (xx+yy)^{\frac{n+1}{2}}$;



Lorſque $n=1$, l'on a $ay-yy=xx$, équation au cercle pour la courbe tournante, qui eſt alors la même que la coupante.

Lorſque $n=3$, ou $n=\frac{1}{3}$, on a pour la courbe coupante une équation du 4me degré.

Si l'on veut trouver les cas où les ſegments dans l'une & l'autre courbe ſont quarrables, on a $MF \times CM = \frac{nt^{n+1}dt}{\sqrt{(a^{2n}-t^{2n})}}$. Je fais $\sqrt{(a^{2n}-t^{2n})}=v$, $t=(a^{2n}-vv)^{\frac{1}{2n}}$, $dt=\frac{1}{n} \times -vdv \times (a^{2n}-vv)^{\frac{1-2n}{2n}}$, & j'ai $MF \times CM = n(a^{2n}-vv)^{\frac{n+1}{2n}} \times \frac{1}{n} \times -vdv \times (a^{2n}-vv)^{\frac{1-2n}{2n}} = -vdv(a^{2n}-vv)^{\frac{2-n}{2n}}$. D'où l'on voit que lorſque $\frac{2-n}{2n}$ eſt un nombre entier poſitif, nos courbes ſont quarrables; c'eſt-à-dire, lorſque n eſt quelque nombre de la ſuite $\frac{2}{1}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{2}{7}$, &c. On peut propoſer cet autre Probleme.

PROBLEME II.

Trouver la courbe qui tournant autour d'un point fixe C, *ait ſes arcs en raiſon conſtante aux arcs correſpondants de la courbe qui paſſe par tous les points où elle eſt la plus éloignée d'un axe donné! Ou réciproquement, les mêmes choſes étant ſuppoſées, trouver la courbe coupante!*

Solut. Ayant trouvé la valeur de $MN = \sqrt{(dt^2 + \frac{ttdh^2}{1-hh})}$, l'on a (à cause des Δ *FNG, PCM*) $dt . NG :: t\sqrt{(1-hh)} . t$; d'où $NG = \frac{dt}{\sqrt{(1-hh)}}$. Faisant donc $MN . NG :: n . 1$, on a $nndt^2 = dt^2 - hhdt^2 + ttdh^2$, ou $\frac{dt}{t} = \frac{dh}{\sqrt{(nn-1+hh)}}$, ou $lt = l(bh + b\sqrt{(nn-1+hh}$, ou $t = bh + b\sqrt{(nn-1+hh)}$, ou $tt - 2bht = (nn-1)bb$. C'est l'équation de la courbe coupante, qui est, comme on voit, toûjours algébrique.

Cherchons maintenant la courbe tournante. On a $MN = \sqrt{(dt^2 + \frac{ttdh^2}{1-hh})}$; & par la condition du Probleme $MN\,[\sqrt{(dt^2 + \frac{ttdh^2}{1-hh})}] . NG :: n . 1$. Donc $NG = \frac{1}{n}\sqrt{(dt^2 + \frac{ttdh^2}{1-hh})}$. Donc $NG^2 = \frac{1}{nn}(dt^2 + \frac{ttdh^2}{1-hh}) = FG^2 + dt^2$, ou $FG = \sqrt{[\frac{1}{nn}(dt^2 - nndt^2 + \frac{ttdh^2}{1-hh})]}$; & prenant la valeur de h & dh dans l'équation de la courbe coupante $h = \frac{tt-(nn-1)bb}{2bt}$, & la substituant dans cette valeur de FG (écrivant m pour $nn-1$), on trouve $FG = \frac{dt(tt-mbb)}{\sqrt{[(2mbb+4bb)tt - t^4 - mmb^4]}}$.

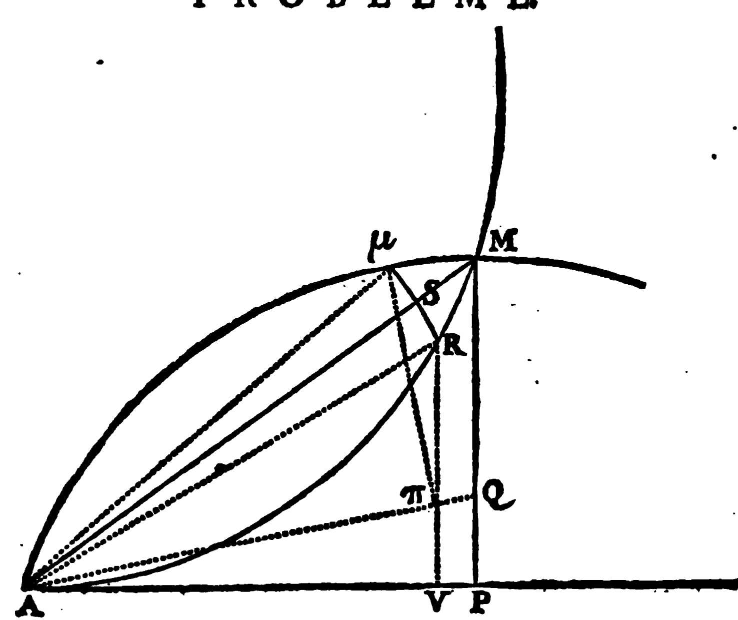
Pour rapporter cette courbe à un cercle dont le rayon $= 1$ & l'arc $= z$, on a $FG = tdz$, d'où l'on tire $dz = \frac{(t - \frac{mbb}{t})\,dt}{\sqrt{[(2mbb+4bb)\,tt - t^4 - mmb^4]}}$.

Scholie. Mais si l'on reprend la courbe coupante, & qu'on examine son équation $tt - 2bht = (nn-1)\,bb$, ou $xx + yy - 2by = (nn-1)\,bb$, on trouvera une chose singuliére; c'est que quelle que soit la courbe tournante, la coupante est toûjours un cercle. Ce qui est tout ce que je trouve de remarquable dans ces courbes.

AUTRE SOLUTION
DU PROBLEME DE M. CRAMER.

Par M. CAMUS.

PROBLEME.



UNE Droite AP *étant donnée de position; & une Courbe* AμM *tournant dans son plan autour d'un point* A, *& décrivant une Courbe* ARM *par ses points les plus écartés de la droite* AP. *Enfin connoissant que le rapport du folium* ARMμA *compris entre les deux courbes, au segment* AMμA *est* $\frac{p}{1}$, *trouver ces deux courbes!*

SOLUTION.

Soit *M* le point actuellement décrivant la courbe *ARM*; ayant pris dans la courbe tournante, un point μ infiniment

proche du point M, soient tirées les droites $\mu\pi$, MP perpendiculairement à cette courbe, & soit tirée AQ perpendiculairement sur $\mu\pi$, cette droite sera parallele à μM, & l'on aura $\mu\pi = MQ$.

Le point μ en décrivant à son tour, arrivera en R, après avoir décrit μR perpendiculaire sur AM, & pour lors $\mu\pi$ sera sur RV, & $A\pi$ sur AV, d'où il suit que l'angle μAR $=$ l'angle QAP.

Soit maintenant $AP = x$; $VP = dx$. MP, ou $VR = y$.

Et la différence de MP à $VR = dy$.

Comme $MQ = \mu\pi = RV$; on aura $PQ = dy$.

Mais l'angle μAR, & l'angle PAQ étant égaux, on aura

$$AP : PQ :: AM : \mu R$$

$$x : dy :: \sqrt{xx+yy} : \mu R = \frac{dy\sqrt{xx+yy}}{x}.$$

$AM = \sqrt{xx+yy}$ devenant AR ou AS, il suit que sa différence $SM = \frac{xdx+ydy}{\sqrt{xx+yy}}$.

Et à cause des triangles semblables $MS\mu$, APM, on a $\quad AP : PM :: SM : S\mu$,

C'est-à-dire, $x : y :: \frac{xdx+ydy}{\sqrt{xx+yy}} : \frac{xydx+yydy}{x\sqrt{xx+yy}} = S\mu$.

Mais le folium $ARM\mu A$, & le segment $ASM\mu A$ étant dans le rapport de p à 1, le quadrilatere $M\mu ARM$, & le triangle $M\mu A$, qui sont leurs différences, sont aussi dans le rapport de p à 1; & ces différences ayant AM pour longueur commune, sont entr'elles comme μR à $S\mu$.

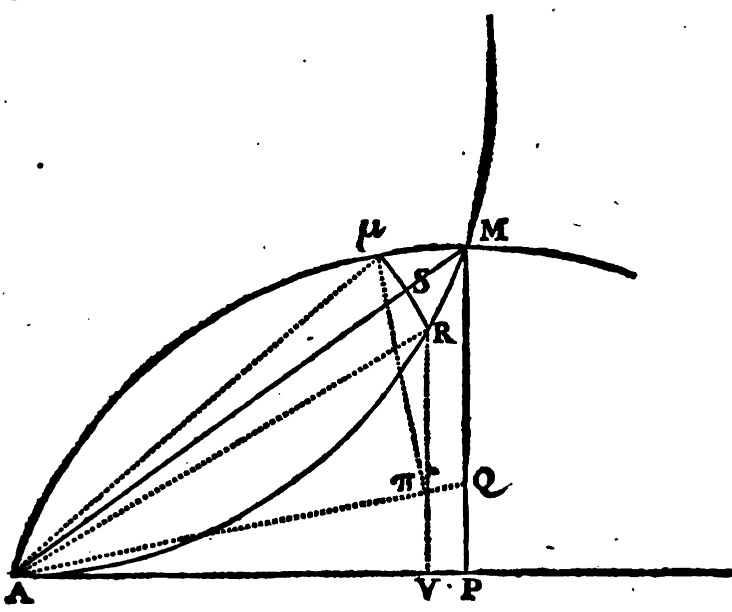
On aura donc $\quad \mu R : S\mu :: p : 1$,

C'est-à-dire $\frac{dy\sqrt{xx+yy}}{x} : \frac{xydx+yydy}{x\sqrt{xx+yy}} :: p : 1$.

D'où l'on tire $\frac{pxydx+pyydy}{\sqrt{xx+yy}} = dy\sqrt{xx+yy}$,

ou $\quad pxydx + pyydy = xxdy + yydy$,

ou $\quad pxydx - xxdy + \overline{p-1}.yydy = 0$.



Multipliant par $y^{\frac{-p-2}{p}}$, on aura

$$pxy^{\frac{-2}{p}}dx - xxy^{\frac{-p-2}{p}}dy + \overline{p-1}.y^{\frac{p-2}{p}}.dy = 0.$$

Et en intégrant, on aura

$$\tfrac{1}{2}pxxy^{\frac{-2}{p}} + \tfrac{1}{2}py^{\frac{2p-2}{p}} = a^{\frac{2p-2}{p}}.$$

Multipliant par $y^{\frac{2}{p}}$, on aura

$$\tfrac{1}{2}pxx + \tfrac{1}{2}py^2 = a^{\frac{2p-2}{p}}y^{\frac{2}{p}};$$

ou $$xx = \frac{2}{p}a^{\frac{2p-2}{p}}y^{\frac{2}{p}} - y^2.$$

C'eſt l'équation de la courbe *ARM. C. Q.* *F. 1.° trouver.*

Pour trouver l'équation de la courbe tournante *AμM.* Soit $AM = z$, $\mu S = du$.

Puiſque par les conditions du Probleme, le folium *MμAR* eſt au ſegment *μAM* comme *p* eſt à 1.

L'angle *μAR*, ou ſon égal *QAP* ſera auſſi à l'angle *μAS* comme

comme p est à 1. On aura donc

$$\frac{dy}{x} : \frac{du}{z} :: p : 1, \text{ ou } \frac{du}{z} = \frac{dy}{px},$$

il faut maintenant avoir en z & dz les valeurs de dy & de x.

L'équation de la courbe sécante est $x^2 = \frac{2}{p} a^{\frac{2p-2}{p}} y^{\frac{2}{p}} - yy$

Mais $\overline{AM}^2$, ou $zz = xx + yy$.

Donc $z = (\frac{2}{p})^{\frac{1}{2}} . a^{\frac{p-1}{p}} . y^{\frac{1}{p}}$.

Ainsi $z^p = (\frac{2}{p})^{\frac{p}{2}} . a^{p-1} . y$.

Donc $y = \frac{z^p}{(\frac{2}{p})^{\frac{p}{2}} a^{p-1}}$.

D'où l'on tire 1.° $dy = \frac{pz^{p-1} . dz}{(\frac{2}{p})^{\frac{p}{2}} . a^{p-1}}$.

2.° $y^2 = \frac{z^{2p}}{(\frac{2}{p})^p . a^{2p-2}}$.

3.° $y^{\frac{2}{p}} = \frac{z^2}{\frac{2}{p} . a^{\frac{2p-2}{p}}}$.

Mettant ces valeurs de y^2 & $y^{\frac{2}{p}}$ dans l'équation de la courbe sécante ARM, on aura

$$xx = zz - \frac{z^{2p}}{(\frac{2}{p})^p . a^{2p-2}}.$$

$$\& \qquad x = \overline{zz - \frac{z^{2p}}{(\frac{2}{p})^p . a^{2p-2}}}^{\frac{1}{2}}.$$

Enfin substituant les valeurs de dy & de x dans l'équation $\frac{du}{z} = \frac{dy}{px}$, on aura

$$\frac{du}{z} = \frac{z^{p-1} . dz}{(\frac{2}{p})^{\frac{p}{2}} . a^{p-1} \times \overline{(zz - \frac{z^{2p}}{(\frac{2}{p})^p . a^{2p-2}})}^{\frac{1}{2}}}.$$

Intégrant & faisant passer $(\frac{2}{p})^{\frac{p}{2}} a^{p-1}$ sous le signe radical $\sqrt{}$; & divisant le numerateur & le dénominateur par z, on aura $\int(\frac{du}{z}) = S \frac{z^{p-2} dz}{\sqrt{(\frac{2}{p})^p \cdot a^{2p-2} - z^{2p-2}}}$.

Cette équation n'est point intégrable, mais il est évident que $\int(\frac{du}{z})$ est l'angle dont μAS est la différentielle, & que la valeur de cet angle dépend de la quadrature d'une courbe dont z est la coupée, & dont $\frac{z^{p-2}}{\sqrt{(\frac{2}{p})^p \cdot a^{2p-2} - z^{2p-2}}}$ est l'ordonnée. *C. Q. F.* 2.° *trouver.*

COROLLAIRE.

Si $p = 2$, les deux courbes seront deux cercles égaux. 1.° Car l'équation de la courbe sécante ARM deviendra

$$xx = ay - yy,$$

qui est une équation au cercle dont a est le diametre.

2.° L'équation de la courbe tournante sera $\frac{du}{z} = \frac{dz}{\sqrt{aa - zz}}$ ou $du = \frac{z dz}{\sqrt{aa - zz}}$, on aura donc

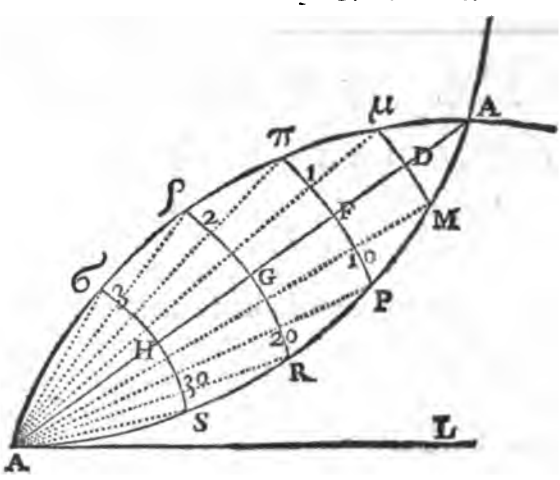
$$\mu M = (\sqrt{\overline{du}^2 + dz^2}) = \sqrt{\frac{z^2 dz^2 - aadz^2 - z^2 dz^2}{aa - zz}}$$

$= \frac{adz}{\sqrt{aa - zz}}$, qui est une équation au cercle dont a est diametre, & z la corde.

Donc les deux courbes sont deux cercles égaux.

REMARQUE.

On remarque aisément, par les conditions du Probleme, que la courbe sécante $ASRPMB$ étant tracée suivant son équation $xx = \frac{2}{p} a^{\frac{2p-2}{p}} y^{\frac{2}{p}} - yy$, devient très-commode pour tracer la courbe tournante $A\sigma\rho\pi\mu B$.



Car si du point de rotation *A*, comme centre, on décrit des arcs σS, ρR, πP, μM, comme les points μ, π, ρ, σ, se trouveront successivement en *M*, *P*, *R*, *S*, & que les droites $A\mu$, $A\pi$, $A\rho$, $A\sigma$, se confondront successivement avec les droites *AM*, *AP*, *AR*, *AS*, que par les conditions $\frac{1}{p-1}$ donnera toûjours le rapport des petits arcs μD, $\pi 1$, $\rho 2$, &c. aux petits arcs *MD*, *P* 10, *R* 20, &c. les arcs finis πF, ρG, σH, & *PF*, *RG*, *SH*, seront aussi dans le même rapport $\frac{1}{p-1}$; d'où il suit que la courbe sécante *ARB* étant tracée, on pourra trouver tous les points de la tournante sans avoir besoin de son équation; car on n'aura qu'à faire les arcs *MD*, *PF*, *RG*, & aux arcs μD, πF, ρG, dans le rapport de $\frac{p-1}{1}$.

On voit encore qu'on n'aura pas besoin de la multisection de l'angle, lorsque *p* sera un nombre entier.

Je remarque encore que l'arc $A\sigma$ s'évanouissant, l'arc *AS* s'évanouira aussi, ainsi la droite donnée *AL* doit toucher la courbe sécante au point *A* de rotation.

DE LA MERIDIENNE DE L'OBSERVATOIRE.

Par M. CASSINI.

APRÈS avoir prolongé de part & d'autre jusqu'aux extrémités du Royaume, tant vers le Midi que vers le Septentrion, la ligne Méridienne qui passe par le milieu de l'Observatoire Royal de Paris, il paroissoit nécessaire pour l'entiére perfection de cet ouvrage, que l'on traçât dans l'Observatoire même, une ligne méridienne qui fit partie de celle qui traverse le Royaume, & servît en même temps aux observations astronomiques que l'on y fait assiduëment depuis sa fondation.

On sçait assés l'utilité que l'on peut retirer de la description d'une Méridienne; c'est une ligne fixe & invariable que le Soleil rencontre tous les jours à son passage par le Méridien, & qui est par conséquent la plus exacte mesure du temps. Cette ligne étant divisée suivant les regles prescrites, a, outre la mesure du temps, ses différents usages dans l'Astronomie pour regler l'obliquité de l'Ecliptique, les temps des Equinoxes & des Solstices, & le cours du Soleil qui est la base & le fondement de toute l'Astronomie; car quand même on ne regarderoit pas cet Astre comme le principe des mouvements de toutes les Planetes, du moins est-il certain que l'on ne peut, sans son secours, déterminer avec quelque exactitude, leur mouvement, & ceux des Etoiles fixes.

Ce fut dans ce dessein que mon Pere entreprit la célébre Méridienne dans l'Eglise de S.t Pétrone, qui lui servit à réformer la théorie du Soleil, & à connoître la mesure des refractions qui élevent, en apparence, les Astres au-dessus de leur situation véritable, & qui forment un des plus grands obstacles à la perfection de l'Astronomie.

Ce fut auſſi dans le deſſein de regler les mouvements du Soleil, qui ſont le fondement du Calendrier Eccléſiaſtique, que M.rs Bianchini & Maraldi, tous deux de cette Académie, conſtruiſirent à Rome, en 1702, dans l'Egliſe des Chartreux, autrefois les bains de Dioclétien, une ligne Méridienne, par ordre du Pape Clément XI. qui avoit alors établi une Congrégation pour l'examen de ce Calendrier.

Depuis ce temps-là, on a conſtruit un grand nombre d'autres Méridiennes. M. de Malezieux en a fait une à Chatenay. J'en ai tracé une, en 1712, dans la Salle de l'Obſervatoire qui eſt au rés-de-chauſſée de la terraſſe, dont la hauteur eſt de 12 pieds, & la longueur au Solſtice d'hiver, de 40.

Il y en a dans toutes les Maiſons Royales où le Roi fait ſa demeure, qui y ont été dreſſées par ſon ordre & ſous ſes yeux, & M. le Curé de S.t Sulpice en a fait tracer depuis quelques années, une fort grande, dans la nouvelle & magnifique Egliſe qu'il fait édifier. Mais toutes ces Méridiennes, à la réſerve des trois premiéres, n'ont été dreſſées que pour marquer exactement l'heure du midi, & regler les horloges.

Pour conſtruire la nouvelle Méridienne de l'Obſervatoire, nous avons choiſi la grande Salle qui eſt dans l'appartement ſupérieur, & qui y avoit été deſtinée dès l'établiſſement de cet Edifice. Cette Salle a 97 pieds 5 pouces de longueur du Midi vers le Nord, depuis le mur intérieur de la face méridionale juſqu'au mur intérieur qui eſt au fond de l'embraſure de la fenêtre qui eſt vers le Nord. Sa figure eſt irréguliére, elle forme d'abord un rectangle fort approchant du quarré qui a 46 pieds de longueur dans la face méridionale ſur 45 pieds de largeur. Elle ſe rétrécit enſuite, & forme un ſecond quarré de 21 pieds de diametre; enfin elle eſt terminée par une Tour quarrée, dont la largeur intérieure eſt de 24 pieds. Cette Tour étoit déja carrelée de pierre de liais, d'un pied de diametre, avec une bande de pierre de la même largeur du Midi vers le Nord, qui étoit aſſés exactement ſur la Méridienne.

On avoit pratiqué au haut & dans la face méridionale du bâtiment, vers le milieu, une ouverture qui avoit communication dans la grande Salle, pour y laisser entrer les rayons du Soleil.

La hauteur de la partie inférieure de cette ouverture au dessus du niveau de la Salle, fut mesurée exactement de 30 pieds 6 pouces 8 lignes, & comme la hauteur apparente du bord inférieur du Soleil doit être à Paris, dans le Solstice d'hyver où elle est la plus basse, de $17^{d}\ 27'\ 45''$, je trouvai que l'extrémité de l'image du Soleil que l'on feroit passer par le trou d'une plaque placée horisontalement dans cette ouverture, à la hauteur de 30 pieds 6 pouc. 8 lignes, devoit se peindre au Solstice d'hyver, à la distance de 96 pieds 10 pouces, c'est-à-dire, quelques pouces en-deçà de l'extrémité septentrionale de cette Salle, dans laquelle on devoit par conséquent voir l'image du Soleil, pendant toute l'année, à son passage par le Méridien, depuis le Solstice d'été jusqu'au Solstice d'hyver.

Ayant dressé le projet de la construction de cette Méridienne, qui fut approuvé par l'Académie, je fis placer dans l'ouverture dont je viens de parler, à la hauteur de 30 pieds 6 pouc. 8 lign. ou de 4400 lign. du pied de Paris, une Plaque de cuivre *AEFB* (*Fig. 1.*) de 2 pieds de longueur, de 18 pouces de largeur sur une ligne & demie d'épaisseur, que l'on plia par la moitié en équerre, afin qu'une partie *ACDB* de cette plaque étant placée horisontalement, l'autre partie *CEFD* fût perpendiculaire, ce qui doit former une ombre beaucoup plus grande que si on l'avoit laissée horisontale.

L'on fit sur la partie *ACDB* horisontale de cette plaque, près de l'endroit où elle est repliée, un trou *GH* exactement rond dans la partie supérieure de la plaque, taillé en biseau vers sa partie inférieure, pour laisser passer librement les rayons du Soleil dans le temps où ils sont les plus obliques.

Le centre *I* de ce trou est au milieu de la face méridionale de la grande Salle, & en même temps sur le plan de la surface intérieure du mur.

Son diametre *GH* a 4 lignes & $\frac{4}{10}$ d'ouverture, c'eſt-à-dire, la milliéme partie de ſa hauteur ſur le niveau de la Salle.

Comme la hauteur du centre de ce trou ſur le niveau de la Salle, eſt la meſure du rayon du cercle dont la tangente doit marquer les diſtances du Soleil au Zénith à ſon paſſage par le Méridien; j'ai fait conſtruire, pour prendre cette hauteur avec toute l'exactitude poſſible, pluſieurs Regles de fer *IL, LM,* &c. de 3 pieds de longueur ſur 8 lignes de largeur & 2 d'épaiſſeur, que l'on a jointes enſemble par des tourillons de fer *L, M,* de maniére qu'elles peuvent ſe plier & s'ouvrir facilement. On avoit pratiqué à une des Regles qui étoit à l'extrémité, un trou quarré dans lequel on avoit ajuſté une petite barre de fer *OP* quarrée qui rempliſſoit exactement ce trou.

Ayant déployé ces lames, on fit paſſer la derniére *NL* par le trou horiſontal *GH* de la plaque de cuivre, & on les tint ſuſpenduës en cet état par le moyen de la barre *OP* qui traverſoit la derniére de ces Regles, & étoit ſoutenuë ſur la plaque.

On dreſſa toutes ces Regles de maniére qu'elles fiſſent une ligne droite continuë; & comme elles excédoient un peu la hauteur du trou horiſontal *GH* ſur le niveau de la Salle, on diminua la regle qui étoit à l'extrémité inférieure, de maniére qu'elles meſuraſſent exactement la hauteur de ce trou.

Cette meſure ayant été priſe, on ſuſpendit à ces Regles divers poids en différents jours, après les avoir pliées & déployées un grand nombre de fois pour voir ſi cette meſure étoit conſtante, & l'on n'y a jamais remarqué la moindre différence.

M'étant ainſi aſſûré de la hauteur exacte de ce trou, j'ai fait conſtruire par le S.r Langlois 32 Regles de leton, chacune de 3 pieds 0 pouce 8 lignes de longueur, qui eſt la dixiéme partie de toute la hauteur, ſur 20 lignes de largeur & 3 lignes d'épaiſſeur.

On avoit dreſſé exactement ces Regles d'un côté ſur le champ, & on les avoit faites toutes égales préciſément l'une

à l'autre, en les tenant d'abord un peu plus longues qu'il n'étoit nécessaire, afin d'en pouvoir diminuer.

On prit dix de ces Regles de cuivre que l'on mit bout à bout sur une ligne droite tracée sur le plancher, on appliqua ensuite dessus, les regles de fer *IL*, *LM*, &c. dont la longueur étoit précisément égale à la hauteur du trou *GH* sur le niveau de la Salle; & ayant trouvé que les dix regles de cuivre excédoient un peu cette longueur, on les diminua chacune séparément d'une égale quantité en les posant les unes sur les autres. On les plaça ensuite bout à bout sur les regles de fer, & on répéta ces opérations un grand nombre de fois jusqu'à ce que l'on fut assûré que ces regles, qui étoient égales entre elles, comprissent exactement la hauteur de ce trou.

On employa la même méthode pour les autres regles que l'on prit dix à dix, afin d'être assûré qu'elles fussent toutes égales entre elles, & de la longueur requise.

Ces regles étant ainsi disposées, on a tracé sur leur longueur & par le milieu de leur épaisseur une ligne assés profonde pour qu'elle ne s'effaçât pas facilement, qu'on a divisée d'un côté en 100 parties égales, qui sont chacune égales au demi-diametre du trou horisontal de la plaque de cuivre & à la milliéme partie de sa hauteur sur le pavé. L'autre partie de chaque regle a été divisée en parties inégales qui répondent aux minutes de la hauteur du Soleil sur l'horison.

Cette division a été faite d'abord de 10 en 10 minutes depuis o jusqu'à la distance de 24 degrés du Zénith, & ensuite de minutes en minutes jusqu'à l'extrémité de la Méridienne. On s'est contenté de diviser les premiéres regles de 10 en 10 minutes jusqu'à 24 degrés, parce qu'elles ne peuvent point servir pour les observations du Soleil, qui dans le Solstice d'été où il est le plus proche du Zénith, en est éloigné d'environ 25 degrés & 20 minutes. Ces minutes ainsi divisées, comprennent vers le Solstice d'été 1 ligne $\frac{1}{2}$, & au Solstice d'hyver 14 lignes.

Pour placer ces regles de cuivre sur la Méridienne, de maniére qu'elles ne puissent point changer de situation; j'ai fait

fait construire des bandes de marbre blanc de 6 pouces de largeur sur 2 d'épaisseur. La longueur de chaque bande de marbre que l'on devoit poser d'un côté de la ligne, a été faite précisément égale à la longueur de chaque regle de cuivre. Les autres bandes de marbre ont été taillées de différentes longueurs, de maniére qu'elles mesurassent un ou plusieurs degrés, ou un certain nombre de minutes. On a fait ces bandes de marbre blanc, parce que l'image du Soleil s'y distingue plus nettement que sur toute autre couleur, & on leur a donné 6 pouces de largeur, afin que les deux ensemble posées de part & d'autre de la regle de cuivre, comprissent l'espace d'un pied, & qu'on y pût appercevoir en tous les temps l'image du Soleil, dont le petit diametre au Solstice d'hyver est à peu-près de cette largeur.

Ayant ainsi disposé un rang de bandes de marbre, chacun de la longueur de 3 pieds 0 pouc. 8 lignes, on les a dressées le plus exactement qu'il a été possible, sur deux de leurs côtés, dont l'un est perpendiculaire à l'autre, & on a appliqué à chaque bande de marbre sur son épaisseur, une regle de cuivre d'égale longueur, de maniére que la partie supérieure de la regle où sont les divisions, fût exactement de niveau avec le plan supérieur du marbre, & on les a scellées en cet état avec du plomb, par le moyen de quelques écroux de cuivre qui entroient de part & d'autre dans la regle & dans la bande de marbre.

Comme l'extrémité de cette Méridienne, du côté du Midi devoit répondre au point situé perpendiculairement au dessous du centre du trou horisontal de la plaque de cuivre par où passent les rayons du Soleil, & qu'il est important de connoître ce terme avec précision, parce que c'est de là que doivent commencer les divisions; nous avons fait construire un petit cylindre *AB (Fig. 2.)* de la largeur précise de l'ouverture *GH* de la plaque, & de son épaisseur. Ce cylindre avoit dans sa partie supérieure, un rebord qui s'appliquoit sur la plaque, & il étoit percé au centre, par un petit trou *D* qui étoit par conséquent au centre de l'ouverture de la plaque.

Ayant fait passer un fil par le centre de ce cylindre, on y suspendit un poids *PQ* fait exprès, avec beaucoup de précision, à l'extrémité duquel il y a une pointe pour marquer la perpendiculaire. Mais comme nous remarquâmes que la moindre agitation de l'air l'empêchoit de rester dans une situation fixe, nous prîmes un cube de cuivre *EFGHIK* de 3 pouc. de diametre, creux en dedans, & dont les côtés ont été dressés avec tout le soin possible. On a placé aux angles de ce cube, deux fils *FH, GL,* dont l'intersection *O* marquoit par conséquent le centre du cube.

L'ayant rempli d'eau, on y a fait entrer un poids cylindrique suspendu au fil qui passoit par le centre du trou. Par ce moyen, l'agitation de l'air n'a causé aucun mouvement sensible sur ce poids plongé dans l'eau; & on a avancé ou reculé le cube, de maniére que le fil perpendiculaire étant libre, touchât exactement l'intersection de ces fils, ce que l'on a repeté plusieurs fois; on a ensuite fait des traits sur le carreau à la base du cube, & l'ayant retiré, on a tiré par les quatre angles des diagonales dont l'intersection *C* a marqué le point situé perpendiculairement au-dessous du trou de la plaque.

Enfin, on a attendu les temps où l'air étoit parfaitement tranquille, & y ayant suspendu un plomb dans l'air libre, on a trouvé qu'il répondoit précisément au même point.

Pour déterminer la direction de la Méridienne, nous avions dès le Solstice d'hyver de l'année 1729, déterminé avec M. Maraldi, par des hauteurs correspondantes, prises avec un quart-de-cercle avant & après midi, le temps que le Soleil devoit passer par le Méridien, & nous avions marqué en divers jours, sur la bande de pierre qui est dans la Tour quarrée vers le Nord, dont nous avons déja parlé, le point exact où se trouvoit le centre du Soleil, au temps de son passage par le Méridien.

Nous fîmes de pareilles observations vers le Solstice d'été, & plusieurs jours après, & nous trouvâmes toûjours que la ligne qui passoit par le point qui étoit perpendiculairement

au dessous du trou, & par celui où le centre du Soleil s'étoit trouvé à son passage par le Méridien vers le Solstice d'hyver, passoit en même temps par les points où le centre du Soleil s'étoit trouvé à son passage par le Méridien vers le Solstice d'été; ce qui nous assûra de l'exactitude de la direction de la Méridienne.

Comme il est nécessaire que cette ligne, qui est la tangente d'un cercle dont le rayon est la perpendiculaire tirée du centre du trou sur le niveau de la Salle, soit placée dans une situation horisontale, j'ai fait construire *(Fig. 3.)* deux Tuyaux quarrés de fer blanc *LM, NO,* de la longueur chacun de 36 pieds, de 4 pouces de largeur, & d'autant de profondeur, paralleles l'un à l'autre, & qui se communiquent ensemble par une traverse *MN* de même figure, & de 2 pieds de longueur, afin que ces tuyaux puissent embrasser la Méridienne. On plaça ces tuyaux au long de la Méridienne *CP,* de côté & d'autre, en commençant par le point *C,* qui étoit perpendiculairement au dessous du trou par où passent les rayons du Soleil, & on les remplit d'eau, qui se trouva précisément de la même hauteur dans toute leur étenduë, à cause de la communication qu'ils avoient entre eux. Je fis ensuite construire deux cylindres de fer blanc *RS, TV,* de 8 pouces de longueur & de 3 pouces de diametre, creux en dedans, & qui nageoient librement sur l'eau.

J'appliquai sur ces cylindres, une regle de fer *QX* dont la longueur étoit égale à l'intervalle entre les tuyaux de fer blanc, & qui étoit percée à son milieu par une vis *ZC* qui se terminoit en pointe, & pouvoit s'élever & s'abbaisser facilement.

Ayant ainsi disposé tout ce qui étoit nécessaire pour poser la Méridienne, on plaça la premiére regle de cuivre *CY* avec sa bande de marbre sur la direction de la Méridienne, de maniére que le terme de la division qui devoit répondre au Zénith fût précisément sur le point *C* dans la perpendiculaire qui répondoit au centre du trou, & qu'il se trouvât en même temps à la hauteur requise, ce que l'on verifia par le

moyen des regles de fer avec lesquelles on en avoit pris la mesure.

On plaça ensuite vis-à-vis de cet endroit les deux cylindres *RS*, *VT*, avec la barre de fer *QX* qui est entre les deux dans les tuyaux de fer blanc *LM*, *NO*, qu'on avoit remplis d'eau, de maniére qu'ils y nageassent librement, & je haussai ou abbaissai la vis *ZC*, qui étoit au milieu de cette barre, jusqu'à ce que la pointe qui étoit à son extrémité inférieure rasât exactement la regle de cuivre *CY* à son extrémité *C* méridionale. Je portai ensuite les cylindres avec leur regle vers l'autre extrémité *Y*, & j'abbaissai ou élevai la regle de cuivre *CY* avec la bande de marbre, de maniére qu'elle rasât exactement dans toute son étenduë la pointe de la vis. On eut soin en même temps de conserver la regle de cuivre, de maniére que la ligne qui la partageoit en deux fût exactement dans la direction d'un fil tendu dressé sur la Méridienne; & lorsqu'on fut assûré de la position exacte en tous les sens, de la bande de marbre & de la regle de cuivre qui y étoit attachée, on la scella avec du plâtre sur la voûte de la Salle.

On fit la même opération pour les dix premiéres bandes de marbre avec les regles de cuivre, & après les avoir scellées, on appliqua dessus les regles de fer qui avoient servi à mesurer la hauteur, qui se trouverent précisément de la même longueur.

On posa ensuite contre les regles de cuivre, de l'autre côté, c'est-à-dire, vers l'Occident, les bandes de marbre que l'on avoit taillées, de maniére qu'elles comprissent chacune un certain nombre de degrés, & on les mit de niveau le plus exactement qu'il fut possible. La derniére de ces bandes se terminoit exactement à l'extrémité de la dixiéme regle, & marquoit le 45me degré, dont la tangente est égale au rayon. On posa de la même maniére les regles de cuivre sur lesquelles étoit tracée la Méridienne avec les bandes de marbre de côté & d'autre jusqu'à son extrémité vers le Nord, dont la derniére, du côté de l'Occident, répond à 319000 parties, dont le rayon est de 100000.

L'autre bande qui eſt vis-à-vis, du côté de l'Orient, ſe trouve à la diſtance de $72^d\ 36'$ du Zenith, dont le complément marque $17^d\ 24'$ de hauteur ſur l'horiſon.

Comme l'on s'apperçut que lorſqu'on poſoit les cylindres dans l'eau, & qu'on les changeoit de place pour prendre le niveau, ce mouvement cauſoit quelque agitation dans l'eau, ce qui obligeoit d'attendre quelque temps juſqu'à ce qu'elle fût tranquille, & retardoit l'opération; j'imaginai une autre Machine pour prendre le niveau.

Elle conſiſte en une barre de fer *ABD* en forme de *T*, dont le pied *KD* a environ 4 pouces de longueur ſur 2 de largeur, & 3 lignes d'épaiſſeur. On a percé aux extrémités *A* & *B* de cette barre, à égale diſtance du pied *KD*, des écrous pour y placer des vis de cuivre *AE*, *BF*, de 6 pouces de longueur, terminées par une pointe. La diſtance *AB* entre ces vis eſt égale à celle qui eſt entre le point milieu des tuyaux *LM*, *NO*, de fer blanc, paralleles remplis d'eau. On a outre cela pratiqué ſur un des côtés de la barre *AB* une autre vis *GH* terminée par un plan dont la longueur eſt au moins égale à celle du pied *KD*. Pour faire uſage de cet inſtrument, on place le pied *KD* ſur la regle de cuivre qui marque la Méridienne, de maniére que la largeur *DI* de la barre, qui eſt, comme on l'a dit, de 2 pouces, ſoit ſuivant la direction *CP* de la Méridienne, & ayant mis la barre *AB* à peu-près de niveau, on l'arrête en cet état par le moyen de la vis *GH* que l'on fait poſer ſur le marbre. On éleve enſuite ou on abbaiſſe les vis *AE*, *BF*, juſqu'à ce que leurs pointes *E* & *F* touchent exactement la ſurface de l'eau, ce que l'on apperçoit avec aſſés d'évidence par le moyen du reflet qui ſe fait dans l'eau qui fait paroître les deux pointes de la vis ſe toucher en ſens oppoſé. On poſe enſuite cette machine ſur une autre regle que l'on veut mettre de niveau avec la précédente, en élevant ou abbaiſſant cette regle, de maniére que l'eau touche exactement les deux pointes, & l'on eſt ſûr alors qu'elle eſt préciſément de niveau.

On s'eſt ſervi de cette maniére pour poſer de niveau une

partie des bandes, en les vérifiant cependant par le premier instrument qui s'est accordé à donner précisément le même niveau.

Toutes les regles de la Méridienne étant ainsi disposées, nous avons vérifié si elle étoit précisément dans la direction de la ligne méridienne prolongée jusqu'aux extrémités du Royaume, ce que l'on a fait en cette maniére.

On a placé un Quart de Cercle à son extrémité méridionale, & on a dirigé le fil vertical de sa Lunette à un poteau placé à Montmartre avec beaucoup de soin sur la Méridienne par M. Picard, & qui a servi pour la mesure de la Terre, & pour la prolongation de la ligne Méridienne. On a suspendu à l'autre extrémité, du côté du Nord, un fil avec un plomb que l'on a placé de maniére qu'il parût dans la Lunette précisément dans la direction de ce poteau. On a mesuré ensuite la distance de ce fil à la Méridienne du côté du Nord, que l'on a trouvée précisément égale à la distance entre un fil à plomb qui passoit par le centre du Quart de Cercle, & la Méridienne vers son extrémité méridionale, ce qui est une preuve qu'elle étoit dans la direction requise.

On a marqué vers l'Orient, sur les bandes de marbre de la Méridienne, qui répondent aux divisions égales des regles de cuivre, des chiffres de dix en dix, mettant 0 au point qui répond au Zénith, 10, à l'extrémité de la 10.me division, 100, en plus gros caractéres à l'extrémité de la 1.re regle, & continuant ainsi jusqu'à l'extrémité septentrionale, qui, comme on l'a dit, est à 319100.

Dans les bandes de l'autre côté qui répondent aux divisions inégales, on a marqué les degrés & les minutes de dix en dix de la hauteur, mettant 90^d au point qui répond au Zénith, 89 au degré suivant qui répond à 17 & $\frac{45}{100}$ des divisions égales, & ainsi de suite jusqu'à $17^d\ 24'$, complement de $72^d\ 36'$, dont la tangente est de 319100.

On peut par ce moyen, observer en même temps la hauteur méridienne, en deux maniéres qui servent à se vérifier l'une l'autre. La premiére est fort simple, & est à la portée de tout le monde. La seconde demande le calcul des tangentes,

mais elle doit être en même temps plus exacte, parce qu'il est plus aisé de faire avec exactitude, des divisions qui sont toûjours égales entr'elles, que celles qui sont inégales, & vont toûjours en augmentant, telles que les degrés & minutes qui sont marquées sur les tangentes.

Pour observer par la première méthode, on marque sur le marbre avec un crayon, dans le temps du passage du Soleil par le Méridien, les deux termes de son image, l'un du côté du Nord, & l'autre du côté du Midi, & on écrit les degrés & minutes qui y sont marqués. Prenant le milieu, on aura la hauteur méridienne apparente du centre du Soleil, dont on retranchera la refraction pour avoir sa hauteur véritable. Lorsque le terme de l'ombre ne tombe pas précisément sur une minute, on prendra la partie proportionnelle avec un compas, à raison de 60 secondes par minutes, ou à l'œil, ce qui se fait aisément lorsqu'on y est un peu accoûtumé.

Dans la seconde méthode, on se servira des mêmes termes de l'image du Soleil, & on écrira le nombre de parties égales qui y sont marquées. On retranchera la moitié d'une de ces parties, c'est-à-dire $\frac{50}{100}$, du plus grand nombre, & on les ajoûtera au plus petit, parce que l'image du Soleil qui passe par le trou de la plaque supérieure, est augmentée de part & d'autre, d'une quantité égale au demi-diametre de ce trou. On fera ensuite, comme 100000 est au plus petit nombre que l'on vient de trouver, ainsi le sinus total est à la tangente du bord supérieur du Soleil au Zénith, dont le complement donne la hauteur apparente du Soleil sur l'horison, dont on retranchera la refraction pour avoir sa hauteur véritable.

On déterminera de même la hauteur de son bord inférieur, & prenant le milieu, on aura la hauteur méridienne de son centre exacte. *Ce qu'il falloit trouver.*

On aura aussi soin, lorsque le bord du Soleil ne tombe pas sur une division exacte, de prendre la partie proportionnelle avec un compas, ou à l'œil, à raison de 100 pour chaque division.

Ayant déterminé par ces deux méthodes différentes, la

hauteur méridienne du Soleil, dans un grand nombre d'observations qui y ont été faites, on l'a trouvée ſouvent la même, ou à quelques ſecondes près, ce qui marque la parfaite correſpondance des diviſions inégales à celles qui ſont égales, que le S.r Langlois a executées avec beaucoup de ſoin.

Après que la ligne Méridienne a été entiérement achevée, on a fait poſer à l'endroit des Solſtices, & vis-à-vis l'entrée du Soleil dans chaque Signe du Zodiaque, des marbres d'un pied 6 pouces 4 lignes de longueur, & d'un pied 0 pouces 4 lignes de largeur, pour y graver la figure de ces Signes, & les rendre plus remarquables.

On a auſſi joint à la Méridienne, de côté & d'autre, des bandes de pierre de liais, dont la longueur eſt égale à celle de chaque regle de cuivre, c'eſt-à-dire, à 3 pieds 0 pouces 8 lignes. La premiére de ces bandes a 12 pouces 4 lignes de largeur qui, joint à la bande de marbre qui forme la Méridienne, fait 18 pouces 4 lignes, c'eſt-à-dire, la 20.me partie de la hauteur. La ſeconde bande a 18 pouces 4 lign. de largeur, de ſorte que la bande de marbre, & les deux bandes de liais jointes enſemble, ont 3 pieds 0 pouc. 8 lign. qui eſt la longueur de chaque regle de cuivre. On a continué enſuite de carreler le reſte de la Salle avec des pierres de liais de 18 pouces 4 lignes de longueur, & d'autant de largeur, ou du double, afin qu'elle ſe trouvât meſurée en parties, dont la longueur eſt connuë par rapport à ſa hauteur, ce qui aura ſes uſages, dont nous parlerons dans la ſuite.

Comme cette ligne, dont la direction eſt toûjours la même, ſert à regler les Pendules au temps du paſſage du Soleil par le Méridien, & qu'il y a des jours où le Soleil eſt couvert à midi, & eſt découvert avant ou après, on a tracé des lignes de côté & d'autre, qui marquent de 5 en 5 minutes, avant & après le paſſage du Soleil par le Méridien, l'heure véritable dans le temps que le centre du Soleil ſe rencontre ſur ces lignes; & on a continué de les décrire dans tous les endroits de la Salle où l'on peut appercevoir l'image du Soleil avant & après midi, ce qui n'eſt pas d'une égale durée dans tous

les

les temps, à cause de la figure de la Salle qui est irréguliére. Car depuis le mois de Mars jusqu'au mois d'Octobre, on y apperçoit le Soleil depuis $10^h \frac{1}{2}$ du matin jusqu'à $1^h \frac{1}{2}$ après midi, mais vers le Solstice d'hyver, on ne l'apperçoit que pendant une demi-heure.

On pourra observer par le moyen de la division des carreaux, la hauteur du Soleil sur l'horison en cette maniere. Soit *CM* la Méridienne, dont le point qui répond au Zénith vers le Midi, est en *C*. *SO* l'image du Soleil dont le point *S* marque le bord supérieur dans le temps de l'observation, & le point *O* son bord inférieur. Si le point *S* ne se trouve pas précisément sur une division exacte, on prendra la distance *SP* à la plus prochaine division que l'on prendra vers le Midi, ou vers le Nord, de *B* en *M* sur la Méridienne, pour avoir la distance *CM* du point qui répond au Zénith à la tangente qui passe par le bord supérieur du Soleil; on prendra de même la distance *SD*, du point *S* au point *D* de la plus prochaine division, vers l'Orient ou l'Occident, qui étant ajoûtée à *DM*, donne la distance *SM* du bord supérieur du Soleil à la Méridienne, & dans le triangle rectangle *CMS*, rectangle en *M*, dont les côtés *MC* & *CS* sont connus. On aura la distance *SC* du bord supérieur du Soleil au point *C* qui répond au Zénith. C'est pourquoi l'on fera, comme la hauteur du trou par où passent les rayons du Soleil qui est 100000, est à la distance *SC* que l'on vient de trouver; ainsi le sinus total est à la tangente de la distance du bord supérieur du Soleil au Zénith, dont le complement est sa hauteur sur l'horison. On trouvera de même la hauteur du point *O* qui marque le bord inférieur du Soleil, & par conséquent on aura la hauteur apparente de son centre. *Ce qu'il falloit trouver.*

Après avoir construit la Méridienne, nous y avons fait plusieurs observations au passage du Soleil par le Méridien, pour vérifier la position de deux grands Quarts-de-cercle, de 6 pieds de rayon, placés fixement contre les murs, l'un dans la Tour occidentale supérieure, & l'autre dans l'appartement qui est vis-à-vis.

Ces instruments ont été principalement destinés pour observer le passage du Soleil & des Etoiles par le Méridien, regler les Pendules, & connoître l'heure véritable des observations. Ils avoient été placés d'abord à peu-près sur le Méridien, mais ils en avoient décliné dans la suite, de quelques secondes, comme on l'avoit remarqué par le moyen des hauteurs correspondantes du Soleil, de sorte qu'il étoit nécessaire de connoître leur déclinaison du Méridien à toutes les hauteurs sur l'horison, ce que l'on a fait, en observant à une même Pendule, le temps du passage du Soleil par la Méridienne, & par le fil vertical de ces instruments.

Nous y avons observé en même temps la hauteur méridienne du Soleil, principalement vers le Solstice d'hyver des années 1730 & 1731 pour déterminer le temps vrai que le Soleil a passé par ce Solstice, & l'obliquité de l'Ecliptique qui est un des éléments des plus nécessaires dans l'Astronomie, en cette maniére.

Pour déterminer le temps que le Soleil est arrivé au Solstice d'hyver de 1730, & est entré dans le Signe du Capricorne, nous avons choisi les observations correspondantes faites avant & après, dans lesquelles les termes de l'image du Soleil se sont trouvés répondre à peu-près au même point de la Méridienne.

Entre ces observations il s'en est trouvé deux, l'une du 17 & l'autre du 26 Décembre, faites à peu-près à la même distance du point du Solstice. Dans la premiére du 17 la tangente de la distance du Zénith au bord supérieur du Soleil fut trouvée de $3060\frac{70}{100}$, & dans la seconde de $3060\frac{65}{100}$, moins avancée de $\frac{5}{100}$, ou la 20.me partie d'une des divisions égales, c'est-à-dire, d'environ un quart de ligne.

Cette différence est trop petite pour que l'on puisse s'assûrer de déterminer l'image du Soleil avec une plus grande précision. Cependant si on veut en tenir compte, on trouve qu'il y répond une seconde en déclinaison que le Soleil parcourt en ce temps-là en 10 minutes de temps qu'il faut retrancher du 26 Décembre à midi, à cause que le Soleil étoit alors plus élevé d'une seconde que le 17 Décembre, & on

trouvera que le Soleil étoit le 26 Décembre à 11^h 50' à la même distance de l'Equateur où il s'étoit trouvé le 17 Décembre à midi. Partageant l'intervalle entre ces observations, qui est de 8 jours 23^h 50' par la moitié, & l'ajoûtant au 17 Décembre, on aura le passage du Soleil par le Solstice le 21 Décembre à 11^h 55'.

Pour une plus grande exactitude, il faut réduire le temps vrai de chaque observation au temps moyen, qui dans la premiére se rapporte au 17 Décembre 1730 à 11^h 56' 42", & dans la seconde à 11^h 51' 15" du matin, & on aura le temps moyen du Solstice le 21 Décembre 1730 à 11^h 54'.

On pourroit aussi tenir compte de la différence entre le Solstice apparent & le Solstice vrai, qui est causée par la différence entre les équations du Soleil avant & après le Solstice, qui peut monter dans les observations du 17 & du 26 Décembre à une seconde & demie de degré que le Soleil parcourt en une minute, & qui étant ajoûtée au temps du Solstice apparent, donne le temps moyen du Solstice vrai le 21 Décembre à 11^h 55', & le temps vrai à 11^h 56', peu différent de celui que l'on vient de déterminer.

Comme les observations que nous venons de comparer ensemble ont été faites près des Solstices où le mouvement du Soleil en déclinaison d'un jour à l'autre est peu sensible, nous avons examiné deux autres observations correspondantes qui ont été faites le 8 Décembre 1730 & le 4 Janvier 1731.

La tangente de la distance du Zénith au bord supérieur du Soleil fut trouvée le 8 Décembre 1730 de 295075, & le 4 Janvier de 295065 avec une différence seulement de 10 de ces parties, à laquelle il répond 2 secondes en déclinaison que le Soleil parcourt alors en 12 minutes.

L'ajoûtant au midi du 4 Janvier, à cause que le Soleil étoit alors moins élevé que le 8 Décembre, on trouvera que le Soleil étoit le 4 Janvier à 12 minutes après midi à la même hauteur où il étoit le 8 Décembre précédent. Réduisant le temps vrai de ces observations au temps moyen, on aura la premiére le 8 Décembre à 11^h 52' 30", & la seconde

le 4 Janvier à 0^h 17′ 30″. Prenant un milieu, on aura le temps moyen du Solſtice apparent le 21 Décembre 1730 à 0^h 5′.

Pour trouver le temps moyen du Solſtice vrai, on prendra l'équation du Soleil qui convient au 8 Décembre, qu'on trouvera de 42′ 35″, dont l'on retranchera celle qui répond au 4 Janvier, laquelle eſt de 11′ 37″ additive, & l'on aura 30′ 58″, dont la moitié 15′ 29″ étant retranchée de l'équation du Soleil dans le Solſtice, qui eſt de 15′ 55″, reſte 26″ que le Soleil parcourt en 10 minutes, & qu'il faut ajoûter au Solſtice apparent pour avoir le temps moyen du Solſtice vrai le 21 Décembre 1730 à 0^h 15′ après midi, & le temps vrai à 0^h 16′, plus avancé de 20′ que par la comparaiſon précédente.

Pour déterminer préſentement l'obliquité de l'Ecliptique, nous employerons l'obſervation de la hauteur méridienne du Soleil qui a été faite par un temps fort ſerein le 22 Décembre de l'année 1731, jour du Solſtice, qui ſuivant nos obſervations eſt arrivé à 6^h du matin. Je marquai au temps du paſſage du Soleil par la Méridienne, les termes de ſon image vers le Midi & vers le Nord, & je trouvai la tangente de la diſtance du Zénith au bord ſupérieur du Soleil de 307500 parties, dont le rayon eſt 100000, & a ſon bord inférieur de 317830.

Ajoûtant ſuivant la regle preſcrite ci-deſſus, la moitié d'une de ces parties, ou $\frac{50}{100}$, à la tangente de la diſtance du Zénith au bord ſupérieur du Soleil, & la retranchant de la diſtance du Zénith à ſon bord inférieur, on aura la tangente de la diſtance corrigée du Zénith au bord ſupérieur du Soleil de 307550, & à ſon bord inférieur de 317780, & l'on fera comme 100000 eſt à 307550; ainſi le ſinus total eſt à la tangente de 71^d 59′ 17″, dont le complément 18^d 0′ 43″ meſure la hauteur apparente du bord ſupérieur du Soleil ſur l'horiſon. On fera auſſi, comme 100000 eſt à 317780, ainſi le ſinus total eſt à la tangente de 72^d 31′ 55″, dont le complément 17^d 28′ 5″ eſt la hauteur apparente du bord inférieur du Soleil ſur l'horiſon. Prenant le milieu entre ces hauteurs, on aura la hauteur apparente du centre du Soleil

au dessus de l'horison de $17^d\ 44'\ 24''$. Retranchant de cette hauteur $3'\ 3''$ pour la refraction, & y ajoûtant 10 secondes pour la parallaxe, on aura la hauteur méridienne du centre du Soleil le 22 Décembre 1731 de $17^d\ 41'\ 31''$ qui mesureroit la hauteur véritable du centre du Soleil au dessus de l'horison, au temps du Solstice d'hyver, s'il étoit arrivé à midi; mais comme on l'a déterminé à 6^h du matin, & que pendant cet intervalle, le mouvement du Soleil en déclinaison est d'une seconde dont il s'est éloigné de l'Equateur, on la retranchera de $17^d\ 41'\ 31''$, & l'on aura la hauteur du centre du Soleil sur l'horison, telle qu'elle auroit été observée dans le moment du Solstice, de $17^d\ 41'\ 30''$, qui étant retranchée de la hauteur de l'Equateur qui est à l'Observatoire de $41^d\ 9'\ 50''$, donne l'obliquité de l'Ecliptique de $23^d\ 28'\ 20''$, plus petite de 40 secondes que celle que l'on suppose ordinairement de $23^d\ 29'\ 0''$.

Si au lieu de la refraction & de la parallaxe que nous avons tirées de la Connoissance des Temps, on avoit employé celles qui sont marquées dans les Tables de M. de la Hire, on auroit trouvé l'obliquité de l'Ecliptique de $23^d\ 28'\ 36''$, plus grande de 16 secondes que celle que nous venons de déterminer, & plus petite de 24 secondes que celle qui a été établie jusqu'à present.

Ainsi il résulte de cette observation, que les refractions en hyver, qui conviennent à la hauteur de $18^d\ 0'$ ou environ, sont plus grandes que celles qui ont été marquées dans ces Tables, ou que l'obliquité de l'Ecliptique est plus petite qu'on ne la suppose.

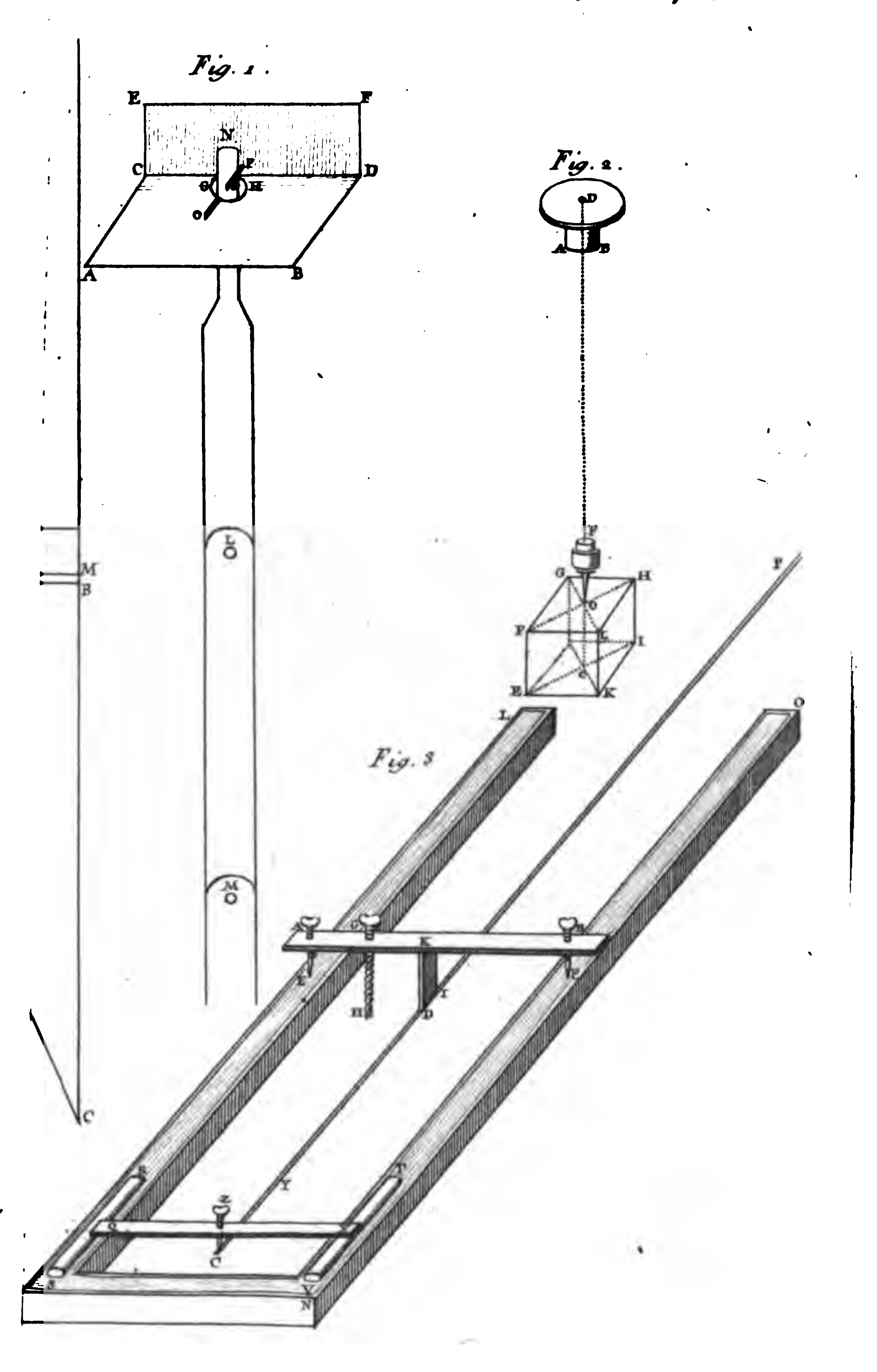
On remarquera ici qu'avant que de faire cette observation, l'on a rectifié de nouveau & vérifié avec un grand soin, la Méridienne, tant par rapport au niveau, qu'à l'égard de l'élevation du trou par où passent les rayons du Soleil au-dessus de cette ligne.

Comme cette observation donne l'obliquité de l'Ecliptique plus petite que celle que l'on suppose ordinairement, plus ou moins, suivant les différentes refractions & parallaxes

que l'on y employe, je l'ai comparée aux plus anciennes qui ont été faites à l'Obſervatoire, & j'ai trouvé dans les Mémoires de l'Académie de 1693, que la hauteur apparente du bord ſupérieur du Soleil fut obſervée par mon Pere, au Solſtice d'hyver de l'année 1671, de 18^{d} 0' 14". Retranchant de cette hauteur, la refraction moins la parallaxe qui, ſuivant la Connoiſſance des Temps, eſt de 2' 50", on aura la hauteur véritable du bord ſupérieur du Soleil, de 17^{d} 57' 24", dont il faut ôter le demi-diametre du Soleil, qui étoit alors de 16' 21", & l'on aura la hauteur méridienne du centre du Soleil, au Solſtice d'hyver de l'année 1671, de 17^{d} 41' 3", plus petite de 27 ſecondes que celle que l'on a trouvée, en 1731, de 17^{d} 41' 30". Retranchant 17^{d} 41' 3" de la hauteur de l'Equateur, on trouvera qu'en 1670, l'obliquité de l'Ecliptique étoit de 23^{d} 28' 47", plus grande de 27" qu'on ne l'a trouvée 60 ans après.

Nous nous réſervons de donner dans la ſuite, le réſultat des obſervations que l'on a continué de faire à la Méridienne.





Simonneau Sculp.

DES NŒUDS ET DE L'INCLINAISON de l'Orbe du troisiéme Satellite à l'égard de l'Orbe de Jupiter.

Par M. MARALDI.

IL eſt ſi difficile de déterminer avec quelque préciſion, les nœuds des Planetes, ou, ce qui revient au même, les points de l'interſection de leurs orbites avec l'Ecliptique, que la plûpart des Aſtronomes ne s'accordent pas enſemble dans cette détermination. Kepler & Lanſberge ſont en différend avec Bouillaud & le P. Riccioli, dans le lieu des nœuds de Jupiter, de plus de 3 degrés, & ſont éloignés de Copernic de 22 degrés. M. de la Hire l'eſt de Kepler, de 1° 40'; de ſorte que l'hypotheſe du mouvement de ces points, ſouffre encore des difficultés parmi les Aſtronomes. Les uns prétendent, qu'ils ſont immobiles à l'égard des Etoiles fixes, les autres leur attribuënt un mouvement fort lent, par lequel ils s'éloignent des mêmes Etoiles, les uns vers l'Orient, les autres vers l'Occident.

23 Decemb. 1732.

Mais ſi la détermination du lieu des nœuds des Planetes principales eſt ſi difficile, & ſi le mouvement de ces nœuds eſt ſi douteux; celui des nœuds des Satellites de Jupiter l'eſt encore davantage. On n'y a reconnu juſqu'à préſent aucun mouvement ſenſible; en cela le ſyſteme de ces Satellites devient plûtôt conforme à celui des Planetes principales, qu'à celui de la Lune, Satellite de la Terre, dont les nœuds ont un mouvement ſenſible, mais il eſt contraire & à l'un & à l'autre, par rapport à l'inclinaiſon des orbes de ces Satellites à l'égard de l'orbe de Jupiter. On ne s'eſt apperçû juſqu'à préſent d'aucun changement ſenſible dans l'inclinaiſon des Planetes principales, & on ſuppoſe l'inclinaiſon de la Lune ſur l'Ecliptique conſtante dans ſes conjonctions & oppoſitions; au lieu que l'inclinaiſon des Satellites

de Jupiter est variable dans les mêmes phases. Je l'ai fait voir pour le 4.me Satellite; mon oncle l'a démontré pour le 1.er & le 2.^{d}; je me propose ici d'examiner l'inclinaison du 3.me, mais il faut connoître auparavant la situation des nœuds de ce Satellite, qui est un élement nécessaire pour la détermination de l'inclinaison.

Il est certain que si les nœuds des Satellites de Jupiter sont fixes, comme on les a supposé jusqu'à présent, & si l'inclinaison de leurs orbes, & leur distance à l'égard du centre de Jupiter étoit constante, la durée des éclipses de ces Satellites seroit la même, à égale distance de ces points; il seroit aisé par conséquent, de les trouver par la comparaison de deux observations exactes des éclipses d'égale durée, dont l'une ait été faite avant le passage de Jupiter par les nœuds ou les limites des Satellites, & l'autre après ce passage. Car la moitié de la différence de la longitude de Jupiter entre ces deux observations, étant ajoûtée à la longitude de cette Planete au temps de la premiére observation, ou étant ôtée de la longitude au temps de la seconde observation, donnera le lieu du nœud, ou du limite le plus proche.

C'est par ce moyen, & suivant ces suppositions, que nous avons cherché les nœuds du 3.me Satellite, & nous avons employé dans cette recherche, une observation d'une éclipse de ce Satellite, faite à Greenwich, par M. Flamested, en 1687, le 12 de Mars, dont la durée a été de 2^{h} 33′ 0″; car il observa l'entrée du Satellite dans l'ombre de Jupiter, à 3^{h} 9′ 10″ du matin, & sa sortie à 5^{h} 42′ 10″, la longitude de Jupiter vûë du Soleil, étoit de 8^{s} 11° 58′; nous avons comparé cette observation avec une autre faite à Paris l'année 1702, le 6 de Décembre, dont la durée a été de la même quantité de 2^{h} 33′ 0″, car on observa l'immersion de ce Satellite dans l'ombre de Jupiter, à 4^{h} 53′ 52″, & l'émersion à 7^{h} 26′ 52″, la longitude de Jupiter étant de 0^{s} 15° 21′, qui différe de la longitude que Jupiter avoit au temps de la premiére observation, de 4^{s} 3° 23′, dont la moitié étant ajoûtée à 8^{s} 11° 58′ donne le lieu du nœud

ascendant

aſcendant à 13° 29′ du Verſeau, à 51′ près du lieu qui a été déterminé par feu M. Caſſini. Mais par deux obſervations plus nouvelles, nous avons trouvé les nœuds de ce Satellite à 16° 0′ du Verſeau & du Lion, ce qui pourroit faire douter que les nœuds ont eu un mouvement de 2° 20′ en 30 ans, ou environ, ce qui ſeroit à raiſon de plus de 4′ par année. Voici ces obſervations.

L'année 1726, le 26 Décembre, on obſerva à Paris une éclipſe du 3.me Satellite, dont la durée a été de 2h 7′ 38″, car le Satellite entra dans l'ombre de Jupiter à 5h 11′ 30″, & il en ſortit à 7h 19′ 8″, la longitude de Jupiter étoit de 0ſ 26° 46′. La ſeconde obſervation, que j'ai comparée à celle-ci, a été faite à Montpellier l'année 1728, le 29 de Février, & la durée de l'éclipſe a été de 2h 8′ 2″, car l'immerſion du Satellite dans l'ombre fut obſervée à 6h 15′ 32″; & l'émerſion à 8h 23′ 34″, la longitude de Jupiter étoit de 2ſ 5° 29′ qu'il faut diminuer de 15′, parce que la durée de cette éclipſe a été de 24″ plus grande que dans la premiére, & on aura 2ſ 5° 14′, qui étant comparée à la longitude de Jupiter au temps de la premiére obſervation, donne la différence de 1ſ 8° 28′, dont la moitié étant ajoûtée à 0ſ 26° 46′, donne le lieu des limites à 16° 0′ du Taureau & du Scorpion, & les nœuds à 16° 0′ du Verſeau & du Lion.

Mais de quelle préciſion ſeront ces déterminations, ſi l'inclinaiſon de l'orbe du 3.me Satellite à l'égard de l'orbite de Jupiter eſt variable? C'eſt ce que nous allons examiner. Cependant on voit qu'en prenant le lieu des nœuds du 3.me Satellite moyen entre ces deux déterminations, il ne s'éloignera pas beaucoup du lieu déterminé par M. Caſſini, ainſi nous pourrons ſuppoſer ſans crainte d'erreur ſenſible, dans la recherche de l'inclinaiſon du 3.me Satellite, le lieu de ſes nœuds à 14° 30′ du Verſeau & du Lion; d'ailleurs il ne faut pas attendre dans la détermination de l'inclinaiſon une préciſion plus grande que celle des obſervations mêmes, & par conſéquent ſuppoſé que nous ne fuſſions certains du lieu des nœuds du 3.me Satellite qu'à 3 degrés près, l'erreur qui en

résulteroit ne seroit que de 10 secondes de temps dans les observations des éclipses de ce Satellite faites proche des limites, dont nous nous servirons dans la recherche de l'inclinaison, & ses variations. Je ne crois pas qu'on puisse répondre de 10 secondes dans ces observations, car on voit tous les jours que deux observateurs qui observent dans le même lieu ne s'accordent pas à 10 & à 15 secondes près, particuliérement dans les observations du 3.me & 4.me Satellite.

On sçait, & nous le répéterons ici, que la durée des éclipses des Satellites observées au même degré du Zodiaque en différentes périodes, doit être la même si les nœuds sont fixes, si l'inclinaison & leur distance du centre de Jupiter est constante, ou elle doit varier proportionnellement au mouvement des nœuds, s'ils sont mobiles, & que l'inclinaison & la distance du centre de Jupiter soit constante.

Nous avons découvert dans la durée des éclipses du 3.me Satellite, des variations qui ne peuvent pas être représentées par le mouvement des nœuds, ou par quelque excentricité, c'est pourquoi nous n'avons pas hésité de les attribuer au changement de l'inclinaison. Il est certain cependant que la variation des diametres, l'augmentation & diminution de lumiére qui doit arriver aux Satellites par le différent éloignement de Jupiter au Soleil & à la Terre, peuvent varier la durée des éclipses, & dans l'hypothese que les Satellites de Jupiter ayent des taches ou des parties moins propres pour réfléchir vivement la lumiére du Soleil, comme il est particuliérement remarqué du 3.me Satellite dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1707, & dans l'Histoire de M. du Hamel de l'année 1694, nous ne doutons point qu'elles ne puissent aussi causer à la durée des éclipses des inégalités ausquelles il faudroit avoir égard dans l'examen des variations qu'on remarque à la durée des éclipses du 3.me Satellite, mais j'ai été dispensé d'entrer dans ce grand détail par plusieurs raisons. La première est que les variations de la durée des éclipses du 3.me Satellite ont suivi un certain ordre qui ne s'accorde ni à une hypothese ni à l'autre. La durée des éclipses de ce

Satellite a toûjours diminué depuis l'année 1691 jusqu'à présent, au lieu que par la premiére hypothese elle auroit dû avoir deux périodes, une sinodique ou annuelle, & l'autre périodique, ou de douze années; les taches au contraire l'auroient dû augmenter. On pourroit m'objecter qu'en 1691 il s'est peut-être trouvé sur le disque du 3.me Satellite une tache assés grande qui a beaucoup augmenté la durée de cette éclipse, & qu'ensuite il y en a succedé de plus petites qui ont pû faire le même effet, que nous attribuons à la variation de l'inclinaison. Mais il auroit fallu que cette tache eût occupé les deux tiers au moins du disque du Satellite, & pendant la durée de l'éclipse elle eût fait une demi-révolution exacte, afin que la partie éclairée se trouvât à la sortie du Satellite de l'ombre à l'endroit opposé où elle étoit à son entrée, ce qui est difficile à supposer.

Je m'attacherai donc uniquement à l'examen des autres hypotheses. Or à cet effet je vais rapporter les observations nécessaires, au sujet desquelles il est bon de remarquer qu'elles ont été faites avec des Lunettes de 15 à 16 pieds de longueur.

L'année 1691, le 17 Décembre, on observa l'immersion du 3.me Satellite dans l'ombre de Jupiter à $6^h\ 5'\ 1''$, & l'émersion de l'ombre à $8^h\ 11'\ 41''$, d'où on conclut la durée de l'éclipse de $2^h\ 6'\ 40''$, Jupiter étant à $14^\circ\ 57'$ du Taureau, éloigné de 27 minutes seulement des limites. La durée de l'éclipse suivante, c'est-à-dire, du 24 Décembre de la même année, a été de $2^h\ 7'\ 43''$, car on observa l'entrée du Satellite dans l'ombre à $10^h\ 1'\ 1''$, & sa sortie à $12^h\ 8'\ 44''$, Jupiter étoit à $15^\circ\ 36'$ du Taureau, éloigné des limites d'un degré 6 minutes.

Il semble que la durée des éclipses de l'année 1703 (observée proche des limites) a été peu différente de celle de l'année 1691, si on s'en rapporte à l'observation du 10 Octobre, où on a observé la plus courte durée des éclipses de cette année de $2^h\ 6'\ 24''$, moindre de $16''$ seulement que celle qu'on a observée en 1691, le Satellite étant entré dans l'ombre à $10^h\ 10'\ 10''$, & en étant sorti à $12^h\ 16'\ 34''$; le lieu de Jupiter étoit à $13^\circ\ 27'$

du Taureau, éloigné des limites de 1° 3'. Mais je crains qu'il ne se soit glissé quelque erreur dans cette observation. Car supposé que les nœuds soient vers le 14 du Verseau & du Lion; & que la plus courte durée des éclipses de cette année ait été telle qu'on l'a trouvée par cette observation, comme on est en droit de le supposer, puisqu'à cette distance des limites, la durée des éclipses ne diminue plus sensiblement; je ne sçais pas comment on pourra répresenter deux observations de l'année 1704, une du 4 Janvier, & l'autre du 9 Février. Dans la premiére, Jupiter étoit à 21° 11' du Taureau, éloigné par conséquent des limites de 6° 41', on observa l'immersion du 3me Satellite dans l'ombre de Jupiter à 10h 4' 7", & l'émersion à 12h 10' 49", & par conséquent la durée de l'éclipse n'a été que de 2h 6' 42", au lieu que par les suppositions ci-dessus elle auroit du être de 2h 7' 30" environ. Dans l'observation du 9 Février, Jupiter étoit à 24° 24' du Taureau, éloigné des limites de 9° 54' le Satellite entra dans l'ombre à 6h 1' 36", & il sortit à 8h 8' 48"; donc la durée n'a été que de 2h 7' 12", au lieu que suivant les mêmes principes elle auroit dû être de 2h 9' 40". On ne peut pas douter de l'exactitude de ces observations, dans lesquelles on trouve la durée des éclipses moindre qu'elle n'auroit dû être suivant les principes connus; car tous les accidents qui peuvent rendre les observations défectueuses augmentent ordinairement la durée des éclipses. Mais quoi qu'il en soit de ces observations, il est certain que la diminution de la durée des éclipses du 3me Satellite proche des limites, n'a pas été aussi sensible depuis l'année 1691 jusqu'en 1703, & même jusqu'en 1715, qu'elle l'a été depuis 1715 jusqu'en 1727. Car en 1715 la moindre durée a été de 1h 59' 18" le 15 Septembre qu'on observa à Paris l'immersion du Satellite dans l'ombre à 2h 8' 4" du matin, & l'émersion à 4h 7' 22", Jupiter étant à 15° 50' du Taureau, éloigné des limites de 1°, 20'. Le P. Feuillée l'avoit trouvée le 7 du même mois de 2h 1' 41" ayant observé à Marseille l'entrée du Satellite dans l'ombre à 10h 15' 24", & sa sortie à 12h 17' 5", Jupiter

étant à 15° 12′ du Taureau. Cette observation prouveroit que Jupiter n'étoit point encore arrivé aux limites des Satellites au temps de cette observation, puisque la durée des éclipses du Satellite est encore diminuée après cette observation, & par conséquent les nœuds seroient plus avancés que nous ne le supposons, ce qui s'accorderoit à notre derniére détermination.

En 1727 on a trouvé la moindre durée des éclipses du 3me Satellite de 1h 49′ 56″ par une observation faite à Paris le 13 d'Août, où on observa l'immersion du Satellite dans l'ombre à 2h 3′ 21″ du matin, & l'émersion à 3h 53′ 17″; le lieu de Jupiter étoit à 17° 34′ du Taureau, éloigné cependant des limites de 3° 4′; donc la diminution de la durée des éclipses du 3me Satellite proche des limites a été de 9′ 22″ au moins depuis l'année 1715 jusqu'à l'année 1727; au lieu qu'elle n'avoit été que de 7′ 22″ depuis l'année 1691 jusqu'à l'année 1715, ce qui fait en tout 16′ 44″ depuis l'année 1691 jusqu'à l'année 1727. Cette grande diminution de la durée des éclipses proche des limites de l'année 1727, est confirmée par deux observations, que nous ne manquerons pas de rapporter, quoiqu'un peu éloignées des limites, & que la premiére ait été faite avec une lunette de 10 pieds environ, qui doit avoir augmenté la durée de l'éclipse. Cette observation a été faite par M. Manfredi à Boulogne, où il observa le 17 de Septembre de la même année l'entrée du Satellite dans l'ombre de Jupiter à 10h 48′ 19″, & la sortie à 12h 40′ 30″; d'où on conclut la durée de 1h 52′ 11″: Jupiter étoit à 20° 49′ du Taureau, éloigné des limites de 6° 19′. Enfin, la derniére observation a été faite à Pekin par les PP. Jésuites le 23 d'Octobre, & on a trouvé la durée de l'éclipse de 1h 56′ 55″; car on observa l'entrée du Satellite dans l'ombre à 1d 57′ 15″ du matin, & sa sortie à 3h 54′ 10″, Jupiter étoit à 24° 2′ du Taureau, éloigné des limites de 9° 32′.

La variation de la durée des éclipses du 3me Satellite proche des limites, ou plûtôt la diminution continuelle de cette

durée depuis 1691 jusqu'en 1727 est donc bien prouvée. Il ne s'agit plus que d'examiner quelle en peut être la cause la plus vrai-semblable, & si nous avons eu raison de l'attribuer au changement de l'inclinaison. Il suffit de jetter les yeux sur les observations que nous avons rapportées, pour se convaincre que le mouvement des nœuds ne peut pas répréſenter les variations que nous avons remarquées à la durée des éclipses du 3me Satellite. Car supposons que les nœuds ayent eu un mouvement de 3 degrés depuis l'année 1691 jusqu'à l'année 1727, la différence de la durée des éclipses observées aux limites ne devroit pas être de 10 secondes de temps, au lieu que nous l'avons trouvée de 16° 44", & d'ailleurs on devroit remarquer les mêmes variations à peu-près proche des nœuds que proche des limites, ce qui est contraire aux observations. Car non-seulement on n'a pas observé proche des nœuds une telle diminution à la durée des éclipses du 3.me Satellite, mais il paroît qu'elle a été assés conforme à la Table de feu M. Cassini. Je dis assés conforme, parce que la plus grande différence qu'on a trouvée entre la durée des éclipses du 3me Satellite proche des nœuds, & celle qu'on tire de la table, n'a été que d'une minute 20 secondes, & cela par une observation de l'année 1712 du 27 Septembre, qu'on observa l'entrée du Satellite dans l'ombre à 6h 23' 11", & la sortie à 9h 55' 32", dont on conclut la durée de 3h 32' 21", Jupiter étant à 7° 48' du Verseau, éloigné du nœud ascendant de 6° 42'; à cette distance, on trouve par les tables la durée de 3h 33' 40": ainsi il est évident que le mouvement des nœuds ne suffit pas pour représenter la variation de la durée des éclipses du 3me Satellite. Mais ceux qui se donneront la peine de calculer les observations, que nous avons rapportées ci-dessus, trouveront la même difficulté de l'expliquer par l'hypothese de l'excentricité. Car s'il reste entre les observations des conjonctions de ce Satellite & le calcul corrigé par la premiére équation de Jupiter, quelque différence ou inégalité qu'on pourroit attribuer à une excentricité de Satellite à l'égard du centre de Jupiter, cette inégalité a été presque la même au temps de

toutes ces observations; ce qui prouveroit que le Satellite s'est trouvé à égale distance du centre de Jupiter. On peut donc conclure que la cause principale de la diminution de la durée des éclipses du 3.me Satellite, a été la variation de l'inclinaison de son orbe sur celui de Jupiter.

Il seroit à souhaiter que nous eussions quelques observations des éclipses du 3.me Satellite aussi proche des nœuds que nous en avons proche des limites, elles nous feroient connoître le demi-diametre de l'ombre de Jupiter dans l'orbe de ce Satellite, dont nous avons besoin pour calculer son inclinaison. Nous avons lieu de croire ce demi-diametre plus petit qu'il n'est dans la Table de feu M. Cassini. On en a pû voir la raison par ce que nous avons dit ci-dessus touchant la différence que nous avons trouvée en 1712 entre la durée d'une éclipse observée proche des nœuds, & celle qu'on a trouvée par cette Table. Une pareille différence trouvée en 1695, nous confirme dans la même pensée; car le 11 d'Avril de cette année on observa l'immersion du 3.me Satellite dans l'ombre de Jupiter à $8^h 32' 42''$, & l'émersion à $12^h 3' 13''$, d'où on conclut la durée de cette éclipse de $3^h 30' 31''$, Jupiter étant à $26° 21'$ du Lion, éloigné du nœud descendant de $11° 51'$, mais à cette distance on trouve la durée de l'éclipse de $3^h 31' 44''$; donc la différence est de $1' 13''$, moindre de 7 secondes que la différence trouvée en 1712. Il est vrai qu'une partie de ces différences doit être attribuée à l'inclinaison que nous avons trouvée différente de celle que M. Cassini a employée dans ses Tables, parce que ces observations sont un peu éloignées des nœuds. Mais comme on ne pourroit pas encore par ce moyen représenter toute la différence, & que nous ne connoissons jusqu'à présent aucune autre cause qui ait pû diminuer la durée des éclipses du 3.me Satellite proche des nœuds, nous sommes portés à croire que le demi-diametre de l'ombre de Jupiter dans l'orbe du 2.d Satellite déterminé par feu M. Cassini, est trop grand, & qu'il faut le diminuer, ce que nous avons fait, ayant pris un milieu entre le demi-diametre qui résulte des

obſervations rapportées ci-deſſus, & celui qui a été déterminé par M. Caſſini, & nous l'avons conclu de 1^{h} 47', ou de 3° 44' en parties de l'orbe du 3.^{d} Satellite, que nous avons ſuppoſé conſtant, & avec lequel nous avons calculé l'inclinaiſon de ce Satellite pour l'année 1691 de 3° 0' 30", pour l'année 1715 de 3° 5' 25", & pour l'année 1727 de 3° 12' 5", d'où on voit qu'elle a toûjours augmenté depuis l'année 1691.

Nous avons conſtruit pour notre uſage une Table de la durée des éclipſes du 3.me Satellite ſuivant cette derniére détermination de l'inclinaiſon de 3° 12' 5", que nous aurions jointe à ce Mémoire, ſi nous l'euſſions crû utile, mais à quoi ſervira-t-elle, ſi l'inclinaiſon continue d'augmenter? Comme l'inclinaiſon eſt un principal élément pour la détermination des éclipſes, nous ne négligerons aucun moyen pour nous en inſtruire.



OBSERVATION

OBSERVATION DE L'ECLIPSE TOTALE DE LA LUNE

Du premier Décembre de cette année 1732.

Faite à l'Obſervatoire Royal de Paris.

Par M. CASSINI.

LE Ciel qui avoit été couvert pendant preſque tout le mois de Novembre, s'étant éclairci le matin du premier Décembre, nous avons eu un temps favorable pour l'obſervation de cette Eclipſe, que nous avons faite avec une Lunette de 8 pieds au foyer de laquelle étoit un Micrometre avec des réticules pour méſurer les doigts éclipſés de la Lune.

A	8h	11'	22"	Commencement de l'Eclipſe certain.
		12	42	Grimaldi eſt entré.
		14	2	La Lune eſt éclipſée d'un doigt.
		19	2	Deux doigts.
		20	37	Capuanus eſt dans l'ombre.
		22	12	L'ombre à Ariſtarque.
		22	47	Ariſtarque eſt dans l'ombre.
		23	58	Trois doigts.
		27	8	L'ombre à Copernic.
		28	52	Quatre doigts.
		29	32	Copernic eſt dans l'ombre.
		30	51	L'ombre à Tycho.
		31	16	L'ombre à Héraclides.
		32	36	Tycho eſt entré.
		33	51	Cinq doigts.
		35	41	L'ombre à Hélicon.
		38	51	Six doigts.
		42	41	L'ombre à Manilius.

A	8^h	44'	1"	Sept doigts.
		49	1	Huit doigts.
		50	31	Pline eſt dans l'ombre.
		53	11	L'ombre au Promontoire aigu.
		54	3	Neuf doigts.
		58	54	Dix doigts.
	9	0	16	L'ombre à Hermes.
		1	0	L'ombre à Proclus.
		4	4	Onze doigts.
		6	0	La Mer des criſes eſt toute dans l'ombre.
	9	8	50	Immerſion totale de la Lune dans l'ombre.

La portion du diſque de la Lune où s'eſt faite l'immerſion totale de la Lune, paroiſſoit claire à la vue ſimple, de même que par la Lunette, & cette lumiére alloit en diminuant juſqu'à la partie du diſque opposée qui paroiſſoit d'un rouge-brun, de maniére qu'on voyoit le diſque entier de la Lune avec diverſes nuances de lumiére.

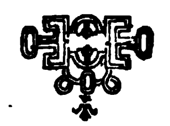
Cette lumiére a changé de place à meſure que la Lune s'eſt plongée dans l'ombre, & elle a reparu vers l'autre bord avant l'émerſion, de la même maniére qu'on l'avoit vue après l'immerſion.

A	10^h	48'	27"	Commencement de l'émerſion.
		50	17	Grimaldi eſt ſorti de l'ombre.
		52	27	Galilée eſt ſorti.
		53	30	Un doigt.
		56	12	Ariſtarque eſt ſorti.
		58	7	Deux doigts.
	11	0	2	Copernic eſt ſorti.
		3	0	Trois doigts.
		8	15	Quatre doigts.
		9	47	Tycho eſt entierement ſorti.
		13	47	Cinq doigts.
		17	52	Six doigts.
		21	26	Manilius eſt ſorti.

A 11h 22′	38″	Sept doigts.
23	46	Menelaus sort.
24	26	Menelaus est sorti.
27	29	Pline sort, l'ombre est mal terminée.
28	46	Huit doigts.
33	26	Neuf doigts.
37	46	Dix doigts.
42	38	Onze doigts.
43	39	La Mer des Crises est entierement sortie de l'ombre.
46	25	Fin douteuse.
46	53	Fin certaine.

Suivant ces observations, la durée de l'Eclipse a été de 3h 35′ 37″, & celle de l'immersion totale de 1d 39′ 37″. La Lune a employé 57′ 22″ à entrer dans l'ombre, & 58′ 28″ à en sortir, avec une différence de près d'une minute, ce qui peut provenir de ce que le commencement de l'Eclipse a été déterminé un peu trop tard, comme il paroît par les autres phases de l'Eclipse, suivant lesquelles le commencement de l'Eclipse a dû arriver à 8h 10′ & quelques secondes.

Nous observâmes ensuite la Lune à son passage par le Méridien avec le Quart-de-cercle de six pieds, que l'on a placé depuis peu dans le Cabinet de la tour inférieure orientale, & nous déterminâmes par le Micrometre qui est appliqué à la lunette de ce Quart-de-cercle le diametre vertical apparent de la Lune de 0d 33′ 7″ plus grand de 37 secondes, que celui du Soleil; que l'on observa le lendemain 2 Décembre, avec le même Micrometre de 0d 32′ 30″.



OBSERVATION

De l'Eclipse totale de Lune du 1 Décembre 1732, faite à Paris.

Et Comparaison de cette Observation à celles qui ont été faites à MADRID, à SEVILLE & à CHANDERNAGOR au Royaume de Bengale. D'où résulte la Différence des Méridiens entre Paris & ces Villes.

Par M. GODIN.

3 & 6 Dec. 1732.

NOUS avons observé, M. Grandjean & moi, cette Eclipse en deux maniéres : M. Grandjean a pris pendant la durée de l'Eclipse plusieurs hauteurs de la Lune dont on marquoit dans le même instant les Azimuths. Ces observations détermineront les principaux éléments du calcul de cette Eclipse, suivant la méthode que j'ai donnée dans les Mémoires de l'Académie *. Pour moi j'ai appliqué à une Lunete de 7 pieds le Micrometre ** inventé par M. Grandjean, qui étant bien construit, est fort commode pour ces sortes d'observations, sur-tout à cause du peu de temps qu'on employe à prendre différents angles. Nous avons aussi marqué l'un & l'autre, le progrès de l'ombre à l'égard des taches, dont nous déterminâmes ensuite la situation sur le disque de la Lune.

* *An. 1731. p. 231. & suiv.*

** *On en trouve la Figure & la Description dans le Recueil des Machines approuvées par l'Académie. Année 1723. n.° 377. tom. VI.*

Temps vrai.			
A 8h	10'	57".	L'Eclipse paroît commencer.
	12	27	L'ombre au milieu de Grimaldi.
	14	27	——— à Galilée.
	17	26	L'Eclipse est de 1 doigt 27'.
	20	57	——— 2 8
	22	27	L'ombre à Aristarque.
	23	27	Tout Aristarque dans l'ombre.
	25	32	L'Eclipse est de 3 1

à 8h	27′	57″	L'Eclipse est de 3 doigts 46′
	28	22	Copernic entre dans l'ombre.
	29	22	Milieu de Copernic.
	30	13	Tout Copernic dans l'ombre.
	31	12	L'ombre à Eratosthenes.
	31	57	Tycho entre dans l'ombre.
	32	52	L'ombre à Heraclides.
	33	7	Tout Tycho dans l'ombre.
	35	26	L'Eclipse est de 4d 59′
	36	44	Helicon entre dans l'ombre.
	40	51	L'Eclipse est de 6 13
	44	11	Le centre de Platon au bord de l'ombre.
	45	10	L'Eclipse est de 7 4
	46	55	L'ombre à Menelaus.
	49	5	——— à Pline.
			L'Eclipse est de 8 10
	53	14	L'ombre au Cap aigu.
	55	15	L'Eclipse est de 9 15
	59	39	L'ombre à Proclus.
9	1	30	——— au bord de *Mare Crisium*.
	2	44	L'Eclipse est de 10 47
	3	52	L'ombre à Messahala.
	5	44	L'Eclipse est de 11 15
	6	9	Tout *Mare Crisium* dans l'ombre.
	9	9	Immersion totale de la Lune.
10	48	2	Emersion de la Lune, incertaine.
	48	37	Emersion certaine.
	50	12	Le milieu de Grimaldi sort de l'ombre.
	52	5	Galilée sort.
	53	17	L'Eclipse est de 11 15
	55	47	——— 10 47
	56	17	Aristarque sort.
	58	41	Kepler sort.
11	2	16	L'Eclipse est de 9 15

à 11h 5′ 46″	Helicon sort.			
6	16	Le milieu de Copernic sort.		
8	16	Tycho au bord de l'ombre.		
9	51	Tycho tout entier hors de l'ombre.		
		L'Eclipse est de	8d	10′
11	36	Le milieu de Platon sort.		
12	1	Tout Platon sorti.		
14	16	L'Eclipse est de	7	4
16	55	———	6	13
20	41	Manilius sort.		
23	25	L'Eclipse est de	4	59
23	50	Menelaus sort.		
25	0	Dionysius sort.		
27	55	Pline sort.		
29	25	L'Eclipse est de	3	46
32	14	———	3	1
36	49	———	2	8
38	14	Proclus sort *douteux*.		
39	24	*Mare Crisium* commence à sortir.		
40	30	L'Eclipse est de	1	27
43	24	*Mare Crisium* toute hors de l'ombre.		
11 46	39	Emersion totale, ou Fin de l'Eclipse.		

Par les Phases semblables on trouve ainsi le milieu de l'Eclipse :

Par le commencement & la fin....		9h	58′	48″
Par l'Immersion & l'Emersion.....		9	58	53
Par la Phase de 11d 15′	———	9	59	30½
10 47	———	9	59	14½
9 15	———	9	58	45½
8 10	———	9	59	28
7 4	———	9	58	43
6 13	———	9	58	53
4 59	———	9	59	25½
3 46	———	9	58	41

3^d	$1'$	————	9^h	$58'$	$53''$
2	8	————	9	58	53
1	27	————	9	58	58

Le milieu moyen eſt	9	59	$0\frac{1}{2}$
Je l'avois calculé dans la Conn. des Temps	10	0	51
Différence entre le Calcul & l'Obſervation		1	$50\frac{1}{2}$

De ces obſervations on tire auſſi le temps que la Lune a employé à ſe plonger dans l'ombre de.... 0^h $58'$ $12''$

La durée de l'Immerſion totale, ou la demeure dans l'ombre de............... 1 38 53

Le temps que la Lune a employé à ſortir de l'ombre.......................... 0 58 37

La durée totale de l'Eclipſe de 3 35 42

Remarques ſur cette Eclipſe.

On peut encore trouver le milieu de l'Eclipſe par l'immerſion des taches, qui ſont toûjours plus exactement obſervées que les émerſions, & en ſe ſervant de la phaſe de 6 doigts dans l'immerſion. Par exemple, j'ai trouvé que l'Eclipſe étoit de 4 doigts $59'$ à 8^h $35'$ $26''$, & de 6 doigts $13'$ à 8^h $40'$ $51''$. J'en ai conclu, en ſuppoſant le progrès le même, qu'elle étoit préciſément de 6 doigts à 8^h $39'$ $54''$, & ayant obſervé l'ombre au bord de *Mare Criſium* à 9^h $1'$ $30''$, la différence entre cette phaſe & celle de 6 doigts eſt de $21'$ $36''$; mais par l'obſervation correſpondante de *Mare Criſium*, faite à 11^h $39'$ $24''$, on a le paſſage du bord précédent de cette tache par le centre de l'ombre, ou plûtôt par une droite qui eſt le lieu du milieu de l'Eclipſe, laquelle droite eſt menée du centre de l'ombre perpendiculaire à l'Orbite de la Lune. Ce paſſage ſe trouve à 10^h $20'$ $27''$; ſi l'on en retranche $21'$ $36''$ qu'on a trouvées d'abord entre la phaſe de 6 doigts & le commencement de *Mare Criſium*, on aura le milieu de l'Eclipſe à 9^h $58'$ $51''$. J'ai cherché par cette méthode, le milieu de cette Eclipſe, en employant l'immerſion de quelques-unes des

taches dont j'étois le plus aſſûré, & qui par elles-mêmes ſont plus aiſées à déterminer, & je l'ai trouvé:

Par Grimaldi	9h	58'	46"
Par Galilée	9	58	43
Par Pline	9	59	9
Par Proclus	9	59	11
Par *Mare Criſium*.	9	58	51

Le milieu entre ces cinq, eſt 9h 58' 56"; le même à 4" près, que celui qui a été trouvé ci-deſſus par les phaſes en doigts.

Dans cette Eclipſe, l'ombre m'a paru mieux terminée pendant l'immerſion que dans l'émerſion. Dans l'immerſion totale elle n'étoit pas bien tranchée, peut-être parce que ce bord du diſque de la Lune n'eſt pas ſi clair & ſi blanc que celui qui eſt vers *Grimaldi.* Le recouvrement de lumiére qui parut d'abord être douteux, fut cependant une des phaſes les plus aiſées à obſerver. Pendant quelque temps on apperçut le bord aſſés clair pour ſoupçonner l'émerſion; mais peu après, & tout d'un coup, il devint ſi blanc qu'il n'étoit pas poſſible d'héſiter.

Lorſque la Lune étoit entiérement plongée dans l'ombre, la partie du limbe, depuis ſon zénith juſqu'à 90° ou environ, vers la droite, paroiſſoit plus claire à la vue ſimple que tout le reſte du diſque, que l'on remarquoit aſſés bien. On appercevoit la même choſe par la lunete; ce qui alloit depuis *Platon,* juſques vers *Mare Criſium*, & formoit en cet endroit une eſpece de croiſſant tout-à-fait ſemblable à celui de la Lune lorſqu'on la voit près de l'horiſon au travers des vapeurs, quelques jours devant, ou après la conjonction. Ce croiſſant s'allongea du côté de *Grimaldi*, & deſcendit même plus bas; en ſorte qu'il ſembla former enſuite un anneau preſqu'entier. Mais en même-temps il diminua de largeur. J'obſervai ce progrès ſans lunete, & je fixai par-là à la vue ſimple le milieu de l'Eclipſe à 9h 59', ou à 10h 1'; car j'héſitai pendant 2 minutes.

Ces apparences, qui s'accordent à la route que la Lune a

tenue

tenue dans l'ombre de la Terre, m'ont fait juger qu'avant l'invention des lunetes, il étoit possible aux Anciens de fixer assés bien le milieu d'une Eclipse totale de Lune : & peut-être que cette méthode étoit beaucoup plus sûre que par le commencement ou la fin ; car lorsque celle-ci a commencé, ceux qui l'ont observée, ont pû remarquer que la Lune paroissoit éclipsée de plus de 2 doigts à la vue simple ; ce que je n'ai point trouvé de même à la fin de l'Eclipse, quoiqu'il ne me paroisse pas plus de raison pour l'une que pour l'autre phase.

Il paroît par toutes les observations, tant des phases en doigts que des taches, que le mouvement de la Lune a été plus accéleré dans l'immersion que dans l'émersion, ce qui s'accorde en général aux hypotheses. Car la Lune étoit alors dans le 8.me signe d'Anomalie, & alloit du Perigée à l'Apogée : le mouvement de l'ombre au contraire s'acceleroit, le Soleil approchant de son Perigée ; d'où il suit que le mouvement horaire de la Lune au Soleil, étoit plus grand dans la premiére moitié de l'Eclipse que dans la seconde ; le gros des observations donneroit environ 10″ de différence, dont le milieu vrai de l'Eclipse seroit arrivé plûtôt que ce que nous avons déterminé, sans égard à cette considération ; mais il n'est pas aisé de s'en assûrer par les observations mêmes, qui doivent être pour cette recherche, plus exactes qu'on n'a droit d'esperer dans une Eclipse de Lune, où les causes physiques peuvent encore beaucoup influer. En tout cas, il est bon d'y faire attention dans les observations à venir ; & en cela l'observation des taches servira autant que celle des doigts.

Pendant que la Lune étoit éclipsée, elle éclipsa aussi diverses Etoiles fixes de la constellation du Taureau, dont je n'ai trouvé aucune marquée dans les Catalogues, ni dans les Cartes des Etoiles fixes. J'en observai deux entr'autres, dont la premiére sortit du bord de la Lune, vis-à-vis *Messahala* à 9^h 58′ à très-peu près, une minute avant le milieu de l'Eclipse. Cette Etoile est entre τ & ι du Taureau, plus proche de τ que de ι, & un peu plus australe que la ligne droite, qui

les joint; elle est aussi dans une droite tirée de l'Etoile γ, à la corne boreale marquée β. Le lieu de cette Etoile est à present en 10°, & près de 27' des Gemeaux, avec une latitude d'environ 20" septentrionale. Une demi-heure après, ou plus exactement à $10^h\ 30'$, j'observai l'immersion d'une autre Etoile sous le disque de la Lune, à peu-près vis-à-vis d'Aristarque; mais comme j'étois attentif alors à ce même bord, par où la Lune devoit sortir de l'ombre, je me contentai de marquer l'heure de cette observation, sans penser à fixer la situation de cette Etoile, que je ne revis plus, lors même qu'elle devoit être sortie. Mais par la comparaison du lieu de la Lune dans cet instant, je trouve qu'elle doit être en 11 degrés environ des Gemeaux, avec une latitude septentrionale de quelques minutes, ce qui suffit toûjours pour la reconnoître, & pour en déterminer plus précisément la situation.

J'ai eu la curiosité de comparer l'observation de cette Eclipse avec ce qui résulte du *Saros*, ou période Chaldaïque des Eclipses lunaires que Pline nous a conservée, & que M. Halley a renouvellée & limitée à 18 ans 10 ou 11 jours $7^h\ 43'\ 45''$, & j'ai trouvé qu'à compter du milieu de cette Eclipse, en retrogradant pendant 2 périodes (parce qu'à n'en compter qu'une, il se trouve en 1714 une Eclipse de Lune qui n'a pas été visible en Europe) il venoit le milieu d'une Eclipse de Lune au 9 Novembre 1696, à $6^h\ 31'\ 30''$ du matin, auquel temps il en est effectivement arrivée une qui n'a pas été visible à Paris, mais dont le milieu y est arrivé, suivant deux observations faites à Tours, & à la Rochelle, qui s'accordent entr'elles à 10" près, à $4^h\ 55'\ 12''$, c'est-à-dire, $1^h\ 36'\ 18''$ plûtôt que la période Chaldaïque, limitée par M. Halley, ne demande. Ce qui donne 48' 9" pour le retardement d'une période, depuis 1714 jusqu'en 1732, en supposant les observations de Tours & de la Rochelle bien faites; & sans avoir égard à l'équation de la période que M. Halley a annoncée, mais que je ne trouve donnée nulle part.

Regiſtr. de l'Acad. 1696. M. de la Hire, Obſ. M.S.

Observation de cette Eclipse, faite à Madrid.

M. le Duc de Solferino m'a communiqué l'observation qu'il en a faite à Madrid, dont voici le résultat comparé à la mienne. 12 Décembre 1733.

Copernic entre dans l'ombre à Paris	8h	28′	22″
à Madrid . .	8	3	53
Différence		24	29
Tout Copernic dans l'ombre à Paris	8	30	13
à Madrid . .	8	6	9
Différence		24	4
Commencement de *Mare Crisium* à Paris . . .	9	1	30
à Madrid . .	8	37	15
Différence		24	15
Tout *Mare Crisium* dans l'ombre à Paris . . .	9	6	9
à Madrid . .	8	41	49
Différence		24	20
Immersion totale à Paris	9	9	9
à Madrid	8	44	53
Différence		24	16
Emersion à Paris	10	48	37
à Madrid	10	24	38
Différence		23	59
Aristarque sort de l'ombre à Paris	10	56	17
à Madrid	10	31	50
Différence		24	27
Milieu de Copernic à Paris	11	6	16
à Madrid	10	41	43
Différence		24	33

Tout *Mare Crisium* à Paris.	11^h	43′	24″
à Madrid.	11	18	54
Différence.		24	30
Fin de l'Eclipse à Paris	11	46	39
à Madrid.	11	22	17
Différence.		24	22

Ces dix observations correspondantes comparées ensemble, donnent pour différence en longitude entre Paris & Madrid, 24′ 20″ de temps : la plûpart s'accordent d'elles-mêmes à donner cette quantité. C'est donc en parties de cercle 6° 5′, dont Madrid est plus occidental que Paris, au lieu des observations, & 6° 4′ 30″ plus occidental que l'Observatoire Royal.

Parmi les observations des Satellites de Jupiter, faites à Madrid, & dont j'ai observé les correspondantes à Paris, j'en trouve deux du premier, le 15 Mai & le 7 Juin 1733, les différences qui en résultent, sont respectivement 24′ 7″, & 24′ 40″, ce qui donne pour différence moyenne 24′ 23″ à très-peu près comme par l'Eclipse de Lune.

La position de Madrid en longitude avoit varié jusqu'à présent, parmi les Astronomes & Géographes, entre 5° ½, & 7° ½, excepté M. de la Hire qui ne differe que de 20″ d'heure, de ce qui résulte des observations que j'ai rapportées. L'Auteur qui l'avoit le mieux déterminée, est le P. Riccioli qui la donne de 6° 10′ dans sa Géographie réformée.

Observation faite à Seville.

M. le Duc de Solferino a fait observer la même Eclipse à Seville où il veut aussi faire observer les Satellites de Jupiter. Les observations de Seville ne s'accordent pas si bien entre elles & avec les nôtres; l'erreur va à une minute de plus ou de moins dans la différence. Mais ayant égard aux circonstances, & prenant un milieu, on peut fixer la différence en longitude entre Paris & Seville, à 34′ d'heure, ou 8° 30′,

dont Seville eſt plus occidental que Paris, ou 8° 29′ $\frac{1}{2}$ plus que l'Obſervatoire, ce qui s'accorde fort bien à ce que M. Harris en a donné par obſervation.

Obſervation faite à Chandernagor.

Entre pluſieurs obſervations aſtronomiques faites à Chandernagor ſur le Gange, au Royaume de Bengale, leſquelles j'ai eu occaſion de voir, il y a celle de la même Eclipſe de Lune, qui paroît faite avec une grande exactitude. J'y trouve vingt-ſix obſervations dont j'ai fait ici les correſpondantes: elles s'accordent toutes entre elles autant qu'il eſt poſſible. Il y en a vingt-quatre qui donnent la même différence en longitude, à moins d'une demi-minute près, je n'en rapporterai ici que quatre des principales Phaſes.

Commencement de l'Eclipſe à Chandernagor	13h	55′	5″
à Paris.	8	10	57
Différence	5	44	8
Immerſion totale à Chandernagor.	14	53	15
à Paris	9	9	9
Différence	5	44	6
Recouvrement de lumiére à Chandernagor.	16	33	0
à Paris.	10	48	37
Différence	5	44	23
Fin de l'Eclipſe à Chandernagor.	17	31	10
à Paris.	11	46	39
Différence	5	44	31

De ces correſpondantes & des autres que je ne rapporte pas, j'ai conclu la véritable différence de 5h 44′ 7″ dont Chandernagor eſt plus oriental que Paris, ce qui eſt préciſément le réſultat du milieu conclu de part & d'autre, ou 5h 44′ 37″ à l'égard de l'Obſervatoire. M. de la Hire donne

cette différence de $5^h\ 43'$. Chandernagor sera donc, selon mon calcul, à 86° 9' 15" à l'Orient de Paris; & sa latitude étant, par les Tables de M. de la Hire, & par les mêmes observations que j'ai vûës, de 22° 54', on trouvera qu'il tombe presque sur un autre lieu du Royaume de Bengale, nommé *Ougly* dans la Carte d'Asie de M. Delisle, publiée en 1723, dans laquelle j'ai été surpris de ne point trouver cette position.

OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES FAITES PENDANT L'ANNÉE M. DCCXXXII.

Par M. MARALDI.

7 Janvier 1733.

ON a vû plusieurs fois la Lumiére Boréale pendant l'année 1732, je l'ai observée le 1.er jour de Mars, le 22 d'Août, le 19 & le 20 de Septembre, le 5, le 15, le 22 & le 23 d'Octobre. Celle du 22 d'Août a été la plus remarquable, elle parut à $8^h \frac{1}{2}$ du soir, du côté du Midi, en forme d'un arc de cercle ou zone qui sortoit à l'Orient d'un amas de nuages, & s'étendoit jusqu'à l'Occident, elle passoit par le col du Cigne, par les Etoiles méridionales de la Lire, à la distance de 15° du Zénith, & rasoit la partie méridionale de la Couronne; elle étoit plus étroite à l'Orient où elle n'avoit qu'environ 2 degrés de largeur, & s'élargissoit en allant vers l'Occident, où elle en avoit 5 à 6, & paroissoit se diviser en deux parties. Elle a pris quelquefois la forme de la queuë d'une Comete, dont la tête seroit cachée. A $9^h \frac{1}{4}$, il ne restoit que quelque lueur du côté de l'Orient, & on voyoit vers le Nord, une Aurore Boréale entre les nuages. A $9^h \frac{1}{2}$, cette lumiére parut de nouveau, elle étoit terminée en pointe du côté de l'Orient, 5 à 6 degrés au dessus d'Algenib qui étoit placé au milieu de cette lumiére, elle traversoit du côté du Midi la voye de lait, & passoit par les Etoiles

de la Flèche. Elle étoit foible vers l'Occident, & à $9^h \frac{3}{4}$ elle disparut entiérement.

Je crois que la Lumiére qui parut le 5 d'Octobre, auroit été très-éclatante, si la clarté de la Lune qui étoit sur l'horison, & avoit été pleine le jour auparavant, ne l'avoit effacée; car à 7^h elle étoit très-bien terminée par un Arc de lumiére qui s'élevoit jusqu'aux Etoiles du quarré de la grande Ourse, & qui jettoit quelques rayons de lumiére.

Observations sur la quantité de Pluye.

	pouc.	lign.		pouc.	lign.
En Janvier......	0	$6\frac{1}{6}$	En Juillet.......	0	$10\frac{1}{2}$
Février......	0	$6\frac{1}{6}$	Août........	0	$8\frac{2}{6}$
Mars........	0	$9\frac{1}{2}$	Septembre ...	2	$6\frac{1}{2}$
Avril........	1	$3\frac{1}{2}$	Octobre.....	2	$6\frac{1}{2}$
Mai.........	2	$9\frac{1}{6}$	Novembre....	0	$8\frac{1}{2}$
Juin........	2	5	Décembre....	0	$7\frac{1}{6}$
	8	$4\frac{1}{6}$		5	5

La quantité de la Pluye tombée en 1732 est donc de 13 pouces 9 lignes $\frac{1}{6}$, qui est moindre que celle qui tombe dans une année commune déterminée à 17 pouces $\frac{1}{2}$. La Pluye tombée dans les six premiers mois de l'année a été de 8 pouces 4 lignes $\frac{1}{6}$ plus abondante que celle qui est tombée dans les six derniers, qui n'a été que de 5 pouces 5 lignes.

Observations sur le Thermometre.

Le plus grand froid de l'année 1732 est arrivé vers la fin du mois de Janvier. Le 26 de ce mois, la liqueur de l'ancien Thermometre est descendue à 19 degrés $\frac{3}{4}$, celle du Thermometre de M. de Reaumur a été à 6 degrés au dessous de la congelation artificielle de l'eau, & le 27 du même mois la liqueur du premier Thermometre étoit montée à 21 degrés $\frac{1}{2}$; celle du second n'étoit plus qu'à 5 degrés au dessous de la congelation de l'eau.

On a remarqué la plus grande chaleur par les mêmes Thermometres, le 30 de Juillet & le 2 d'Août; on a obſervé dans ces deux jours, la liqueur de l'ancien Thermometre à 66 degrés le matin au lever du Soleil, & à 74 degrés trois heures après midi. La liqueur de celui de M. de Reaumur a été à 19 degrés $\frac{1}{2}$ le matin, & à 24 $\frac{1}{2}$ le ſoir.

Sur le Barometre.

Le Barometre a marqué la plus grande élévation du Mercure à 28 pouces 5 lignes le 3, le 4, le 5, le 6 & le 7 de Décembre par les grands brouillards qu'il a fait durant une grande partie de ce mois, & il a marqué la moindre élévation à 27 pouces 6 lignes le 10, le 11 & le 12 d'Avril par un temps couvert & un vent de Sud-oueſt: il a été plusieurs fois à 27 pouces 7 lignes le mois de Mars.

Sur la Déclinaiſon de l'Aimant.

Le 5 de Septembre 1732 nous avons obſervé avec une Aiguille de 4 pouces la déclinaiſon de l'Aimant de 15 degrés 15 minutes au Nord-oueſt.



REPONSE

* RÉPONSE

Aux Remarques qui ont été faites dans le Journal Historique de la République des Lettres sur le Traité DE LA GRANDEUR ET DE LA FIGURE DE LA TERRE.

Par M. CASSINI.

DANS le Journal Historique de la République des Lettres, des mois de Janvier & Février de l'année 1733, l'on a donné l'extrait de plusieurs Lettres imprimées de M. le Marquis Poleni, entre lesquelles il s'en trouve une *(page 105 & suivantes)* sur la *fameuse Question de la Figure de la Terre*, dans laquelle l'Auteur de ce Journal a joint quelques Remarques critiques sur le Traité de la grandeur & de la figure de la Terre, qui tendent non-seulement à jetter quelques doutes sur la précision des observations qui ont été employées dans cet Ouvrage, mais même à y faire remarquer des prétenduës absurdités; d'où il conclut qu'en général, on voit si peu d'accord entre les degrés célestes & les mesures terrestres, dans la plûpart des observations que M.rs de l'Académie ont faites en divers lieux du Royaume, que l'on est forcé de convenir que l'on ne sçauroit faire assés de fonds sur les calculs qu'on en déduit, pour décider cette question; sçavoir, si les degrés du Midi sont plus grands que ceux du Nord, ou bien si tous les degrés sont égaux.

Avant que d'entrer en matiére pour répondre aux objections de l'Auteur de ce Journal, j'ai crû devoir avertir le Public, que quoique l'Académie Royale des Sciences ait bien voulu que l'Ouvrage dont il est question, ait été mis à la suite

* On a crû ne devoir pas attendre à faire paroître cette Réponse jusqu'à ce qu'on imprimât les Mémoires de l'année dans laquelle elle a été lûë.

de ses Memoires de 1718; elle n'a point adopté le sentiment sur la figure de la Terre qui en résulte; elle a seulement approuvé le projet de cet Ouvrage qui lui a été communiqué, de même que la Méthode que l'on a pratiquée pour parvenir aux connoissances que l'on en a déduites; & s'il y a quelques erreurs, tant dans les calculs, que dans le résultat des observations que l'on a faites; elles ne doivent être imputées qu'à ceux qui ont travaillé à ces observations, & ont rédigé ce Traité dans l'état où il a été donné au Public.

Cet ouvrage fut proposé par mon Pere, & prolongé en 1684 jusqu'au delà de Bourges vers le Midi, pendant que M. de la Hire y travailloit du côté du Nord. Je l'ai continué avec mon Pere & M. Maraldi, depuis Bourges jusqu'à Collioure en 1700 & 1701, & après l'avoir achevé entierement en 1718 avec M.rs de la Hire le fils & Maraldi, en le prolongeant jusqu'à l'extrémité septentrionale du Royaume, j'en ai donné le résultat au Public; ainsi c'est à moi à en prendre la défense.

Il paroît d'abord dans l'Extrait du Journal de la République des Lettres, que l'on a voulu jetter quelques doutes sur la précision des Observations qui ont été employées pour déterminer l'arc du Méridien, intercepté entre les paralleles de Dunkerque & de Collioure.

Après avoir remarqué dans ce Journal qu'il ne faut *qu'un tiers de minute d'erreur dans les Observations faites à Collioure & à Dunkerque pour emporter toute la différence que l'on a trouvée entre les degrés consecutifs de latitude ;* on ajoûte, *que l'on trouve même entre les Observations de M.rs de l'Académie, une Observation de la hauteur du Pole de Collioure, qui fait cette ville de 13 secondes plus méridionale que l'observation dont ils se sont servi, ce qui rend les degrés du Midi plus petits ; & si l'on compare les Observations faites pour déterminer la hauteur du Pole de Dunkerque, on en trouvera un grand nombre, qui font cette hauteur moindre que M.rs de l'Académie ne l'ont supposée de cinq à six secondes pour le moins, ce qui fait précisément ce tiers de minute sur lequel est fondé le sentiment de M.rs de l'Académie ;*

à quoi on peut adjoûter que les Observations de M. de la Hire font la hauteur du Pole de Dunkerque de 49 secondes moindre que M.rs de l'Académie ne l'ont supposée ; ce qui feroit que les degrés du Nord seroient plus grands que ceux du Midi.

Voilà une objection qui pourroit paroître spécieuse à ceux qui ne se sont point donné la peine de lire l'Ouvrage critiqué, ou qui n'ont pas une connoissance parfaite de la pratique de l'Astronomie. Ainsi, pour y répondre avec solidité, il est à propos de rendre compte au Public de la précision avec laquelle on peut faire les observations que l'on y a employées, des précautions que l'on doit apporter pour les rendre exactes, & du choix que l'on doit faire entre diverses observations, sur-tout lorsqu'on y employe des instruments de différentes structures & grandeurs. Car faute de faire ce discernement, tout sera confondu dans l'Astronomie, & il sera libre à tout le monde de former des doutes sur toutes les Observations Astronomiques qui demandent quelque précision, rejetter les bonnes, adopter les moins exactes lorsqu'elles se trouveroient plus conformes à nos hypothéses, ce qui seroit un écueil très-dangéreux pour l'Astronomie, & contre lequel on ne sçauroit trop se précautionner.

J'avouerai même que quelqu'intention que l'Auteur du Journal ait eu dans la Critique de cet Ouvrage, je ne sçaurois lui en sçavoir mauvais gré ; puisqu'il me donne par-là occasion de lever tous les doutes que l'on pourroit former sur la précision d'un Ouvrage qui semble intéresser de plus en plus les Sçavans de l'Europe.

Nous commencerons par les observations faites pour déterminer les latitudes, dans lesquelles l'on employe pour l'ordinaire des Quarts-de-cercle, ou autres arcs de cercle, de plus ou moins de rayon, garnis de lunettes.

Dans le Voyage que nous fimes en 1700 & 1701 pour prolonger la Méridienne de l'Observatoire de Paris jusqu'aux extrémités méridionales du Royaume, nous en fimes porter trois dont la description a été donnée dans l'Ouvrage en question, dont deux avoient trois pieds de rayon, & le troisiéme

étoit de dix pieds ; ce dernier étoit destiné seulement pour les observations des latitudes que l'on devoit faire aux extrémités de la Méridienne. Les deux premiers étoient d'une grandeur suffisante pour les opérations géometriques, & pour déterminer les angles entre divers objets situés à l'horison. La nécessité où l'on étoit de les placer souvent dans des Clochers & d'autres lieux fort étroits, ne permettoit pas d'y en faire transporter de plus grands. Ils étoient d'ailleurs d'une assés grande précision, parce que pour les employer dans ces sortes d'observations, on commence d'abord à diriger la lunette mobile qui est portée sur l'alidade, en la pointant au même objet qui est au centre de la lunette fixe ; faisant en sorte que toutes les deux s'accordent au commencement de la division, ou bien tenant compte dans chaque angle de leur différence. Ainsi chaque observation porte sa vérification ; & quand même les lunettes pourroient se déranger un peu de la direction où elles étoient, par le transport de l'instrument d'un lieu à l'autre, comme il arrive assés souvent, cela ne peut causer aucune erreur sur la quantité de l'angle observé que l'on vérifie encore presque toûjours, en observant les angles entre divers objets qui sont tout autour de l'horison, & remarquant si la somme de ces angles est de 360 degrés, ou s'il y a quelque différence, pour en tenir compte sur chaque angle à proportion de sa grandeur.

Ces instruments placés dans une situation verticale avec un cheveu attaché au centre, & suspendu par un plomb pour marquer les hauteurs sur les divisions du limbe, s'employent aussi pour observer les latitudes, & ce sont les mêmes ou d'à peu-près semblables dont M.rs de l'Académie se sont servis dans les Observations qu'ils ont faites par ordre du Roy en divers endroits du Royaume. Mais il s'en faut bien que l'on puisse avoir par leur moyen, dans la quantité de l'angle observé, la même précision que dans les opérations géométriques, à moins que d'y apporter de très-grandes précautions. Car comme les lunettes sont sujettes à quelque variation par le transport d'un lieu à un autre, on ne peut compter sur la

précision des observations que l'on a faites dans un lieu, qu'après avoir vérifié ces instruments dans ce même lieu, ce que l'on pratique pour l'ordinaire par le renversement, en suspendant le cheveu au commencement de la division, & le faisant tomber sur le centre, pour voir si dans cet état la lunette se trouve dirigée au même objet, & tenir compte de la différence, lorsqu'il s'en trouve; ce qui est une opération longue & très-difficile à executer, que l'on ne peut même pratiquer que très-rarement, parce qu'il faut trouver un objet qui soit précisément à l'horison pour s'y diriger, ayant soin que le centre de la lunette soit à la même hauteur, lorsque l'instrument est renversé, que lorsqu'il est dans sa situation ordinaire, afin d'avoir le même point de niveau, à moins que la distance ne soit assés grande pour que la différence de hauteur ne fasse pas d'effet sensible sur les degrés de la division, ce qu'il est difficile de rencontrer dans une Ville, & même dans les campagnes. Aussi M.rs de l'Académie n'ont-ils jamais prétendu que ces sortes d'instruments pussent donner la précision nécessaire pour des observations aussi délicates que celles que l'on employe pour la mesure des degrés.

Ce fut par ces motifs que M. Picard, dans sa celebre Mesure de la Terre, jugea que pour observer avec exactitude l'arc du Méridien compris entre les paralleles de Malvoisine, de Sourdon & d'Amiens, il étoit nécessaire d'y employer un instrument de 10 pieds de rayon dont il donne la description, & qui outre sa grandeur qui en augmente beaucoup la précision, se vérifie d'une maniére beaucoup plus simple, & par l'observation même de l'Etoile dont on veut déterminer la distance au Zénith. Nous en avons usé de même, tant à Collioure qu'à Dunkerque, où nous avons fait construire des édifices de charpente pour ces sortes d'observations, & pris toutes les précautions nécessaires pour les faire avec toute l'exactitude requise.

Pour déterminer par leur moyen la distance des Etoiles au Zénith, on dirigeoit l'instrument d'abord vers le Midi ou vers le Nord, & on observoit le point de la division que

marquoit le cheveu vertical, lorſque ces Etoiles étant placées au centre de la lunette, paſſoient exactement par le Méridien, ce que l'on répétoit pluſieurs fois juſqu'à ce que l'on eût pluſieurs obſervations qui donnaſſent la même hauteur. On plaçoit enſuite cet inſtrument dans une autre direction, telle que la partie du limbe qui étoit dirigée, par exemple, vers le Midi, le fût vers le Nord, & on obſervoit alors au paſſage de la même Etoile par le Méridien, le point de la diviſion que marquoit le cheveu vertical. La différence entre ces deux hauteurs étant partagée en deux, donnoit la diſtance apparente de cette Etoile au Zénith indépendamment d'aucune autre vérification. Ainſi par cette raiſon, ces obſervations étoient préférables à celles que l'on pouvoit faire par d'autres inſtruments, lorſqu'ils n'avoient point été vérifiés.

On obſervoit auſſi, par le moyen de ces grands inſtruments, les Etoiles près du Zénith où la refraction étoit fort petite, & par conſéquent peu ſujette à induire à erreur, au lieu que dans les obſervations faites avec les inſtruments dont on ſe ſert ordinairement, on y employe des hauteurs méridiennes du Soleil, ou des Etoiles fixes à des hauteurs moins grandes, dans leſquelles la refraction eſt plus ſenſible, peut être variable dans un même lieu ſuivant les différentes ſaiſons, & même différente en divers climats, comme on a quelque ſujet de le conjecturer.

On peut joindre à cela, que pour déterminer par les hauteurs méridiennes des Etoiles, celle du pole du lieu où l'on obſerve, il faut connoître exactement leur déclinaiſon de l'Equateur, dans laquelle tous les Aſtronomes ne s'accordent pas toûjours à quelques ſecondes près, & que dans celles des hauteurs méridiennes du Soleil, il faut, outre ſa déclinaiſon, avoir égard à ſa parallaxe, ſur laquelle les ſentiments ſont encore partagés.

Tant de raiſons de préférence en faveur des inſtruments de 10 pieds de rayon dont on s'eſt ſervi pour déterminer l'arc du Méridien compris entre Collioure & Dunkerque, peuvent-elles laiſſer quelque doute ſur la préciſion des obſervations

qui ont été faites par ce moyen ; & je laisse au public à juger, si sans faire aucun discernement sur le choix des instruments, ni sur la méthode que l'on a employée pour ces sortes d'observations, on peut y opposer, avec quelque fondement, celles qui ont été faites avec des instruments beaucoup plus petits, & sujets aux diverses sources d'erreurs que l'on vient d'indiquer.

Ainsi sur ce qu'il se trouve une différence de 13 secondes entre la hauteur du pole de Collioure que j'ai déterminée par un instrument de 10 pieds, & celle que l'on a trouvée par une hauteur méridienne du Soleil observée avec un quart de cercle de 3 pieds ; je réponds en peu de mots que cette derniére observation, quoique faite avec soin, n'a pas le caractere de précision requise pour être mise en parallele avec celles qui ont été faites avec des instruments sans comparaison plus grands, & par une méthode beaucoup moins sujette à erreurs, & qu'ainsi j'aurois eu tort d'en faire cet usage.

A l'égard des observations faites pour déterminer la hauteur du pole de Dunkerque, entre lesquelles l'Auteur du Journal avance dans ses Remarques que l'on en trouvera un grand nombre qui font cette hauteur moindre que M.rs de l'Académie ne l'ont supposée, de 5 à 6 secondes pour le moins : je nie le fait, qu'il est aisé de vérifier dans le Chapitre III de la seconde Partie qu'il cite, puisque la différence entre l'arc du Méridien compris entre Paris & Dunkerque, que j'ai crû devoir préférer aux autres par de bonnes raisons pour en conclure la grandeur des degrés n'y est marquée que de $2^d\ 12'\ 9''\ \frac{1}{2}$, au lieu que de cinq autres que j'ai rapportées, il n'y en a qu'une seule qui donne cette différence plus petite, & les quatre autres la font plus grande de plusieurs secondes, ce qui, si on leur donnoit la préférence, rendroit la figure de la Terre encore plus allongée vers les poles que je ne l'ai conclue.

Il est vrai que les observations que j'ai faites l'année suivante paroissent donner cet arc moindre de quelques secondes, que la précédente ; mais cela n'empêche pas que ce qui résulte de

la comparaiſon de la plus grande partie de ces obſervations, ne donne l'arc du Méridien intercepté entre Paris & Dunkerque, plus grand de quelques ſecondes que celui que j'ai déterminé.

Ainſi ſi j'avois pris un milieu entre les différentes déterminations qui réſultent de nos obſervations, comme les Aſtronomes en uſent ordinairement lorſqu'ils comparent des obſervations dont la préciſion eſt à peu-près égale; la figure de la Terre qui en auroit réſulté, auroit été encore plus favorable au ſentiment de ſon allongement vers les Poles: mais j'ai cru devoir préférer ce qui réſultoit de l'obſervation de l'Etoile γ de la tête du Dragon; parce que, comme je l'ai remarqué au même endroit, cette Etoile avoit été diſtinguée de jour à Dunkerque, ſans qu'il fût néceſſaire d'éclairer l'objectif, ce qui fait qu'on l'obſerve avec préciſion; & qu'à Paris on a déterminé la diſtance de cette étoile au Zénith par ſept obſervations qui s'accordoient parfaitement enſemble.

Pour ce qui eſt des 49 ſecondes, que ſuivant la Remarque de l'Auteur du Journal, les obſervations de M. de la Hire font la hauteur du Pole moindre que M.rs de l'Académie ne l'ont ſuppoſée; *ce qui feroit que les degrés du Nord ſeroient plus grands que ceux du Midi.* Je réponds, de même que je l'ai fait pour la hauteur du Pole de Collioure, que ces obſervations ont été faites avec des Quarts-de-cercle d'une grandeur ordinaire, ſans avoir marqué qu'ils ayent été vérifiés par le renverſement, ou par quelque autre maniére équivalente; & qu'ainſi elles ne ſont pas de la préciſion requiſe pour déterminer la grandeur des degrés, ni pour contrebalancer l'autorité de celles qui ont été faites avec nos plus grands inſtruments; & en effet, quoiqu'elles ne ſoient pas favorables au ſentiment de la Terre allongée vers les Poles, elles la donneroient ſi fort applatie, en les comparant avec celles de M. Picard, que M. Newton même ſe ſeroit bien donné de garde de les employer pour appuyer ſon ſentiment.

J'en ai uſé ainſi à l'égard de la hauteur de la Chevre, obſervée à Paris par M. de la Hire, dans le temps que nous faiſions à Collioure les obſervations de la même Etoile.

Elles

Elles avoient donné la différence entre les paralleles de ces deux villes, de $6^d\ 18'\ 0''$, plus petite de 57 secondes qu'on ne l'a trouvée ensuite par les grands instruments; ce qui donnoit la grandeur du degré vers le Midi beaucoup plus grande que je ne l'ai déterminée, comme on peut voir dans les Mémoires de l'Académie de 1701, où mon Pere avoit employé cette observation pour déterminer la grandeur du degré. Mais quelque favorable qu'elle fût à mon hypothese, j'ai cru ne devoir pas l'employer par les raisons que j'ai exposées, & qui ne sont que trop convainquantes pour ceux qui ne cherchent que la vérité.

Examinons présentement si les objections que l'Auteur du Journal propose contre le Traité de la grandeur & de la figure de la Terre, & qu'il a déduites des mesures en longitude, sont mieux fondées que les précédentes.

La premiére de ces objections, est tirée de la différence des Méridiens entre Paris & Montpellier, qui a été déterminée par une éclipse du premier Satellite de Jupiter, observée en 1674, d'un degré 32 minutes & demie.

L'Auteur du Journal remarque que M.rs de l'Académie ont conclu par leurs Triangles, que la distance de Montpellier à la Méridienne de l'Observatoire, étoit de 63623 toises, au lieu que supposant avec eux le grand axe de la Terre de 6579368 toises, & le petit axe de 6510796, on trouve par le calcul, que l'arc du parallele compris entre cette ville & la Méridienne, devroit être de 63075 toises seulement; il est donc, conclut cet Auteur, réellement de 550 toises plus grand qu'il ne le seroit si la supposition de M.rs de l'Académie étoit vraïe.

Voilà l'objection de l'Auteur du Journal mise dans tout son jour, & je conviens de tous les faits qu'il avance; mais cette objection ne peut former aucun doute sur la certitude de nos opérations, que dans l'esprit de ceux qui ignorent entiérement la pratique de l'Astronomie. Il est vrai qu'une erreur de 550 toises sur un degré & demi ou environ de différence en longitude, paroît d'abord être considérable;

mais la queſtion eſt de ſçavoir ſi elle eſt aſſés ſenſible dans la recherche où on l'employe, pour décider pour ou contre, c'eſt ce qu'il faut éclaircir.

On trouve par le calcul que le degré de longitude ſur le parallele de Montpellier, eſt de 39350 toiſes, ce qui donne pour chaque minute de degrés 656 toiſes; ainſi les 550 toiſes que l'on a trouvées de différence entre l'arc du parallele qui réſulte des opérations géométriques, & celui qu'on a trouvé par une obſervation des Satellites de Jupiter, en ſuppoſant les axes de la Terre tels que nous les avons déterminés, ne monte pas à une minute de degrés, qui ne fait que 4 ſecondes d'heure.

Voilà donc à quoi ſe réduit cette objection; ſçavoir ſi par les obſervations des Satellites de Jupiter, on peut arriver à une préciſion de 4 ſecondes d'heure ou non. Car en ſuppoſant qu'il y ait eu une erreur d'une pareille quantité dans la différence des Méridiens obſervée entre Paris & Montpellier, & qu'au lieu qu'elle a été déterminée de 6 minutes & 10 ſecondes d'heures, elle ait dû être réellement de 6′ 14″; en voilà plus qu'il ne faut pour trouver la valeur des degrés de longitude ſur le parallele de Montpellier, tels qu'ils réſultent de la figure de la Terre que j'ai établie. Auſſi n'ai-je eu garde de me prévaloir de l'obſervation de M. Picard, faite à Cette; par laquelle la différence entre le Méridien de Paris & celui de Cette a été déterminée de 5′ 30″ en temps, plus grande de 5 ſecondes & demie, ou d'une minute 22 ſecondes de degrés que celle qui réſultoit des Triangles de la Méridienne, dans l'hypotheſe de la Terre ſphérique; car on m'auroit objecté avec raiſon, que cette différence n'eſt pas aſſés ſenſible dans les obſervations, pour qu'on puiſſe fonder là-deſſus aucune hypotheſe.

Mais comme tout le monde n'eſt pas informé de la préciſion que l'on peut apporter dans les obſervations qui ſervent à déterminer les longitudes, je me trouve ici obligé d'en rendre compte, de même que je l'ai fait pour les latitudes, ce qui ſervira de réponſe aux autres objections de la même

nature; mais encore plus frivoles, que l'Auteur du Journal a continué de faire dans le même Extrait.

On ſçait que la meilleure méthode, & la plus généralement reçue de tous les Aſtronomes, pour déterminer les longitudes, eſt celle où l'on employe les obſervations des éclipſes des Satellites de Jupiter. Ce ſont de petites Planetes du ſecond ordre, qui dans le cours de leurs révolutions, rencontrent l'ombre formée par le diſque de Jupiter à l'oppoſite du Soleil, & entrent dans cette ombre, de même que la Lune dans ſes Eclipſes, entre dans l'ombre de la Terre. On les voit diminuer peu à peu, & elles ceſſent entiérement d'être apperçûës lorſqu'il n'en reſte qu'une portion trop petite, pour qu'on puiſſe la diſtinguer par la lunette avec laquelle on les obſerve.

Auſſi a-t-on remarqué que plus les lunettes ſont grandes, plus le Satellite employe de temps à entrer dans l'ombre de Jupiter, ou à en ſortir; de ſorte que l'on en apperçoit plûtard l'immerſion & plûtôt l'émerſion, avec une différence qui peut monter dans le premier Satellite, à 30 ſecondes ou environ, dans deux lunettes de 16 & de 34 pieds d'égale bonté. Car dans les autres Satellites on y remarque encore plus de différence, à cauſe que leur mouvement ſe fait avec plus de lenteur.

Il en eſt de même des obſervations faites par différents Aſtronomes; ceux qui ont la vûë la meilleure, & y ſont les plus exercés, voyent ordinairement ces Satellites plûtard dans leur immerſion, & plûtôt dans leur émerſion; & il arrive même aſſés ſouvent que deux Obſervateurs qui ſont dans un même lieu, les apperçoivent tantôt plûtôt les uns que les autres, ſuivant la diſpoſition de l'œil, & que Jupiter ſe trouve plus ou moins près du centre de la lunette dans le tems de l'Eclipſe, ce qui cauſe ſouvent des différences de plus de 10 ſecondes d'heure, comme on le peut voir dans les Regiſtres de nos obſervations. S'il ſe trouve de pareilles différences entre des obſervations faites dans un même lieu où la diſpoſition de l'air eſt la même, que doit-on penſer de celles qui ſe font dans des lieux différents, où l'air pouvant avoir quelques degrés,

plus ou moins de férénité, cela doit influer fur leur précifion.

Auffi aucun Aftronome n'a-t-il jamais cru qu'on pût par ce moyen, déterminer les différences de Méridien avec une précifion de plus de 10 fecondes, à moins que ce ne foit par des obfervations réïterées, faites dans un temps fort ferein & dans les circonftances les plus favorables.

Quelle peut être donc la folidité d'une objection, fondée fur une différence de 4 fecondes d'heure, dans la diftance en longitude de Paris à Montpellier, qui réfulte d'une feule obfervation des Satellites de Jupiter, & à laquelle j'aurois pu répondre par les propres paroles de l'Auteur, *que l'erreur du moins peut aifément être attribuée aux obfervations qui ont fervi à déterminer la longitude.* Mais nonobftant un aveu fi fincere, il ne laiffe pas de continuer fes objections fur le même principe, tirées des diftances à la Méridienne encore plus petites, de Calais, Dunkerque, Bourges, & Vouzon, comparées avec les obfervations de leur longitude. La premiére de ces diftances n'eft que de 17436 toifes, la feconde de 1414, la troifiéme de 2358, la quatriéme de 10788; & il en conclut des abfurdités les unes pires que les autres; mais fur qui doivent retomber ces abfurdités? Eft-ce fur des obfervations de différente nature, que l'on ne peut pas raifonnablement comparer enfemble dans d'auffi petites diftances que celles qui font rapportées; ou bien fur la conclufion qu'il en tire, *qu'on feroit porté à croire que la Méridienne décline un peu vers l'Occident dans fa portion feptentrionale, puifque les degrés qu'il y a depuis Calais à la Méridienne font exceffivement petits, & que ceux de Dunkerque à la Méridienne, qui font à l'Orient, fe trouvent exceffivement grands!*

Auffi me permettra-t-il de ne pas foufcrire à de pareilles conclufions, non plus qu'à celles qui font répanduës dans tout l'Extrait, qu'on ne fçauroit tirer aucunes lumiéres de toutes ces obfervations, & que tout ce qu'on en peut bien conclurre, c'eft qu'il y a quelque erreur dans les mefures terreftres ou céleftes; car il fuffira de lui répondre que ces diftances mefurées géometriquement, font trop petites pour être

comparées aux obſervations aſtronomiques, faites pour déterminer les longitudes, que l'on ſçait ne pouvoir être employées utilement que dans des lieux fort éloignés les uns des autres; parce que plus les diſtances ſont grandes, plus l'erreur eſt petite ſur chaque degré.

C'eſt par cette raiſon que je ne ſuis pas du ſentiment qui ſe trouve dans l'extrait de la lettre de M. Poleni, *que pour réſoudre cette queſtion, il ſuffit de meſurer un degré de latitude & un de longitude.*

Dans les derniers Voyages que nous avons faits, par ordre du Roy, en 1733 & en 1734, pour prolonger le parallele de Paris juſqu'aux extrémités occidentales & orientales du Royaume, nous avons meſuré un intervalle de $4^d \frac{1}{2}$ en longitude du côté de l'Occident, & de près de $5^d \frac{1}{2}$ du côté de l'Orient.

Les opérations géométriques comparées avec les différences de longitude déterminées, il y a pluſieurs années, par les plus excellents Aſtronomes de notre temps, ſe ſont toutes accordées à donner les degrés en longitude, plus petits que dans l'hypotheſe ſphérique; d'où il réſulte que la Terre eſt encore plus allongée vers les Poles que je ne l'avois déterminée par les opérations de la Méridienne. Cependant je n'ai pas crû devoir encore regarder ces obſervations comme une preuve de mon ſentiment, & je me ſuis contenté, dans le compte que j'en ai rendu en dernier lieu à l'Académie, de dire que ſi toutes ces obſervations qui concourent enſemble pour donner à la Terre, la figure d'une ellipſe allongée vers les Poles de la Terre, n'en doivent pas être regardées comme une preuve complette, elles doivent être du moins d'un très-grand préjugé en faveur de cette opinion.

Je finirai ma réponſe par la derniére objection de l'Auteur du Journal, qui remarque *que ſi on compare les obſervations que M. Picard avoit faites de Malvoiſine à Sourdon, avec la continuation de ces obſervations depuis Sourdon juſqu'à Dunkerque, on trouvera 86 toiſes de différence dans les valeurs de ces deux degrés conſecutifs, au lieu de 31 toiſes que M.rs de*

l'Académie ſuppoſent; & qu'enfin une preuve ſenſible qu'il y a eû quelque erreur, c'eſt que la baſe que l'on avoit empruntée de ces opérations de M. Picard, ne s'eſt pas accordée avec la baſe meſurée à Dunkerque, puiſqu'on a été obligé de choiſir entre les triangles de M. Picard, ceux qui donnoient les moindres longueurs, quoique M. Picard les eût rejettées ſans doute, comme moins certaines.

Je pourrois répondre à la premiére partie de cette objection, qu'elle eſt favorable au ſyſteme de la Terre allongée vers les Poles, & qu'elle ne prouve autre choſe, ſi ce n'eſt qu'elle l'eſt encore plus que je ne l'ai déterminée, ce qui paroît conforme aux obſervations faites en dernier lieu ſur le parallele de Paris. Mais il faut convenir de bonne foi que les diſtances employées dans cette recherche, de Malvoiſine à Sourdon, & de Sourdon à Dunkerque, ſont trop petites pour en déduire des conſéquences avec quelque certitude; puiſqu'il ſuffit de ſuppoſer une erreur d'une ou deux ſecondes, tant dans les obſervations de M. Picard que dans les nôtres, pour faire cette différence.

Enfin pour ce qui eſt de la baſe meſurée à Dunkerque, que l'Auteur remarque ne s'être pas trouvée s'accorder avec celle de M. Picard, ce qui m'a obligé de choiſir entre les triangles de M. Picard, ceux qui donnent les moindres longueurs, je conviens du fait, mais il me ſemble qu'on ne me peut pas reprocher d'avoir choiſi entre deux ſuites de triangles, ceux que j'ai trouvé s'accorder le mieux à mes opérations, avec d'autant plus de raiſon que c'étoient les triangles que M. Picard avoit nommés principaux, & dont tous les trois angles avoient été obſervés, ce qui ſembloit leur devoir donner une grande préférence. Mais les petites différences que j'y ai remarquées, ne donnent point atteinte à l'excellence de cet ouvrage qui eſt le premier dans ce genre, qui ait été fait avec toute la préciſion dont les plus habiles Aſtronomes ſont capables.

M. Picard n'avoit pas tenu compte dans ſes obſervations, de la refraction, parce que de ſon temps, on ne croyoit pas

qu'elle s'étendît à d'aussi grandes hauteurs que celles des Etoiles qu'il y avoit employées, ce qui diminuë réellement la mesure de ses degrés. Il convient lui-même que nonobstant toute l'exactitude possible, il ne pouvoit pas répondre de 2″ sur chaque observation. En voilà beaucoup plus qu'il est nécessaire pour concilier ses opérations avec les nôtres. Mais j'ai crû qu'il ne convenoit pas de lui attribuer une pareille erreur, quoique fort petite, sans aucun fondement, plûtôt que de faire voir qu'en faisant quelque choix entre ses observations, nous nous trouvions d'accord assés parfaitement.

Après tout ce que je viens d'exposer, je ne crois pas que le Public, & encore moins les Sçavants, tombent d'accord de la conclusion de l'Auteur du Journal que j'ai inserée au commencement de cette Réponse, sur le peu d'accord entre la plûpart des observations que M.rs de l'Académie ont faites en divers endroits du Royaume, & sur le peu de fonds que l'on en doit faire pour décider la question sur la grandeur des degrés.

Je me donnerai cependant bien de garde, en entreprenant une défense si légitime, de tomber dans un excès contraire, de soûtenir que ces observations n'ont été susceptibles d'aucunes erreurs. Elles ont toutes leur précision jusqu'à un certain degré; mais elles ne sont pas exemptes des plus petites erreurs, tant de la part de ceux qui les ont faites, que des ouvriers qui ont construit les instruments. C'est à la prudence des Astronomes d'en faire un juste discernement, tant dans le choix des instruments, que dans la méthode de les employer, ce que l'on a eû soin de faire avec toute la précision dont on a été capable.

Je dois avertir ici que sur ce qui m'avoit été rapporté de l'extrait du Journal que je n'avois pas encore entre les mains; j'ai fait calculer de nouveau, les distances de Collioure, Dunkerque, & de tous les autres lieux, tant à la Méridienne qu'à l'Observatoire, & qu'on les a trouvées précisément de même que je les avois déterminées dans la mesure de la Terre. Un de mes amis avoit aussi, il y a déja quelques années,

pris la peine de calculer tous les triangles qui y ſont employés, & m'en avoit communiqué quelques erreurs d'impreſſion, ou de tranſpoſitions de chiffres; mais aucune ne tombe ſur le réſultat des meſures que j'ai concluës, comme on peut s'en aſſûrer par le rapport que j'ai crû devoir faire ici de ces erreurs, qui ſerviront d'*errata* pour ceux qui ont le livre entre les mains.

Fautes à corriger dans le Traité DE LA GRANDEUR ET DE LA FIGURE DE LA TERRE. *Suite des Mémoires de 1718.*

Page 55, ligne 19, 1re colomne, liſés HIR, au lieu de HRI.
59, 8, 2de colomne, liſés 11170. 2. *au lieu de* 17257. 3.
61, 6, 2de col. liſ. 17177. *au lieu de* 16782. 3.
19, 1re col. liſ. EF, au lieu de BF.
62, 5, 2de colomne, liſés, 14247. 4. *au lieu de* 14247. 7.
63, 27, liſ. 4189. *au lieu de* 6489.
65, 3, liſ. Neuvy-Pailloux, *au lieu de* Saint-André de Château-Roux.
6, liſ. 2398. *au lieu de* 6094.
7, liſ. 6094. *au lieu de* 2398.
22, liſ. Oriental, *au lieu d'*Occidental.
71, 26, 2de col. liſ. 29887. *au lieu de* 29987.
derniére, 2de colomne, liſés, 14061. 5. *au lieu de* 14601. 5.
76, 19, 1re colomne, liſés, 17426. 2. *au lieu de* 17246. 2.
12, 2de col. liſ. FG, au lieu de FO.
85, 24, 1re col. liſ. 47390. *au lieu de* 43790.
87, 18, 1re col. liſ. NμQ, au lieu de NQμ.
92, 14, liſ. 9289. *au lieu de* 4489.
15, liſ. 4489. *au lieu de* 9289.
27, liſ. Sud, *au lieu de* Nord.

Page 95.

Pape 59, *ligne* 31, *lis.* 3708. *au lieu de* 11657.
32, *lis.* 11657. *au lieu de* 3708.
96, 24, *lis.* 21 Or. *au lieu de* 21 Occ.
97, 13, *lisés,* Signal du Nord, *au lieu du* Signal du Sud.
15, *lisés,* Signal du Sud, *au lieu du* Signal du Nord.
133, *dern.* *1re colomne, lisés,* 5521. 2. *au lieu de* 13116.
200, 4, *lis.* 5814. *au lieu de* 6814.
10, *lis.* 5814. *au lieu de* 6814.
206, 5, *2de colomne, lis.* 60. 59. 55. *au lieu de* 50. 59. 55.
dern. *lis. SaT, au lieu de aTS.*
207, 4, *lis. aT, au lieu de Ra.*
208, 3, *1re col. il faut mettre entre la 3me & 4me ligne,* au Triangle *SVY.*
210, 1, *lis.* 7723. *au lieu de* 2332.
2, *lis.* 2332. *au lieu de* 7723.
214, 19, *lis.* du Signal des Dunes à Furnes, *au lieu de* Dunquerque à Furnes.
216, 15, *lis.* Bapaumes 18904. 4. Or. *au lieu de* Bapaumes 18904. 4. Occ.
19, *lis.* Bonniéres 2896. 5. Occ. *au lieu de* Bonniéres 2896. 5. Or.
305, 5, *lis.* 44^{d} 29' 20", *au lieu de* 44^{d} 49' 20".

FIN.

